

---

PEDAQOJİ UNIVERSİTETİN  
**XƏVƏRLƏRİ**

---

**ИЗВЕСТИЯ**  
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

**TRANSACTIONS**  
OF PEDAGOGICAL UNIVERSITY

---

ISSN 2520-2049

*Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası*

*Серия математических и естественных наук*

*Series of mathematical and natural sciences*

**2019, C. 67, № 1**

**Jurnal 24 may 1991-ci il tarixdə Azərbaycan Respublikası  
Mətbuat Komitəsində qeydiyyatdan keçmişdir (şəhadətnamə № 307)  
(1953-cü ildən nəşr edilir)**

**PEDAQOJİ UNİVERSİTETİN XƏBƏRLƏRİ  
Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, 2019, C. 67, № 1**

***Baş redaksiya heyəti***

T.ü.e.d., prof. C.M.Cəfərov (*baş redaktor*), f.-r.e.d., prof. A.D.Zamanov (*baş redaktorun müavini*), N.Q.Aslanova (*məsul katib*), b.e.d., prof. B.İ.Ağayev, f.-r.e.d., prof. M.S.Cəbrayilov, f.-r.e.d., prof. E.Ə.Eyvazov, AMEA-nın müxbir üzvü, t.e.d., prof. V.H.Əliyev, f.e.d., prof. N.M.Xudiyev, k.e.d., prof. Ə.N.Qurbanov, f.-r.e.d., prof. V.M.Qurbanov, f.ü.e.d., prof. F.Ç.Rzayev

***Seriyanın redaksiya heyəti***

F.-r.e.d., prof. R.M.Rzayev (*redaktor*), b.e.d., prof. Ə.N.Fərəcov, p.e.d., prof. Ə.M.Hüseynov, p.e.d., prof. Ə.Q.Pələngov, f.-r.e.d., prof. H.S.Seyidli, b.ü.e.d., prof. R.L.Sultanov, k.e.d., prof. N.A.Verdizadə, p.ü.e.d., prof. İ.N.İsmayilov, r.ü.e.d., dos. M.A.Nəcəfov

***Редакционная коллегия***

Д.н.и., проф. Дж.М.Джафаров (*главный редактор*), д.ф.-м.н., проф. А.Д.Заманов (*зам. глав редактора*), Н.Г.Асланова (*ответственный секретарь*), д.б.н., проф. Б.И.Агаев, д.ф.-м.н., проф. М.С.Джабраиллов, д.ф.-м.н., проф. Э.А.Эйвазов, член корр. НАНА, д.и.н., проф. В.Г.Алиев, д.ф.н., проф. Н.М.Худиев, д.х.н., проф. А.Н.Гурбанов, д.ф.-м.н., проф. В.М.Гурбанов, д.н.ф., проф. Ф.Ч.Рзаев

***Редакционная коллегия серии***

Д.ф.-м.н., проф. Р.М.Рзаев (*редактор*), д.б.н., проф. А.Н.Фараджев, д.п.н., проф. А.М.Гусейнов, д.п.н., проф. А.Г.Палангов, д.ф.-м.н., проф. Г.С.Сеидли, д.н.б., проф. Р.Л.Султанов, д.х.н., проф. Н.А.Вердизаде, д.н.п., проф. И.Н.Исмайлов, д.н.м., доц. М.А.Наджафов

***Senior Editorial Board***

Prof. Dr. J.M.Jafarov (editor-in-chief), Prof. Dr. A.D.Zamanov (deputy of editor-in-chief), N.G.Aslanova (executive secretary), Prof. Dr. B.I.Agayev, prof. M.S.Jabrayilov, Prof. Dr. E.A.Eyvazov, Prof. Dr. V.Q.Aliyev, Prof. Dr. N.M.Khudiyev, Prof. Dr. A.N.Qurbanov, Prof. Dr. V.M.Qurbanov, Prof. Dr. F.Ch.Rzayev

***Editorial Board of the series***

Prof. Dr. R.M.Rzayev (*editor*), Prof. Dr. A.N.Farajov, Prof. Dr. A.M.Huseynov, Prof. Dr. A.G.Palangov, Prof. Dr. H.S.Seyidli, Prof. Dr. R.L.Sultanov, Prof. Dr. N.A.Verdizadeh, Prof. Dr. I.N.Ismayilov, Ass. Prof. M.A.Najafov

© АДПУ, 2019

© АГПУ, 2019

© АСПУ, 2019

## MÜNDƏRİCAT

### *Riyaziyyat*

<i>Haxiyev S.S., Əkbərova H.A., Süleymanova Ş.Ş., Əhmədov F.Ş.</i> KONTAKT SƏRHƏD ŞƏRTLİ XƏTTİ QEYRİ-LOKAL HİPERBOLİK İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNİN OPTİMALLIĞI .....	9
<i>İsmayilov A.İ.</i> BİR ÜÇ TƏRTİBLİ XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN BİRİNCİ NÖV İNTEQRAL SƏRHƏD ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏNİN HƏLLİ .....	19
<i>Qasımova S.H.</i> $L_p$ BANAX FƏZALARINDA İNTEQRAL OPERATORLAR ÜÇÜN ÇƏKİLİ BƏRABƏRSİZLİKLƏR .....	32
<i>Qədirova G.R.</i> HAMAR OLMAYAN ƏMSALLI İSTİLİK-ELASTİQİYYƏT TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏ .....	40
<i>Qocayeva X.R.</i> DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL OPERATOR ÜÇÜN SPEKTRAL AYRILIŞIN TRİQONOMETRİK SIRA İLƏ BİRGƏYİGİLMA SÜRƏTİ HAQQINDA .....	54
<i>Rzayev R.M., Hüseynova L.E.</i> FUNKSİYALARIN LOKAL STRUKTURU İLƏ BAĞLI OLAN FƏZALARDA SİNQULYAR İNTEQRAL OPERATOR .....	72
<i>Səbzəliyev M.M.</i> HİPERBOLİK TƏNLİYƏ CİRLAŞAN PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN ASİMPOTİKASI .....	85
<i>Zamanov A.D., Məmmədov Ə.B., İsmayilov İ.N.</i> LÜTFİ ZADƏNİN NƏZƏRİ İRSİNDƏ QEYRİ-SƏLİS ÇOXLUQLAR NƏZƏRİYYƏSİNİN YERİ VƏ ROLU .....	96

### *Təbiət elmləri*

<i>Ağayeva A.N.</i> TENİİDOZ TORƏDİCİSİNİN (TAENIA HYDATIGENA) ABŞERON VƏ ONA BİTİŞİK XIZI RAYONU ƏRAZİLƏRİNDƏ TƏDQIQAT MƏNTƏQƏLƏRİ VƏ HÜNDÜRLÜK QURŞAQLARI ÜZRƏ YAYILMASININ ÖYRƏNİLMƏSİ .....	109
<i>Eyvazov R.A., Hüseyinov V.İ., Qurbanov S.Ş.</i> MAQNİT YARIMKEÇİRİCİLƏRDƏ XOLL EFFEKTİNİN MƏXSUSİYYƏTİ .....	115
<i>Əkbərov N.Ə., Zeynalova L.F.</i> TİİRAN VƏ TİETANLARIN BƏZİ FUNKSİONALƏVƏZLİ TÖRƏMƏLƏRİNİN SİNTEZİ, XASSƏLƏRİ VƏ TƏTBİQİ .....	125
<i>Ələsgərov İ.Ə., Bədəlova N.M., Rəhimova A.A., Bayramova Ə.B., Həsənova İ.İ.</i> ALTERNATİV ENERJİ MƏNBƏYİ KİMİ AQROSƏNAYE TULLANTILARININ TƏDQIQI.....	133
<i>Əlizadə G.Ə.</i> BÖYÜK QAFQAZIN AZƏRBAYCAN HİSSƏSİNİN LEPTUS CİNSİNƏ AİD OLAN ERİTREİD (ACTINEDIDA: ERYTHRAEIDAE) GƏNƏLƏRİ .....	137

<b>Əsədova Ş.F.</b>	
TAXİL BİTKİLƏRİ ÜZƏRİNDƏ MƏSKUNLAŞAN PATOMİKOKOMPLEKSİN NÖV MÜXTƏLİFLİYİ VƏ YAYILMA QANUNAUYGUNLUQLARI .....	144
<b>Hacıyeva G.N.</b>	
ALİ PEDAHOJİ MƏKTƏBLƏRDƏ BİOLOGİYANIN TƏDRİSİ METODİKASI FƏNNİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ ÜZRƏ İŞİN MƏQSƏD VƏ VƏZİFƏLƏRİ .....	151
<b>Hüseynova L.S.</b>	
MUKOVİSSİDOZ XƏSTƏLİYİNİN GENETİK SKRİNİNQİ .....	157
<b>İsmaylov İ.N.</b>	
FİZİKANIN TƏDRİSİNDƏ “MOLEKULYAR-KİNETİK NƏZƏRİYYƏ”NİN ƏSASLARINA AİD FUNDAMENTAL TƏCRÜBƏLƏR, ONLARIN ELMİ-NƏZƏRİ VƏ METODİKİ ƏSASLARI .....	163
<b>Mahmudova Ş.S.</b>	
MÜHİTİN STANDART ŞƏRAİTİNDƏ NİTELLOPSİS OBTUSA HÜCEYRƏLƏRİNİN PLAZMATİK MEMBRANININ ƏSAS ELEKTROFİZİOLOJİ PARAMETRLƏRİ .....	176
<b>Mehbaliyeva E.C.</b>	
HİPOKSİYANIN İLKİN VƏ SONRAKI EFFEKTLƏRİ, ÜMUMİ TƏSİR MEXANİZMİ HAQQINDA MÜASİR TƏSƏVVÜRLƏR .....	187
<b>Məmmədov A.P.</b>	
TƏRTƏRÇAY HÖVZƏSİNİN DAĞ-ÇƏMƏN LANDŞAFTLARINDA AĞIR METALLARIN ( Hg, Cu) ELEMENTİNİN PAYLANMASI .....	196
<b>Mənsimova İ.F.</b>	
AĞZIBİR GÖLÜNÜN MÜXTƏLİF BİOTOPLARININ SƏRBƏSTYAŞAYAN İNFUZORLARININ KƏMİYYƏT GÖSTƏRİCİLƏRİNİN MÖVSÜMİ DƏYİŞİKLİKLƏRİ .....	202
<b>Mirzəliyev A.A., Səfərov C.T., Hassel E.P.</b>	
XƏZƏR DƏNİZİNİN SUYUNUN DOYMUŞ BUXAR TƏZYİQİNİN TƏDQIQI.....	209
<b>Mustafayev N.C., İsmaylov Q.K., Mehdiyeva E.C.</b>	
MÜASİR ŞƏRAİTDƏ AŞAĞI KÜRÜN İXTİOFAUNASININ NÖV TƏRKİBİ .....	221
<b>Sadıqova D.O.</b>	
GÜMÜŞÜ ÇINQILKOLUNUN BİOEKOLOJİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ .....	230
<b>Zeynalova A.N., Qaraxani P.X., Qasimova T.A.</b>	
AZƏRBAYCAN FLORASININ GENTİANA L. CİNSİ NÖVLƏRİNİN TƏYİNEDİCİ CƏDVƏLİ .....	236

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Математика*

<i>Ахыев С.С., Акперова О.А., Сулейманова Ш.Ш.</i> ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С КОНТАКТНО-КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ .....	9
<i>Исмаилов А.И.</i> О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРВОГО РОДА .....	19
<i>Касумова С.Г.</i> ОБ ОДНОМ ВЕСОВОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В $L_p$ – ПРОСТРАНСТВАХ БАНАХОВОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ	32
<i>Кадирова Г.Р.</i> СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ С НЕГЛАДКИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ .....	40
<i>Годжаева Х.Р.</i> О СКОРОСТИ РАВНОСХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМ РЯДОМ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА .....	54
<i>Рзаев Р.М., Гусейнова Л.Э.</i> СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВАХ, СВЯЗАННЫХ С ЛОКАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ФУНКЦИЙ .....	72
<i>Сабзалиев М.М.</i> АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ В ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ	85
<i>Заманов А.Д., Мамедов А.Б., Исмаилов И.Н.</i> МЕСТО И РОЛЬ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ ЛЮТФИ ЗАДЕ .....	96

### *Естественные науки*

<i>Агаева А.Н.</i> ИЗУЧЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗБУДИТЕЛЯ ТЕНИИДОЗА (TAENIA HYDATIGENA) НА ТЕРРИТОРИЯХ АБШЕРОНСКОГО И ПРИЛЕГАЮЩЕГО К НЕМУ ХЫЗЫНСКОГО РАЙОНОВ ПО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИМ ПУНКТАМ И ВЫСОТНЫМ ПОЯСАМ .....	109
<i>Эйвазов Э.А., Гусейнов В.И., Курбанов С.Ш.</i> ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В МАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ	115
<i>Акберов Н.А., Зейналова Л.Ф.</i> СИНТЕЗ, СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТИИРАНОВ И ТИЭТАНОВ .....	125
<i>Алескеров И.А., Бадалова Н.М., Рагимова А.А., Байрамова А.Б., Гасанова И.И.</i> ИССЛЕДОВАНИЕ АГРОПРОМЫШЛЕННЫХ ОТХОДОВ КАК ИСТОЧНИК АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ЭНЕРГИИ .....	133

<i>Ализаде Г.А.</i> КЛЕЩИ-ЭРИТРЕИДЫ РОДА LERTUS БОЛЬШОГО КAVKAZA В ПРЕДЕЛАХ АЗЕРБАЙДЖАНА .....	137
<i>Асадова Ш.Ф.</i> ВИДОВОЕ РАЗНООБРАЗИЕ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАТОМИОКОМПЛЕКСА, ЗАСЕЛЁННОГО НА ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУРАХ .....	144
<i>Гаджиева Г.Н.</i> ЦЕЛИ И ОБЯЗАННОСТИ ПРЕДМЕТА МЕТОДИКИ ПРЕПОДОВАНИЯ БИОЛОГИИ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ .....	151
<i>Гусейнова Л.С.</i> ГЕНЕТИЧЕСКИЙ СКРИНИНГ МУКОВИСЦИДОЗА .....	157
<i>Исмаилов И.Н.</i> ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ И ИХ НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ .....	163
<i>Махмудова Ш.С.</i> ОСНОВНЫЕ ЭЛЕКТРОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПЛАЗМАТИЧЕСКОЙ МЕМБРАНЫ В КЛЕТКАХ NITELLOPSIS OBTUSA В СТАНДАРТНЫХ УСЛОВИЯХ СРЕДЫ .....	176
<i>Мехбалиева Э.Дж.</i> ПЕРВИЧНЫЕ И ПОСЛЕДУЮЩИЕ ЭФФЕКТЫ, СОВРЕМЕННЫЕ НАУЧНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ОБЩЕМ МЕХАНИЗМЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГИПОКСИИ .....	187
<i>Мамедов А.П.</i> РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ (HG, CU) В ГОРНО- ЛУГОВЫХ ЛАНДШАФТАХ ТЕРТЕРЧАЙСКОГО БАССЕЙНА .....	196
<i>Мансимова И.Ф.</i> СЕЗОННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОБОДНОЖИВУЩИХ ИНФУЗОРИЙ РАЗЛИЧНЫХ БИОТОПОВ ОЗЕРА АГЗЫБИР .....	202
<i>Мирзалиев А.А., Сафаров Дж.Т., Хассел Э.П.</i> ИССЛЕДОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ ВОД КАСПИЙСКОГО МОРЯ .....	209
<i>Мустафаев Н.Дж., Исмаилов Г.К., Мехдиева Е.Дж.</i> ВИДОВОЙ СОСТАВ ИХТИОФАУНЫ В НИЖНЕЙ КУРЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ .....	221
<i>Садыгова Д.О.</i> БИОЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЧИНГИЛЬЯ СЕРЕБРИСТОГО .....	230
<i>Зейналова А.Н., Карахани П.Х., Касумова Т.А.</i> КЛЮЧ ВИДОВ РОДА GENTIANA L. ВО ФЛОРЕ АЗЕРБАЙДЖАНА .....	236

## TABLE OF CONTENTS

### *Mathematics*

<b><i>Akhiev S.S., Akperova H.A., Suleymanova Sh.Sh., Ahmedov F.Sh.</i></b> OPTIMIZATION OF LINEAR NONLOCAL HYPERBOLIC CONTROL PROBLEM WITH CONTACT-BOUNDARY CONDITIONS .....	9
<b><i>İsmailov A.İ.</i></b> ON AN INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION OF THIRD ORDER WITH INTEGRAL BOUNDARY CONDITION OF THE FIRST KIND .....	19
<b><i>Gasimova S.H.</i></b> WEIGHTED INEQUALITIES FOR OPERATORS IN $L_p$ BANACH SPACES FUNCTIONS .....	32
<b><i>Gadirova G.R.</i></b> MIXED PROBLEM FOR THE SYSTEM OF THERMOELASTICITY EQUATIONS WITH NON-SMOOTH COEFFICIENT .....	40
<b><i>Gojayeva X.R.</i></b> ON EQUICONVERGENCE RATE OF SPECTRAL EXPANSION WITH TRIGONOMETRIC SERIES FOR A FOURTH ORDER ORDINARY DIFFERENTIAL OPERATOR .....	54
<b><i>Rzaev R.M., Huseynova L.E.</i></b> SINGULAR INTEGRAL OPERATOR IN SPACES RELATED TO LOCAL STRUCTURE OF FUNCTIONS .....	72
<b><i>Sabzaliev M.M.</i></b> ASYMPTOTICS OF THE SOLUTION OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM STATED FOR A PARABOLIC EQUATION DEGENERATED INTO HYPERBOLIC EQUATION .....	85
<b><i>Zamanov A.D., Mammadov A.B., Ismayilov I.N.</i></b> THE PLACE AND ROLE OF THE THEORY OF FUZZY SETS IN THE THEORETICAL LEGACY OF LUTFI ZADEH .....	96

### *Natural sciences*

<b><i>Aghayeva A.N.</i></b> STUDYING OF DISTRIBUTION OF THE TAENIASIS'S PATHOGENS (TAENIA HYDATIGENA) IN TERRITORIES ABSHERON AND ADJACENT KHYZY REGIONS ON RESEARCH POINTS AND HIGH-ALTITUDE ZONES .....	109
<b><i>Eyvazov E.A., Guseynov V.I., Kurbanov S.Sh.</i></b> FEATURES OF THE EFFECT OF A HALL IN MAGNETIC SEMICONDUCTORS	115
<b><i>Akberov N.A., Zeynalova L.F.</i></b> SYNTHESIS, PROPERTIES AND APPLYING OF SOME FUNCTIONAL DERIVATIVES OF TYRANTS AND THIETHANS .....	125
<b><i>Aleskherov İ.A., Badalova N.M., Rahimova A.A., Bayramova A.B., Qasanova İ.İ.</i></b> THE INVESTIGATION OF AGROINDUSTRIAL OUTPUTS AS AN ALTERNATIVE ENERGY SOURCE .....	133

<b>Alizadeh G.A.</b> ERYTHRAEID MITES (ACTINEDIDA: ERYTHRAEIDAE) OF THE LEPTUS SPECIES IN AZERBAIJAN PART OF THE GREATER CAUCASUS .....	137
<b>Asadova Sh.F.</b> DIVERSITY AND DIFFUSION PATTERNS OF THE PATHOMYCOCOMPLEX ON THE CEREALS .....	144
<b>Hajiyeva G.N.</b> AIMS AND OBJECTIVES OF TEACHING THE METHODOLOGY OF TEACHING BIOLOGY IN HIGHER PEDAQOQICAL SCHOOLS .....	151
<b>Huseynova L.S.</b> GENETIC SCREENING FOR CYSTIC FIBROSIS .....	157
<b>Ismayilov I.N.</b> FUNDAMENTALS OF MOLECULAR- KINETIC THEORY IN TEACHING PHYSICS AND THEIR SCIENTIFIC THEORETICAL AND METHODICAL FOUNDATIONS .....	163
<b>Mahmudova Sh.S.</b> THE BASIC ELECTROPHYSIOLOGICAL PARAMETERS OF PLASMATIC MEMBRANE IN NITELLOPSIS OBTUSA CELLS IN THE ENVIRONMENTAL STANDARD CONDITIONS .....	176
<b>Mehbaliyeva E.J.</b> PRIMARI AND SUBSEQUENT EFFECTS, WITH OURT SCIENTIFIC REPRESENTATIONS OF GENERAL MY EXPOSURE TO HYPOXIA .....	187
<b>Mamedov A.P.</b> DISTRIBUTION OF HEAVY METAL ELEMENTS (HG, CU) IN THE MOUNTAIN MEADOW LANDSCAPES OF THE TERTERCHAY BASIN .....	196
<b>Mansimova I.F.</b> SEASONAL CHANGES IN QUANTITATIVE INDICATORS OF FREE-LIVING INFUSORIAS OF DIFFERENT BIOTOPES OF AGHZIBIR LAKE .....	202
<b>Mirzaliyev A.A., Safarov J.T., Hassel E.P.</b> INVESTIGATION OF VAPOR PRESSURE OF THE CASPIAN SEA WATER ...	209
<b>Mustafayev N.J., Ismailov Q.K., Mehdiyeva E.J.</b> SPECIES COMPOSITION OF ICHTHYOFAUNA IN LOW KURA IN MODERN CONDITIONS .....	221
<b>Sadigova D.O.</b> BIOECOLOGICAL PECULIARITIES OF CHINGIL SILVERY .....	230
<b>Zeynalova A.N., Garakhani P.X., Kasumova T.A.</b> IDENTIFIER TABLE OF THE SPECIES OF GENUS GENTIANA L. IN FLORA OF AZERBAIJAN .....	236



## Riyaziyyat

УДК 517.977.56

*С.С.Ахыев<sup>1</sup>, О.А.Акперова<sup>1</sup>, Ш.Ш.Сулейманова<sup>1</sup>, Ф.Ш.Ахмедов<sup>2</sup>*  
*Азербайджанский государственный педагогический университет<sup>1</sup>*  
*Бакинский государственный университет<sup>2</sup>*  
*axiyevb3@mail.ru, aktmefren@yandex.ru*

### ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С КОНТАКТНО- КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

**Ключевые слова:** *контактно-краевая, нелокальная, гиперболическая, оператор задачи, изоморфизм, сопряженная задача, оптимальность, управление*

В работе рассмотрена линейная нелокальная краевая задача с контактно-краевыми условиями. В этой задаче управления критерий оптимальности есть линейный многоточечный функционал. На основе изоморфизма между пространствами здесь определено понятие сопряженной задачи и получены необходимые и достаточные условия оптимальности.

*S.S.Naxiyev, H.A.Əkbərova, Ş.Ş.Süleymanova, F.Ş.Əhmədov*

### KONTAKT SƏRHƏD ŞƏRTLİ XƏTTİ QEYRİ-LOKAL HİPERBOLİK İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNİN OPTİMALLIĞI

**Açar sözlər:** *kontakt-sərhəd, qeyri-lokal, hiperbolik, məsələnin operatoru, izomorfizm, qoşma məsələ, optimallıq, idarə*

İşdə kontakt-sərhəd şərtli xətti qeyri-lokal hiperbolik idarəetmə məsələsinə baxılmışdır. Bu idarəetmə məsələsində optimallıq meyarı çoxnöqtəli funksionaldır. Fəzalar arasında izomorfizmə əsaslanaraq burada qoşma məsələ anlayışı təyin edilmiş və optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər alınmışdır.

*S.S.Akhiev, H.A.Akberova, Sh.Sh.Suleymanova, F.Sh.Ahmedov*

### OPTIMIZATION OF LINEAR NONLOCAL HYPERBOLIC CONTROL PROBLEM WITH CONTACT-BOUNDARY CONDITIONS

**Keywords:** *contact-boundary, nonlocal, hyperbolic, operator of problem, isomorphism, conjugate problem, optimality, control*

In the paper linear nonlocal hyperbolic control problem with contact-boundary conditions has been considered. In this control problem optimality criteria is linear

multipointual functional. Basing on isomorphism between spaces here has been determined the concept of conjugate problem and have been gotten necessary and sufficient conditions of optimality.

В последние несколько десятилетий можно проследить возникновение многочисленных работ прикладного характера по нелокальным краевым задачам, в том числе управлению процессами, связанными с подобными краевыми задачами. В связи с этим, стали все чаще встречаться работы, посвященные изучению нелокальных краевых задач. Исследование линейных нелокальных краевых задач методами, используемыми для линейных локальных краевых задач, а также для задач управления подобными процессами наталкивается на серьезные трудности. Именно поэтому, для линейных нелокальных краевых задач требуются дополнительные средства, обеспечивающие установление двоичности и получение сопряженного уравнения или сопряженной задачи. В этой работе используя изоморфизм между пространствами, определяется сопряженное пространство, а также вводится понятие сопряженной задачи.

Рассмотрим систему гиперболических уравнений второго порядка

$$(Lz)(t, x) \equiv z_{tx}(t, x) + z(t, x)A_{0,0}(t, x) + z_t(t, x)A_{1,0}(t, x) + z_x(t, x)A_{0,1}(t, x) = \varphi(t, x, v(t, x)), \quad (t, x) \in G = G_0 \cup G_1, \quad G_0 = (0, T) \times (0, \alpha), \quad G_1 = (0, T) \times (\alpha, l), \quad (1)$$

где  $z(t, x) = (z_1(t, x), \dots, z_n(t, x))$  - вектор-функция состояния;  $v(t, x) = (v_1(t, x), \dots, v_r(t, x))$  - управляющая вектор-функция;  $A_{i,j}(t, x)$  - заданные измеримые  $n \times n$ - матрицы на  $G$ ;  $\varphi(t, x, v)$  - заданная  $n$ - мерная вектор-функция на  $G \times R^r$ ; причем  $R^r$   $r$ -мерное пространство;  $\alpha$  - фиксированная точка из  $(0, l)$ .

Для системы (1) зададим следующие нелокальные контактно-краевые условия

$$\begin{aligned} (L_k z)(t) &\equiv z(t, 0)\beta_{0,k}(t) + z(t, \alpha - 0)\beta_{1,k}(t) + z(t, \alpha + 0)\beta_{2,k}(t) + \\ &+ z(t, l)\beta_{3,k}(t) + z_t(t, 0)g_{0,k}(t) + z_t(t, \alpha - 0)g_{1,k}(t) + z_t(t, \alpha + 0)g_{2,k}(t) + \\ &+ z_t(t, l)g_{3,k}(t) = \varphi_k(t, v^{(1)}(t)), \quad t \in (0, T), \quad k = 1, 2; \end{aligned} \quad (2)$$

$$(L_3 z)(x) \equiv z_x(0, x) + \int_0^T z_x(\tau, x)K(\tau, x)d\tau = \varphi_3(x, v^{(2)}(x)), \quad x \in (0, l); \quad (3)$$

$$L_0 z \equiv z(0, 0) + \iint_G z_{\tau\zeta}(\tau, \zeta)K_0(\tau, \zeta)d\tau d\zeta = \varphi_0(v^{(0)}). \quad (4)$$

Здесь:  $\beta_{i,k}(t), g_{i,k}(t), i=0,1,2,3; k=1,2$  заданные  $n \times n$ - матрицы на  $(0,T)$ ;  $\varphi_k(t, v^{(1)})$ ,  $k=1,2$ , - заданные  $n$ - мерные вектор-функции на  $(0,T) \times R^{r_1}$ ;  $\varphi_3(x, v^{(2)})$ -  $n$ - мерная вектор-функция на  $(0,l) \times R^{r_2}$ ;  $R^m$  -  $m$ - мерное пространство строчных векторов  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$  с нормой  $\|\lambda\| = \sum_{i=1}^m |\lambda_i|$  и  $R^1 = R$ ;  $\varphi_0(v^{(0)})$  -  $n$ - мерная вектор-функция на  $R^{r_0}$ ;  $v^{(1)}(t) = (v_1^{(1)}(t), \dots, v_{r_1}^{(1)}(t))$ ,  $t \in (0,T)$  и  $v^{(2)}(x) = (v_1^{(2)}(x), \dots, v_{r_2}^{(2)}(x))$ ,  $x \in (0,l)$ , - управляющие вектор-функции;  $v^{(0)}(t) = (v_1^{(0)}(t), \dots, v_{r_0}^{(0)}(t))$ - управляющий векторный параметр. Нормой  $n \times n$  матрицы  $\lambda = (\lambda_{ij})$  будем полагать аналогичное выражение  $\|\lambda\| = \sum_{i,j=1}^n |\lambda_{ij}|$ .

Задачи подобные (1)-(4) можно встретить, например, в работах [1,2,3].

Будем предполагать, что выполняются следующие условия:

1) Матрицы  $A_{i,j}(t,x)$  измеримы на  $G$ ,  $A_{0,0} \in \mathcal{L}_{p,n \times n}(G)$ ; существуют функции  $A_{1,0}^0 \in \mathcal{L}_p(0,l)$  и  $A_{0,1}^0 \in \mathcal{L}_p(0,T)$  такие, что  $\|A_{1,0}(t,x)\| \leq A_{1,0}^0(x)$ ,  $\|A_{0,1}(t,x)\| \leq A_{0,1}^0(t)$  почти всюду на  $G$ , где  $\mathcal{L}_{p,n \times n}(G)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , - банахово пространство  $n \times n$ - мерных матричных функций  $g(t,x) = (g_{ij}(t,x))$  с элементами  $g_{ij}(\cdot, \cdot) \in \mathcal{L}_p(G)$ , в котором норма определяется равенством

$$\|g\|_{p,G} = \|g(\cdot, \cdot)\|_{p,G} = \|g_0(\cdot, \cdot)\|_{p,G} \text{ причем } g_0(t,x) = \|g(t,x)\| = \sum_{i,j=1}^n |g_{ij}(t,x)|.$$

$$2) \beta_{i,k} \in \mathcal{L}_{p,n \times n}(0,T); g_{i,k} \in \mathcal{L}_{\infty,n \times n}(0,T);$$

3)  $K_0 \in \mathcal{L}_{q,n \times n}(G)$ ; почти для всех  $x \in (0,l)$  верно  $K(\cdot, x) \in \mathcal{L}_{1,n \times n}(0,T)$ , а для нормы  $\bar{K}(x) = \|K(\cdot, x)\|_{1,(0,T)}$  верно  $\bar{K} \in \mathcal{L}_{\infty}(0,l)$ ;

4)  $\varphi(t,x,v)$ ,  $\varphi_k(t, v^{(1)})$  ( $k=1,2$ ) и  $\varphi_3(x, v^{(2)})$ - заданные  $n$ - мерные вектор-функции, удовлетворяющие условиям Каратеодори на  $G \times R^r$ ,  $(0,T) \times R^{r_1}$  и  $(0,l) \times R^{r_2}$ , соответственно;  $\varphi_0(v^{(0)})$  - заданная  $n$ -мерная вектор-функция на пространстве  $R^{r_0}$  (всех  $r_0$ - мерных строчных векторов).

За класс допустимых управлений примем множество всех совокупностей  $\hat{v} = (v^{(0)}, v^{(1)}(t), v^{(2)}(x), v(t,x))$ , которые удовлетворяют

следующим условиям:  $v(t, x)$  измерима и ограничена (в существенном) на  $G$  и почти во всех точках  $(t, x) \in G$  может принимать свои значения  $v(t, x)$  из некоторого заданного множества  $V \subset R^r$ ;  $v^{(1)}(t)$  и  $v^{(2)}(x)$  измеримы и ограничены на  $(0, T)$  и  $(0, l)$ , кроме того, почти во всех точках  $t \in (0, T)$  и  $x \in (0, l)$  они могут принимать свои значения  $v^{(1)}(t)$  и  $v^{(2)}(x)$  из некоторых заданных множеств  $V^{(1)} \subset R^{r_1}$  и  $V^{(2)} \subset R^{r_2}$  соответственно;  $v^{(0)}$  управляющий векторный параметр из некоторого заданного множества  $V^{(0)} \subset R^{r_0}$ . Любую четверку  $\hat{v}$  с вышеуказанными свойствами назовем допустимым управлением. Множество допустимых управлений обозначим через  $U_{\hat{v}}$ .

Следует отметить, что вектор-функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  правых частей из условий (2) можно было считать зависящими от двух независимых друг от друга  $r_1^{(1)}$  и  $r_2^{(1)}$ - мерных управляющих вектор-функций  $v_1^{(1)}(t)$  и  $v_2^{(1)}(t)$  со значениями из некоторых заданных множеств  $V_1^{(1)} \subset R^{r_1^{(1)}}$  и  $V_2^{(1)} \subset R^{r_2^{(1)}}$ , т.е. можно было бы считать, что  $\varphi_k = \varphi_k(t, v_k^{(1)}(t))$ ,  $k=1,2$ . Но, объединяя эти управляющие вектор-функции в виде  $(v_1^{(1)}(t), v_2^{(1)}(t))$  и переобозначая полученную таким образом вектор-функцию снова через  $v^{(1)}(t)$ , получим, что, не нарушая общности, вектор-функции  $\varphi_k$  можно считать зависящими от одной управляющей вектор-функции  $v^{(1)}(t)$  в виде  $\varphi_k = \varphi_k(t, v^{(1)}(t))$ ,  $k=1,2$ , что и учтено в постановке задачи (1)-(4).

Пусть  $\hat{W}_{p,n}(G)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , - пространство всех  $n$ - мерных вектор-функций  $z(t, x)$ , которые на каждой области  $G_k$  ( $k=0,1$ ) принадлежат  $W_{p,n}(G_k)$  и являются непрерывными в точке  $(t, x) = (0, \alpha)$ . Здесь  $W_{p,n}(G_k)$  - пространство всех  $n$ -мерных вектор-функций  $z \in \mathcal{L}_{p,n}(G_k)$ , имеющих обобщенные в смысле С.Л.Соболева производные [4]  $z_t, z_x, z_{tx}$  из  $\mathcal{L}_{p,n}(G_k)$ ,  $k=0,1$ . Норму в пространстве  $\hat{W}_{p,n}(G)$  будем определять равенством

$$\|z\|_{\hat{W}_{p,n}(G)} = \sum_{k=0}^1 \|z\|_{W_{p,n}(G_k)}$$

где

$$\|z\|_{W_{p,n}(G_k)} = \|z\|_{p,G_k} + \|z_t\|_{p,G_k} + \|z_x\|_{p,G_k} + \|z_{tx}\|_{p,G_k},$$

а  $\|g\|_{p,G_k} = \|g(\cdot, \cdot)\|_{p,G_k} = \|g_0(\cdot, \cdot)\|_{p,G_k}$  - норма в пространстве  $\mathcal{L}_{p,n}(G_k)$   $n$ -мерных вектор-функций  $g(t, x) = (g_1(t, x), \dots, g_n(t, x))$  с компонентами  $g_j(\cdot, \cdot) \in \mathcal{L}_p(G_k)$ , причем  $g_0(t, x) = \|g(t, x)\| = \sum_{j=1}^n |g_j(t, x)|$  - норма  $n$ -вектора  $g(t, x)$ . Аналогично определяется норма в  $\mathcal{L}_{p,n \times n}(G_k)$   $n \times n$ -мерных матричных функций  $g(t, x) = (g_{ij}(t, x))$  с различием лишь  $g_0(t, x) = \|g(t, x)\| = \sum_{i,j=1}^n |g_{ij}(t, x)|$ .

Для заданного  $\hat{v} \in U_\delta$  решением задачи (1)-(4) будем называть вектор-функцию  $z \in \hat{W}_{p,n}(G)$ , для которой выполняются равенство (1) почти всюду на  $G$ , равенства (2) и (3) в смысле почти всюду на  $(0, T)$  и  $(0, l)$ , соответственно, а также равенство (4) - в обычном смысле.

Теперь рассмотрим линейный многоточечный функционал

$$S(\hat{v}) = \sum_{i=1}^N (a_i^{(0)}, z(t_i^{(0)}, x_i^{(0)})) + \sum_{i=1}^N (a_i^{(1)}, z(t_i^{(1)}, x_i^{(1)})), \quad (5)$$

определенный на решениях  $z \in \hat{W}_{p,n}(G)$  задачи (1)-(4), соответствующих допустимым управлениям  $\hat{v} \in U_\delta$ . Здесь:  $(t_i^{(k)}, x_i^{(k)}) \in \bar{G}_k$ ,  $i = 1, \dots, N$ ;  $k = 0, 1$ , - фиксированные точки, причем, если для некоторой точки  $(t_i^{(0)}, x_i^{(0)})$  выполняется условие  $x_i^{(0)} = \alpha$ , то будем считать, что  $z(t_i^{(0)}, x_i^{(0)}) = z(t_i^{(0)}, \alpha - 0)$ , если же для некоторой точки  $(t_j^{(1)}, x_j^{(1)})$  имеет место  $x_j^{(1)} = \alpha$ , то будем считать, что  $z(t_j^{(1)}, x_j^{(1)}) = z(t_j^{(1)}, \alpha + 0)$ ;  $a_k^{(0)}, a_k^{(1)}$  - заданные векторы из  $R^n$ ;  $(\cdot, \cdot)$  - скалярное произведение в  $R^n$ .

Теперь можно рассматривать следующую задачу оптимального управления: найти наименьшее значение функционала (5) на множестве  $U_\delta$ . Эту задачу иногда будем называть задачей (1)-(5).

Задачу оптимального управления (1)-(5) запишем в компактном виде

$$\hat{L}z = \hat{\varphi}(\hat{v}),$$

где  $\hat{\varphi}(\hat{v}) = (\varphi_0(v^{(0)}, \varphi_1(t, v^{(1)}(t)), \varphi_2(t, v^{(1)}(t)), \varphi_3(x, v^{(2)}(x)), \varphi(t, x, v(t, x)))$ .

Из вышеналоженных на функции  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi$  условий следует, что для любого допустимого управления  $\hat{v} = (v^{(0)}, v^{(1)}(t), v^{(2)}(x), v(t, x)) \in U_\delta$ , имеет место  $\hat{\varphi}(\hat{v}) \in Q_{p,n} = R^n \times \mathcal{L}_{p,n}(0, T) \times \mathcal{L}_{p,n}(0, T) \times \mathcal{L}_{p,n}(0, l) \times \mathcal{L}_{p,n}(G)$ .

Это согласуется с тем, что оператор  $\hat{L} = (L_0, L_1, L_2, L_3, L)$  задачи (1)-(4) при наложенных условиях действует из  $\hat{W}_{p,n}(G)$  в  $\hat{Q}_{p,n}$ . Отметим, что для всех  $1 \leq p \leq \infty$  оператор  $\hat{L}$  имеет линейный ограниченный сопряженный  $\hat{L}^* = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega)$ , действующий в пространстве  $\hat{Q}_{q,n}$ . Поэтому справедливо тождество

$$\hat{f}(\hat{L}z) \equiv (\hat{L}^* \hat{f})(z), \forall \hat{f} \in \hat{Q}_{q,n}, \forall z \in \hat{W}_{p,n}(G).$$

Это обосновывается изоморфизмом, осуществляемым оператором  $\Omega z = (z(0,0), z_t(t,0), z_t(t, \alpha + 0), z_x(0, x), z_{ix}(t, x))$  из  $\hat{W}_{p,n}(G)$  в  $\hat{Q}_{p,n}$  [5,6].

Если здесь функцию  $z \in \hat{W}_{p,n}(G)$  выбрать как решение задачи (1)-(4), то получим

$$\begin{aligned} \hat{f}(\hat{L}z) &\equiv (f_0, \varphi_0(v^{(0)})) + \sum_{k=1}^2 \int_0^T \int_0^l (f_k(t), \varphi_k(t, v^{(1)}(t))) dt + \int_0^l (f_3(x), \varphi_3(x, v^{(2)}(x))) dx + \\ &+ \iint_G (f(t, x), \varphi(t, x, v(t, x))) dt dx = (\omega_0 \hat{f}, z(0,0)) + \int_0^T ((\omega_1 \hat{f})(\tau), z_t(\tau, 0)) d\tau + \\ &+ \int_0^T ((\omega_2 \hat{f})(\tau), z_t(\tau, \alpha + 0)) d\tau + \int_0^l ((\omega_3 \hat{f})(\zeta), z_x(0, \zeta)) d\zeta + \\ &+ \iint_G ((\omega \hat{f})(\tau, \zeta), z_{ix}(\tau, \zeta)) d\tau d\zeta \equiv (\hat{L}^* \hat{f})(z), \quad \forall \hat{f} \in \hat{Q}_{q,n}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь компоненты сопряженного оператора  $\hat{L}^* = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega)$  определяются равенствами

$$\begin{aligned} \omega_0 \hat{f} &= f_0 + \sum_{k=1}^2 \int_0^T \int_0^l f_k(t) [\beta_{0,k}^*(t) + \beta_{1,k}^*(t) + \beta_{2,k}^*(t) + \beta_{3,k}^*(t)] dt \\ &+ \iint_G f(t, x) A_{0,0}^*(t, x) dt dx; \\ (\omega_1 \hat{f})(\tau) &\sum_{k=1}^2 \int_0^T \int_0^l f_k(t) \theta(t - \tau) [\beta_{0,k}^*(t) + \beta_{1,k}^*(t)] dt + \sum_{k=1}^2 \int_0^l f_k(\tau) [g_{0,k}^*(\tau) + g_{1,k}^*(\tau)] + \\ &+ \int_0^l f(\tau, x) A_{1,0}^*(\tau, x) \theta(\alpha - x) dx + \iint_G f(t, x) A_{0,0}^*(t, x) \theta(t - \tau) \theta(\alpha - x) dt dx; \end{aligned}$$

$$(\omega_3 \hat{f})(\zeta) = f_3(\zeta) + \sum_{k=1}^2 \int_0^T f_k(t) \theta(\alpha - \zeta) [\beta_{1,k}^*(t) + \beta_{2,k}^*(t)] dt + \sum_{k=1}^2 \int_0^T f_k(t) \beta_{3,k}^*(t) dt + \\ + \int_0^T f_3(\zeta) K^*(\tau, \zeta) d\zeta + \int_0^T f(t, \zeta) A_{0,1}^*(t, \zeta) dt + \iint_G f(t, x) A_{0,0}^*(t, x) \theta(x - \zeta) dt dx;$$

$$(\omega_2 \hat{f})(\tau) = \sum_{k=1}^2 \int_0^T f_k(t) \theta(t - \tau) [\beta_{2,k}^*(t) + \beta_{3,k}^*(t)] dt + \sum_{k=1}^2 f_k(\tau) [g_{2,k}^*(\tau) + g_{3,k}^*(\tau)] + \\ + \int_0^l f(\tau, x) A_{1,0}^*(\tau, x) \theta(x - \alpha) dx + \iint_G f(t, x) A_{0,0}^*(t, x) \theta(t - \tau) \theta(x - \alpha) dt dx;$$

$$(\omega \hat{f})(\tau, \zeta) = f(\tau, \zeta) + \iint_G f(t, x) A_{0,0}^*(t, x) \theta(t - \tau) \theta(x - \zeta) q_1(\zeta, x) dt dx + \\ + \int_0^l f(\tau, x) A_{1,0}^*(\tau, x) \theta(x - \zeta) q_1(\zeta, x) dx + \int_0^T f(t, \zeta) A_{0,1}^*(t, \zeta) \theta(t - \tau) dt + \\ + \sum_{k=1}^2 \int_0^T f_k(t) \theta(t - \tau) [\theta(\alpha - \zeta) \beta_{1,k}^*(t) + \theta(\zeta - \alpha) \beta_{3,k}^*(t)] dt + \\ + \sum_{k=1}^2 f_k(\tau) [\theta(\alpha - \zeta) g_{1,k}^*(\tau) + \theta(\zeta - \alpha) g_{3,k}^*(\tau)] + \\ + \iint_G f_3(\zeta) \theta(\bar{\tau} - \tau) K^*(\bar{\tau}, \zeta) d\bar{\tau} d\zeta + f_0 K_0^*(\tau, \zeta),$$

где  $q_1(\zeta, x) = \theta(\zeta - \alpha) \theta(x - \alpha) + \theta(\alpha - x)$ ,  $\theta(\cdot)$  – функция Хевисайда.

Равенство (6) показывает, что выражение функционала (5) можно записать в виде

$$S(\hat{v}) = \sum_{k=1}^N [(a_k^{(0)}, z(t_k^{(0)}, x_k^{(0)})) + (a_k^{(1)}, z(t_k^{(1)}, x_k^{(1)}))] + (\omega_0 \hat{f}, z(0, 0)) + \\ + \int_0^T ((\omega_1 \hat{f})(\tau), z_\tau(\tau, 0)) d\tau + \int_0^T ((\omega_2 \hat{f})(\tau), z_\tau(\tau, \alpha + 0)) d\tau + \int_0^l ((\omega_3 \hat{f})(\zeta), z_x(0, \zeta)) d\zeta + \\ + \iint_G ((\omega \hat{f})(\tau, \zeta), z_{\tau x}(\tau, \zeta)) d\tau d\zeta - (f_0, \varphi_0(v^{(0)})) - \sum_{k=1}^2 \int_0^T (f_k(t), \varphi_k(t, v^{(1)}(t))) dt - \\ - \int_0^l (f_3(x), \varphi_3(x, v^{(2)}(x))) dx - \iint_G (f(t, x), \varphi(t, x, v(t, x))) dt dx, \quad \forall \hat{f} \in \hat{Q}_{q,n}. \quad (7)$$

Пусть теперь  $\hat{v} = (v^{(0)}, v^{(1)}(t), v^{(2)}(x), v(t, x))$  и  $\hat{v} + \Delta\hat{v} = (v^{(0)} + \Delta v^{(0)}, v^{(1)}(t) + \Delta v^{(1)}(t), v^{(2)}(x) + \Delta v^{(2)}(x), v(t, x) + \Delta v(t, x))$  - различные допустимые управления, а  $z, z + \Delta z \in \hat{W}_{p,n}(G)$  - соответствующие им решения задачи (1)-(4). Тогда из (7) получим

$$\begin{aligned} \Delta S(\hat{v}) &= S(\hat{v} + \Delta\hat{v}) - S(\hat{v}) = \sum_{k=1}^n (a_k^{(0)}, \Delta z(t_k^{(0)}, x_k^{(0)})) + \sum_{k=1}^n (a_k^{(1)}, \Delta z(t_k^{(1)}, x_k^{(1)})) + \\ &+ (\omega_0 \hat{f}, \Delta z(0, 0)) + \int_0^T ((\omega_1 \hat{f})(\tau), \Delta z_t(\tau, 0)) d\tau + \int_0^T ((\omega_2 \hat{f})(\tau), \Delta z_t(\tau, \alpha + 0)) d\tau + \\ &+ \int_0^l ((\omega_3 \hat{f})(\zeta), \Delta z_x(0, \zeta)) d\zeta + \iint_G ((\omega \hat{f})(\tau, \zeta), \Delta z_{tx}(\tau, \zeta)) d\tau d\zeta - (f_0, \Delta \varphi_0(v^{(0)})) - \\ &- \sum_{k=1}^2 \int_0^T (f_k(t), \Delta \varphi_k(t, v^{(1)}(t))) dt - \int_0^l (f_3(x), \Delta \varphi_3(x, v^{(2)}(x))) dx - \\ &- \iint_G (f(t, x), \Delta \varphi(t, x, v(t, x))) dt dx, \quad \forall \hat{f} \in \hat{Q}_{q,n}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_0(v^{(0)}) &= \varphi_0(v^{(0)} + \Delta v^{(0)}) - \varphi_0(v^{(0)}), \\ \Delta \varphi_k(t, v^{(1)}(t)) &= \varphi_k(t, v^{(1)}(t) + \Delta v^{(1)}(t)) - \varphi_k(t, v^{(1)}(t)), \quad k = 1, 2; \\ \Delta \varphi_3(x, v^{(2)}(x)) &= \varphi_3(x, v^{(2)}(x) + \Delta v^{(2)}(x)) - \varphi_3(x, v^{(2)}(x)), \\ \Delta \varphi(t, x, v(t, x)) &= \varphi(t, x, v(t, x) + \Delta v(t, x)) - \varphi(t, x, v(t, x)). \end{aligned}$$

Используя естественное представление функции  $\Delta z \in \hat{W}_{p,n}(G)$ , запишем следующие равенства

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N (a_k^{(0)}, \Delta z(t_k^{(0)}, x_k^{(0)})) &= \sum_{k=1}^N (a_k^{(0)}, \Delta z(0, 0)) + \int_0^T \theta(t_k^{(0)} - \tau) \Delta z_t(\tau, 0) d\tau + \\ &+ \int_0^l \theta(x_k^{(0)} - \zeta) \Delta z_x(0, \zeta) d\zeta + \iint_G \theta(t_k^{(0)} - \tau) \theta(x_k^{(0)} - \zeta) \Delta z_{tx}(\tau, \zeta) d\tau d\zeta \end{aligned} \quad (9)$$

и

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N (a_k^{(1)}, \Delta z(t_k^{(1)}, x_k^{(1)})) &= \sum_{k=1}^N (a_k^{(1)}, \Delta z(0, 0)) + \int_0^T \theta(t_k^{(1)} - \tau) \Delta z_t(\tau, \alpha + 0) d\tau + \\ &+ \int_0^l \theta(x_k^{(1)} - \zeta) \Delta z_x(0, \zeta) d\zeta + \iint_G \theta(t_k^{(1)} - \tau) \theta(x_k^{(1)} - \zeta) \theta(\zeta - \alpha) \Delta z_{tx}(\tau, \zeta) d\tau d\zeta. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая (9) и (10) в (8) и выбирая при этом  $\hat{f}$  как решение в  $\hat{Q}_{q,n}$  системы



$$\begin{aligned}
 \omega_0 \hat{f} + \sum_{k=1}^N (a_k^{(0)} + a_k^{(1)}) &= 0; \\
 (\omega_1 \hat{f})(\tau) + \sum_{k=1}^N a_k^{(0)} \theta(t_k^{(0)} - \tau) &= 0, \quad \tau \in (0, T); \\
 (\omega_2 \hat{f})(\tau) + \sum_{k=1}^N a_k^{(1)} \theta(t_k^{(1)} - \tau) &= 0, \quad \tau \in (0, T); \\
 (\omega_3 \hat{f})(\zeta) + \sum_{k=1}^N a_k^{(0)} \theta(x_k^{(0)} - \zeta) + \sum_{k=1}^N a_k^{(1)} \theta(x_k^{(1)} - \zeta) &= 0, \quad \zeta \in (0, l); \\
 (\omega \hat{f})(\tau, \zeta) + \sum_{k=1}^N a_k^{(0)} \theta(t_k^{(0)} - \tau) \theta(x_k^{(0)} - \zeta) + \\
 + \sum_{k=1}^N a_k^{(1)} \theta(t_k^{(1)} - \tau) \theta(x_k^{(1)} - \zeta) \theta(\zeta - \alpha) &= 0, \quad (\tau, \zeta) \in G,
 \end{aligned} \tag{11}$$

для приращения функционала  $S(\hat{v})$ , получим формулу

$$\begin{aligned}
 \Delta S(\hat{v}) &= -[H_0(f_0, v^{(0)} + \Delta v^{(0)}) - H_0(f_0, v^{(0)})] - \\
 &- \sum_{k=1}^2 \int_0^T [H_k(t, f_k(t), v^{(1)}(t) + \Delta v^{(1)}(t)) - H_k(t, f_k(t), v^{(1)}(t))] dt - \\
 &- \int_0^l [H_3(x, f_3(x), v^{(2)}(x) + \Delta v^{(2)}(x)) - H_3(x, f_3(x), v^{(2)}(x))] dx - \\
 &- \iint_G [H(t, x, f(t, x), v(t, x) + \Delta v(t, x)) - H(t, x, f(t, x), v(t, x))] dt dx, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 H_0(f_0, v^{(0)}) &= (f_0, \varphi_0(v^{(0)})); \\
 H_k(t, f_k, v^{(1)}) &= (f_k, \varphi_k(t, v^{(1)})), \quad k = 1, 2; \\
 H_3(x, f_3, v^{(2)}) &= (f_3, \varphi_3(x, v^{(2)})), \\
 H(t, x, f, v) &= (f, \varphi(t, x, v)).
 \end{aligned}$$

Систему (11) будем называть сопряженной системой для задачи (1)-(5).

Из формулы (12) с помощью известного понятия игольчатой вариации для управляющих вектор-функций легко получается справедливость следующей теоремы.

**Теорема.** Пусть  $\hat{v} = (v^{(0)}, v^{(1)}(t), v^{(2)}(x), v(t, x))$  некоторое допустимое управление, а  $\hat{f} \in \hat{Q}_{q,n}$  - решение сопряженной системы (11). Тогда для оптимальности этого управления необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия максимума Л.С.Понтрягина, т.е. следующие условия

$$\max_{g^{(1)} \in V^{(1)}} \sum_{k=1}^2 H_k(t, f_k(t), g^{(1)}) = \sum_{k=1}^2 H_k(t, f_k(t), v^{(1)}(t)) \quad \text{почти для всех}$$

$$t \in (0, T),$$

$$\max_{g^{(2)} \in V^{(2)}} H_3(x, f_3(x), g^{(2)}) = H_3(x, f_3(x), v^{(2)}(x)) \quad \text{почти для всех}$$

$$x \in (0, l),$$

$$\max_{g \in V} H(t, x, f(t, x), g) = H(t, x, f(t, x), v(t, x)) \quad \text{почти для всех}$$

$$(t, x) \in G,$$

и 
$$\max_{g^{(0)} \in V^{(0)}} H_0(f_0, g^{(0)}) = H_0(f_0, v^{(0)}).$$

Эта теорема показывает, что вопрос о нахождении управления  $\hat{v}$ , доставляющего наименьшее значение функционалу (5), сводится к решению сопряженной системы (11).

В настоящей работе использован изоморфизм между пространствами, а также указан оператор, осуществляющий этот изоморфизм. На основе этого изоморфизма удалось указать понятие сопряженного оператора, а также ввести понятие сопряженной задачи. Используя решение сопряженной задачи определено необходимое и достаточное условия оптимальности в виде принципа максимума Л.С.Понтрягина.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпунов А.А., Багриновская Г.П., Свирежнев Ю.М. и др. Математическое моделирование в биологии. М.: Наука, 1975, 156 с.
2. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв. М.: Наука, 1976, 352 с.
3. Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги / ДУ, 1979, т.15, №1, с.95-105
4. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск, 1962, 256 с.
5. Ахмедов Ф.Ш. Оптимизация гиперболических систем при нелокальных краевых условиях Бицадзе-Самарского / ДАН СССР, 1985, Т.283, №4, с.787-791
6. Ахыев С.С. Понятие сопряженной задачи для линейных гиперболических контактно-краевых задач / Доклады НАН Азербайджана, 2001, Т.LVII, №4-6, с.40-44

УДК 517.95

**Исмаилов А.И.**

*Бакинский государственный университет  
ismayilovarif@icloud.com*

**О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ  
ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С  
ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С  
ИНТЕГРАЛЬНЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРВОГО РОДА**

*Ключевые слова: обратная краевая задача, уравнения третьего порядка, метод Фурье, классическое решение*

Исследована одна обратная краевая задача для дифференциального уравнения с частными производными третьего порядка с интегральным краевым условием. Сначала исходная задача сводится к эквивалентной задаче, для которой доказывается теорема существования и единственности решения. Далее, пользуясь этими фактами, доказываются существование и единственность классического решения исходной задачи.

*A.İ.İsmayilov*

**BİR ÜÇ TƏRTİBLİ XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN  
BİRİNCİ NÖV İNTEQRAL SƏRHƏD ŞƏRTLİ  
TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏNİN HƏLLİ**

*Açar sözlər: tərs sərhəd məsələsi, üç tərtibli diferensial tənlik, Furye üsulu, klassik həll*

İşdə üç tərtibli diferensial tənlik üçün inteqral sərhəd şərtli bir tərs məsələ tədqiq olunur. Əvvəlcə verilmiş məsələ ekvivalent məsələyə gətirilir. Bu məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur. Daha sonra isə verilmiş məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunur.

*A.I.Ismailov*

**ON AN INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A PARTIAL  
DIFFERENTIAL EQUATION OF THIRD ORDER WITH INTEGRAL  
BOUNDARY CONDITION OF THE FIRST KIND**

*Keywords: inverse boundary value problem, third-order equation, Fourier method, classical solution*

In the article the author analyses one inverse boundary problem for a partial differential equation of third order with integral boundary condition. First, an original

problem is reduced to the equivalent problem, the theorem of existence and uniqueness of solution is proved for the latter. Then using these facts the author proves existence and uniqueness of classical solution of the original problem.

**1. Введение.** Обратные задачи представляют собой активно развивающийся раздел современной математики. В последнее время обратные задачи возникают в самых различных областях человеческой деятельности, таких, как сейсмология, разведка полезных ископаемых, биология, медицина, контроль качества промышленных изделий и т. д., что ставит их в ряд актуальных проблем современной математики. Различные обратные задачи для отдельных типов дифференциальных уравнений в частных производных изучались во многих работах. Отметим здесь, прежде всего работы А.Н.Тихонова [1], М.М.Лаврентьева [2, 3], В. К.Иванова [4] и их учеников. Более подробно об этом можно прочитать в монографии А.М.Денисова [5].

В данной работе с помощью метода сжимающих отображений доказаны существование и единственность решения одной обратной краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными третьего порядка с интегральным краевым условием первого рода.

## 2. Постановка обратной краевой задачи

Рассмотрим для уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \left( a(t) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) = p(t)u(x,t) + f(x,t), \quad (1)$$

в области  $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$  обратную краевую задачу с начальными условиями

$$u(x,0) = \varphi(x), u_t(x,0) = \psi(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad (2)$$

граничным условием Неймана

$$u_x(0,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

и с дополнительным условием

$$u(0,t) = h(t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (5)$$

где  $a(t) > 0$ ,  $f(x,t)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $\psi(x)$ ,  $h(t)$  - заданные функции, а  $u(x,t)$  и  $p(t)$  - искомые функции.

Введем обозначения

$$\tilde{C}^{2,2}(D_T) = \{u(x,t) : u(x,t) \in C^2(D_T), u_{xx}(x,t) \in C(D_T)\}.$$

**Определение.** Под классическим решением обратной краевой задачи (1)-(5) будем понимать пару  $\{u(x,t), p(t)\}$  функций  $u(x,t)$ ,  $p(t)$ , если  $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,2}(D_T)$ ,  $p(t) \in C[0, T]$  и выполняются соотношения (1)-(5) в обычном смысле.

Справедлива следующая

**Теорема 1.** Пусть  $f(x,t) \in C(D_T)$ ,  $\psi(x) \in C[0, 1]$ ,  $\varphi(x) \in C^1[0, 1]$ ,  $\varphi'(1) = 0$ ,  $h(t) \in C^2[0, T]$ ,  $0 < a(t) \in C^1[0, T]$ ,  $h(t) \neq 0$ ,  $\int_0^1 f(x,t) dx = 0$  ( $0 \leq t \leq T$ )

и выполняются условия согласования

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad \int_0^1 \psi(x) dx = 0, \quad \varphi(0) = h(0), \quad \psi(0) = h'(0).$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(5) эквивалентна задаче определения функций  $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,2}(D_T)$ ,  $p(t) \in C[0, T]$ , удовлетворяющие уравнению (1), условиям (2), (3) и условиям

$$u_x(1,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (6)$$

$$h''(t) - \frac{\partial}{\partial t} \left( a(t) \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2} \right) = p(t)u(0,t) + f(0,t) \quad (0 \leq t \leq T). \quad (7)$$

**Доказательство.** Пусть  $\{u(x,t), p(t)\}$  является классическим решением задачи (1) - (5). Интегрируя уравнение (1) по  $x$  от 0 до 1, с учётом (3), имеем:

$$\frac{d^2}{dt^2} \int_0^1 u(x,t) dx - \frac{d}{dt} (a(t)u_x(1,t)) = p(t) \int_0^1 u(x,t) dx + \int_0^1 f(x,t) dx \quad (0 \leq t \leq T). \quad (8)$$

Допуская, что  $\int_0^1 f(x,t) dx = 0$  ( $0 \leq t \leq T$ ), с учётом (4), получаем:

$$\frac{d}{dt} (a(t)u_x(1,t)) = 0 \quad (0 \leq t \leq T). \quad (9)$$

В силу (2) и  $\varphi'(1) = 0$  очевидно, что

$$u_x(1,0) = \varphi'(1) = 0. \quad (10)$$

приходим к выполнению (6).

Так как, задача (9), (10) имеет только тривиальное решение, то ясно, что выполняется и условие (6).

Далее, из (5) видно, что

$$u_t(0,t) = h'(t), u_{tt}(0,t) = h''(t) \quad (0 \leq t \leq T) \quad (11)$$

Поставляя  $x = 0$  в уравнение (1), имеем

$$\frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \left( a(t) \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2} \right) = p(t)u(0,t) + f(0,t) \quad (0 \leq t \leq T). \quad (12)$$

Отсюда, с учетом (5) и (11), приходим к выполнению (7).

Теперь, предположим, что  $\{u(x,t), p(t)\}$  является решением задачи (1)- (3), (6), (7).

Тогда из (8), с учётом (6) имеем:

$$y''(t) = a(t)y(t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (13)$$

где

$$y(t) = \int_0^1 u(x,t) dx \quad (0 \leq t \leq T).$$

В силу (2) и  $\int_0^1 \varphi(x) dx = 0$ ,  $\int_0^1 \psi(x) dx = 0$  очевидно, что

$$y(0) = \int_0^1 u(x,0) dx = \int_0^1 \varphi(x) dx = 0, y'(0) = \int_0^1 u_t(x,0) dx = \int_0^1 \psi(x) dx = 0. \quad (14)$$

Из (13) и (14) приходим к выполнению (4).

Далее, из (7) и (12) получаем:

$$\frac{d^2}{dt^2} (u(0,t) - h(t)) - p(t)(u(0,t) - h(t)) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (15)$$

В силу (2) и условия согласования  $\varphi(0) = h(0)$ ,  $\psi(0) = h'(0)$ , (10), имеем:

$$\begin{aligned} u(0,0) - h(0) &= \varphi(0) - h(0) = 0, \\ u_t(0,0) - h'(0) &= \psi(0) - h'(0) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) и (16) заключаем, что выполняется условие (5). Теорема 1 доказана.

### **О разрешимости обратной краевой задачи.**

Так как система  $1, \cos \pi x, \cos 2\pi x, \cos k\pi x, \dots$  образует базис в  $L_2(0,1)$ , то очевидно, что для каждого решения  $\{u(x,t), p(t)\}$  задачи (1)- (3), (6), (7) его первая компоненту  $u(x,t)$  имеет вид:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) \cos \lambda_k x \quad (\lambda_k = k\pi), \quad (17)$$

где

$$u_k(t) = m_k \int_0^1 u(x,t) \cos \lambda_k x dx \quad (k = 0, 1, \dots),$$

причём

$$m_k = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ 2, & k = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Тогда применяя формальную схему метода Фурье, из (1), (2), получаем:

$$u_k''(t) + \lambda_k^2 (a(t)u_k(t))' = F_k(t; u, p) \quad (k = 0, 1, 2, \dots; 0 \leq t \leq T), \quad (18)$$

$$u_k(0) = \varphi_k, u_k'(0) = \psi_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (19)$$

где

$$F_k(t; u, p) = m_k \int_0^1 (p(t)u(x,t) + f(x,t)) \cos \lambda_k x dx = p(t)u_k(t) + f_k(t),$$

$$f_k(t) = m_k \int_0^1 f(x,t) \cos \lambda_k x dx, \quad \varphi_k = m_k \int_0^1 \varphi(x) \cos \lambda_k x dx,$$

$$\psi_k = m_k \int_0^1 \psi(x) \cos \lambda_k x dx \quad (k = 0, 1, \dots).$$

Решая задачу (18), (19) с помощью метода вариация постоянных, находим:

$$u_0(t) = \varphi_0 + t\psi_0 + \int_0^t (t - \tau)F_0(\tau; u, p)d\tau, \quad (20)$$

$$u_k(t) = \varphi_k \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s)ds} + \lambda_k^2 a(0) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s)ds} d\tau \right) + \psi_k \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s)ds} d\tau +$$

$$+ \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s)ds} d\tau \right) d\eta \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (21)$$

Дифференцируя два раза (21) получаем:

$$u_k'(t) = -\lambda_k^2 \varphi_k \left( a(t) e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s)ds} - a(0) \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s)ds} d\tau \right) \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \psi_k \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) + \\
& + \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \quad (k=1,2,\dots), \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_k''(t) = & -\lambda_k^2 \varphi_k \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + \lambda_k^2 a(0)(a'(t) - \right. \\
& \left. - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) - \lambda_k^2 \psi_k (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau + \\
& - \lambda_k^2 \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau + a(t) \right) d\eta + \\
& + F_k(t; u, p) \quad (k=1,2,\dots). \quad (23)
\end{aligned}$$

После подстановки выражения  $u_0(t)$  из (20),  $u_k(t)$  ( $k=1,2,\dots$ ) из (21) в (17), для определения компоненты  $u(x,t)$  решения задачи (1)-(3), (6), (7) получаем:

$$\begin{aligned}
u(x,t) = & \varphi_0 + t\psi_0 + \int_0^t (t-\tau)F_0(\tau; u, p)d\tau + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \varphi_k \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + \lambda_k^2 a(0) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) + \right. \\
& \left. + \psi_k \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau + \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \right\} \cos \lambda_k x. \quad (24)
\end{aligned}$$

Теперь из (7), с учётом (17), получим:

$$p(t) = [h(t)]^{-1} \left\{ h''(t) - f(0,t) + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 (a(t)u_k(t))' \right\}. \quad (25)$$

Далее, из (18), в силу (23) находим:

$$\lambda_k^2 (a(t)u_k(t))' = -u_k''(t) + F_k(t; u, p, q) =$$



$$\begin{aligned}
 &= \lambda_k^2 \varphi_k \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + \lambda_k^2 a(0) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) \right) + \\
 &\quad + \lambda_k^2 \psi_k (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau + \\
 &\quad + \lambda_k^2 \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau + a(t) \right) d\eta \quad (k=1, 2, \dots) \quad (26)
 \end{aligned}$$

Для того, чтобы получить уравнение для второй компоненты  $p(t)$  решения  $\{u(x, t), p(t)\}$  задачи (1)-(3), (6), (7) подставим выражение  $\lambda_k^2 (a(t)u_k(t))' (k=1, 2, \dots)$  из (26) в (25) имеем:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= [h(t)]^{-1} \{h''(t) - f(0, t) + \\
 &\sum_{k=1}^{\infty} \left[ \lambda_k^2 \varphi_k \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + \lambda_k^2 a(0) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \lambda_k^2 \psi_k (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau + \right. \\
 &\quad \left. + \lambda_k^2 \int_0^t F_k(\eta; u, p) \left( (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau + a(t) \right) d\eta \right] \}, \quad (27)
 \end{aligned}$$

Таким образом, решение задачи (1)-(3), (6), (7) свелось к решению системы (24), (27) относительно неизвестных функций  $u(x, t)$  и  $p(t)$ .

Для изучения вопроса единственности решения задачи (1) - (3), (6), (7) важную роль играет следующая:

**Лемма 1.** Если  $\{u(x, t), p(t)\}$  - любое решение задачи (1)-(3), (6), (7), то функции

$$u_k(t) = m_k \int_0^1 u(x, t) \cos \lambda_k x dx \quad (k=0, 1, \dots)$$

удовлетворяют системе (20) и (21).

**Доказательство.** Пусть  $\{u(x, t), p(t)\}$  - любое решение (1)-(3), (6)-(7). Тогда умножив обе части уравнения (1) на функцию  $m_k \cos \lambda_k x$

( $k = 0, 1, \dots$ ), интегрируя полученное равенство по  $x$  от  $0$  до  $1$  и пользуясь соотношениями

$$m_k \int_0^1 u_{tt}(x, t) \cos \lambda_k x dx = \frac{d^2}{dt^2} \left( m_k \int_0^1 u(x, t) \cos \lambda_k x dx \right) = u_k''(t) \quad (k = 0, 1, \dots),$$

$$m_k \int_0^1 u_{xx}(x, t) \cos \lambda_k x dx = -\lambda_k^2 \left( m_k \int_0^1 u(x, t) \cos \lambda_k x dx \right) = -\lambda_k^2 u_k(t) \quad (k = 0, 1, \dots)$$

получаем, что удовлетворяется уравнение (18).

Аналогично, из (2) получаем, что выполняется условие (19).

Таким образом,  $u_k(t)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) являются решением задачи (18), (19). А отсюда, непосредственно следует, что функции  $u_k(t)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) удовлетворяют на  $[0, T]$  системе (20), (21). Лемма доказана.

Очевидно, что если  $u_k(t) = m_k \int_0^1 u(x, t) \cos \lambda_k x dx$  ( $k = 0, 1, \dots$ ) является решением системы (20) и (21), то пара  $\{u(x, t), p(t)\}$  функций  $u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) \cos \lambda_k x$  и  $p(t)$  является решением системы (24), (27).

Из леммы 1 следует, что имеет место следующее

**Следствие.** Пусть система (24), (27) имеет единственное решение. Тогда задача (1)-(3), (6), (7) не может иметь более одного решения, т.е. если задача (1)-(3), (6),(7) имеет решение, то оно единственно.

1. Обозначим через  $B_{2,T}^3$  [6], совокупность всех функций  $u(x, t)$  вида

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) \cos \lambda_k x ,$$

рассматриваемых в  $D_T$ , где каждая из функций  $u_k(t)$  ( $k = 0, 1, \dots$ ) непрерывна на  $[0, T]$  и

$$I(u) \equiv \|u_0(t)\|_{C[0,T]} + \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < +\infty .$$

Норму на этом множестве определим так:

$$\|u(x, t)\|_{B_{2,T}^3} = I(u).$$

2. Через  $E_T^3$  обозначим пространство, состоящее из топологического произведения

$$B_{2,T}^3 \times C[0, T].$$

Норма элемента  $z = \{u, p\}$  определяется формулой

$$\|z\|_{E_T^3} = \|u(x, t)\|_{B_{2,T}^3} + \|p(t)\|_{C[0,T]}.$$

Известно, что  $B_{2,T}^3$  и  $E_T^3$  являются банаховыми пространствами.

Теперь рассмотрим в пространстве  $E_T^3$  оператор

$$\Phi(u, a) = \{\Phi_1(u, p), \Phi_2(u, p)\},$$

где

$$\Phi_1(u, p) = \tilde{u}(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{u}_k(t) \cos \lambda_k x, \quad \Phi_2(u, p) = \tilde{p}(t).$$

а  $\tilde{u}_0(t)$ ,  $\tilde{u}_k(t)$  и  $\tilde{p}(t)$  равны соответственно правым частям (20), (21) и (77).

Нетрудно видеть, что

$$\int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \leq \frac{1}{m\lambda_k^2}, \quad \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \leq \frac{1}{m\lambda_k^2},$$

где

$$m = \min_{0 \leq t \leq T} a(t) > 0.$$

Учитывая эти соотношения находим:

$$\|\tilde{u}_0(t)\|_{C[0,T]} \leq |\varphi_0| + T|\psi_0| + T\sqrt{T} \left( \int_0^T |f_0(\tau)|^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} + T^2 \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u_0(t)\|_{C[0,T]}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|\tilde{u}_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq 2 \left( 1 + \frac{a(0)}{m} \right) \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |\varphi_k|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \\ & + \frac{2}{m} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k |\psi_k|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2\sqrt{T}}{m} \left( \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k |f_k(\tau)|)^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} + \\ & + \frac{2T}{m} \|p(t)\|_{C[0,T]} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^2 \|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\tilde{p}(t)\|_{C[0,T]} & \leq \|[h(t)]^{-1}\|_{C[0,T]} \{ \|h''(t) - f(0, t)\|_{C[0,T]} + \\ & + \left( \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-2} \right)^{\frac{1}{2}} (\|a'(t)\|_{C[0,T]} + \|a^2(t)\|_{C[0,T]}) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ \left( 1 + \frac{a(0)}{m} \right) \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^5 |\varphi_k|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{m} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |\psi_k|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{T}}{m} \left( \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |f_k(\tau)|)^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{m} \|p(t)\|_{C[0,T]} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \Bigg\}, \quad (30) \end{aligned}$$

Предположим, что данные задачи (1)-(3), (6), (7) удовлетворяют следующим условиям:

- 1).  $\varphi(x) \in C^4[0,1], \varphi^{(5)}(x) \in L_2(0,1), \varphi'(0) = \varphi'(1) = \varphi'''(0) = \varphi'''(1) = 0$ ,
- 2).  $\psi(x) \in C^2[0,1], \psi'''(x) \in L_2(0,1), \psi'(0) = \psi'(1) = 0$ .
- 3).  $f(x,t), f_x(x,t), f_{xx}(x,t) \in C(D_T), f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T),$   
 $f_x(0,t) = f_x(1,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T)$ .
- 4).  $0 < a(t) \in C^1[0,T], h(t) \in C^2[0,T], h(t) \neq 0 \quad (0 \leq t \leq T)$ .

Тогда из (28) - (30), получаем:

$$\|\tilde{u}(x,t)\|_{B_{2,T}^3} \leq A_1(T) + B_1(T) \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3}, \quad (31)$$

$$\|\tilde{p}(t)\|_{C[0,T]} \leq A_2(T) + B_2(T) \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3}. \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} A_1(T) &= \|\varphi(x)\|_{L_2(0,1)} + T \|\psi(x)\|_{L_2(0,1)} + T\sqrt{T} \|f(x,t)\|_{L_2(D_T)} + \\ &+ 2 \left( 1 + \frac{a(0)}{m} \right) \|\varphi'''(x)\|_{L_2(0,1)} + \frac{2}{m} \|\psi'(x)\|_{L_2(0,1)} + \frac{2\sqrt{T}}{m} \|f_x(x,t)\|_{L_2(D_T)}, \\ B_1(T) &= T^2 + \frac{2T}{m}, \\ A_2(T) &= \|[h(t)]^{-1}\|_{C[0,T]} \{ \|h''(t) - f(0,t)\|_{C[0,T]} + \\ &+ \left( \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-2} \right)^{\frac{1}{2}} (\|a'(t)\|_{C[0,T]} + \|a^2(t)\|_{C[0,T]}) \times \\ &\times \left[ \left( 1 + \frac{a(0)}{m} \right) \|\varphi^{(5)}(x)\|_{L_2(0,1)} + \frac{1}{m} \|\psi'''(x)\|_{L_2(0,1)} + \frac{\sqrt{T}}{m} \|f_{xxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)} \right] \Bigg\}, \\ B_2(T) &= \|[h(t)]^{-1}\|_{C[0,T]} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \|a'(t)\|_{C[0,T]} + \|a^2(t)\|_{C[0,T]} \right) \frac{T}{m}. \end{aligned}$$

Из неравенств (31)- (32) заключаем:

$$\|\tilde{u}(x,t)\|_{B_{2,T}^3} + \|\tilde{p}(t)\|_{C[0,T]} \leq A(T) + B(T) \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3}. \quad (33)$$

где

$$A(T) = A_1(T) + A_2(T), \quad B(T) = B_1(T) + B_2(T).$$

Итак, можно доказать следующую теорему:

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия 1)- 4 ) и

$$B(T)(A(T) + 2)^2 < 1, \quad (34)$$

Тогда задача (1)- (3), (6) , (7) имеет в шаре  $K = K_R (\|z\|_{E_T^3} \leq R = A(T) + 2)$  пространства  $E_T^3$  единственное решение.

**Доказательство.** В пространстве  $E_T^3$  рассмотрим уравнение

$$z = \Phi z, \quad (35)$$

Где  $z = \{u, p\}$ , компоненты  $\Phi_i(u, p) (i=1,2)$  оператора  $\Phi(u, p)$  определены правыми частями уравнений (24), (27), соответственно. Рассмотрим оператор  $\Phi(u, p)$  в шаре  $K = K_R (\|z\|_{E_T^3} \leq R = A(T) + 2)$  из  $E_T^3$ .

Аналогично (33) получаем, что для любых  $z, z_1, z_2 \in K_R$  справедливы оценки:

$$\|\Phi z\|_{E_T^3} \leq A(T) + B(T) \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3} \leq A(T) + B(T)(A(T) + 2)^2, \quad (36)$$

$$\|\Phi z_1 - \Phi z_2\|_{E_T^3} \leq B(T)R \left( \|u_1(x,t) - u_2(x,t)\|_{B_{2,T}^3} + \|p_1(t) - p_2(t)\|_{C[0,T]} \right) \quad (37)$$

Тогда из оценок (36) и (37), с учетом (34), следует, что оператор  $\Phi$  действует в шаре  $K = K_R$  и является сжимающим. Поэтому в шаре  $K = K_R$  оператор  $\Phi$  имеет единственную неподвижную точку  $\{u, p\}$ , которая является единственным решением уравнения (35), т.е. является единственным в шаре  $K = K_R$  решением системы (24), (27).

Функция  $u(x,t)$ , как элемент пространства  $B_{2,T}^3$ , непрерывна и имеет непрерывные производные  $u_x(x,t)$ ,  $u_{xx}(x,t)$  в  $D_T$ .

Из (22) ясно, что  $u'_k(t) \in C[0,T] (k = 1,2,\dots)$  и

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \lambda_k^3 \|u'_k(t)\|_{C[0,T]} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ & \leq 2 \left( \|a(t)\|_{C[0,T]} + a(0) \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \right) \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \lambda_k^5 |\varphi_k|^2 \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + 2 \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \lambda_k^3 |\psi_k|^2 \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \end{aligned}$$

$$+ 2 \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \left[ \sqrt{T} \left( \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 |f_k(\tau)|)^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} + T \|p(t)\|_{C[0,T]} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

или

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|u'_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ & \leq 2 \left( \|a(t)\|_{C[0,T]} + a(0) \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \right) \|\varphi^{(5)}(x)\|_{L_2(0,1)} + 2 \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \|\psi'''(x)\|_{L_2(0,1)} + \\ & + 2 \left( 1 + \frac{\|a(t)\|_{C[0,T]}}{m} \right) \left[ \sqrt{T} \|f_{xxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)} + T \|p(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3} \right]. \end{aligned}$$

Из последнего соотношения ясно, что  $u_t(x,t), u_{tx}(x,t), u_{ttx}(x,t)$  непрерывна в  $D_T$ .

Из (18), нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k \|u''_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \sqrt{3} \|a(t)\|_{C[0,T]} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^3 \|u'_k(t)\|_{C[0,T]})^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \\ & + \sqrt{3} \|a'(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3} + \|f_x(x,t) + p(t)u_x(t)\|_{C[0,T]} \|u(x,t)\|_{L_2(0,1)}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что  $u_{tt}(x,t)$  непрерывна в  $D_T$ .

Легко проверить, что уравнение (1) и условия (2), (3), (6) и (7) удовлетворяются в обычном смысле. Следовательно,  $\{u(x,t), p(t)\}$  является решением задачи (1)-(3), (6), (7). В силу следствия леммы 1 оно единственно в шаре  $K = K_R$ . Теорема доказана.

В силу теоремы 1, из теоремы 2 немедленно вытекает однозначная разрешимость задачи (1)-(5).

**Теорема 3.** Пусть выполняются все условия теоремы 2,

$$\int_0^1 f(x,t) dx = 0, \quad (0 \leq t \leq T) \text{ и выполнены условия согласования}$$

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0, \quad \int_0^1 \psi(x) dx = 0, \quad \varphi(0) = h(0), \quad \psi(0) = h'(0)$$

Тогда задача (1)-(5) имеет в шаре  $K = K_R(\|z\|_{E_T^3} \leq R = A(T) + 2)$  пространства  $E_T^3$  единственное классическое решение.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Тихонов А.И.* Об устойчивости обратных задач / Докл. АН СССР. 1943, 39, №5, с.195-198
2. *Лаврентьев М.М.* Об одной обратной задаче для волнового уравнения / Докл. АН СССР. 1964, 157, №3, с.520-521
3. *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шихатский С.Т.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М: Наука, 1980, 288 с.
4. *Иванов В.К., Васин В.В., Танина В.П.* Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978, 206 с.
5. *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач. М: МГУ, 1994, 206 с.
6. *Худавердиев К.И., Велиев А.А.* Исследование одномерной смешанной задачи для одного класса псевдогиперболических уравнений третьего порядка с нелинейной операторной правой частью, Баку: Чашыоглы, 2010, 168 с.

УДК 517.5

*С.Г.Касумова*

*Азербайджанский государственный педагогический университет  
sabina.qasimova.84@mail.ru*

## ОБ ОДНОМ ВЕСОВОМ НЕРАВЕНСТВЕ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В $L_p$ – ПРОСТРАНСТВАХ БАНАХОВОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ

*Ключевые слова:* радиальный вес, ядро, сингулярный интеграл, банахова решетка

Получены двухвесовые неравенства слабого и сильного типа в пространствах  $L_p(\Omega_k, E)$  для интегральных операторов, возникающих на основе интегрального представления Ильина-Бесова в случае радиальных весов.

*S.H.Qasimova*

## $L_p$ BANAX FƏZALARINDA İNTEQRAL OPERATORLAR ÜÇÜN ÇƏKİLİ BƏRABƏRSİZLİKLƏR

*Açar sözlər:* radial çəki, nüvə, sinqulyar integral, Banax qəfəsi

Radial çəkili İlin-Besov integral təsvirinə əsasən integral operatorlar üçün  $L_p(\Omega_k, E)$  fəzasında zəif və güclü tipli ikiçəkili bərabərsizliklər alınmışdır.

*S.H.Gasimova*

## WEIGHTED INEQUALITIES FOR OPERATORS IN $L_p$ BANACH SPACES FUNCTIONS

*Key words:* radial weight, kernel, singular integral, Banach lattice

Received two-weighted inequalities of weak and strong type in spaces  $L_p(\Omega_k, E)$  for integral operators arising from the integral representation İlin-Besov in radial scales.

Пусть  $R^n$ -н-мерное евклидово пространство точек

$x = (x_1, \dots, x_n)$ ,

$x = (x', x''), x' = (x_1, \dots, x_k) \in R^k, x'' = (x_{k+1}, \dots, x_n) \in R^{n-k}, k = 1, \dots, n - 1.$

$R_+^n = \{x: x \in R^n, x_n > 0\}, R_{++}^n = \{x: x \in R^n, x_1 > 0, \dots, x_n > 0\}.$

$N$  - множество натуральных чисел,  $N_0 = N \cup \{0\}; R_0^n = R^n \setminus \{0\};$



$$S^{n-1} = \{x: x \in R^n, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1\} .$$

Через  $a = (a_1, \dots, a_n)$ ,  $m = (m_1, \dots, m_n)$  мульти индексы с целочисленными неотрицательными компонентами,  $|a| = \sum_{i=1}^n a_i$ ;

$$(a, m) = \sum_{i=1}^n a_i m_i, a = (a_1, \dots, a_n); a > 0, i = 1, \dots, n.$$

Пусть  $\rho(x)$  – положительное при  $x \neq 0$  решение уравнения, заданного неявно равенством  $\sum_{i=1}^n x_i^2 \rho^{-2a_i} = 1$

Отметим, что  $\rho(x)$  эквивалентно  $\sum_{i=1}^n |x_i|^{a_i}$ , для некоторых положительных  $c_1, c_2$ .

$$c_1 \rho(x) \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^{a_i} \leq c_2 \rho(x), \quad x \in R^n$$

Будем говорить, что банахово пространство  $E$   $\zeta$ -выпукло, или выпукло по Буркхольдерус, если существует симметрическая функция  $\zeta(a, b)$  на  $E \times E$ , выпуклая по каждой из переменных и удовлетворяющая условиями:

$$\zeta(0, 0) > 0, \quad \zeta(a, b) \leq \|a + b\|_E, \quad \text{при } \|a\|_E = \|b\|_E = 1$$

Через  $L_{p, \omega}(R^n, E)$  будем обозначать пространство сильно измеримых на  $R^n$ ,  $E$  – значных функциями  $f(x)$  для которых конечна норма.

$$\|f\|_{L_{p, \omega}(R^n, E)} = \left( \int_{R^n} \|f(x)\|_E^p \omega(x) dx \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty.$$

Говорят, что  $\omega$  принадлежит к  $A_p(R^n)$ ,  $1 < p < \infty$ , если

$$\sup_{x, y \in R^n} |B(x, r)|^{-1} \int_{B(x, r)} \omega(y) dy \left( |B(x, r)|^{-1} \int_{B(x, r)} \omega^{-\frac{1}{p-1}}(y) dy \right)^{p-1} < \infty$$

Кроме того,  $\omega \in A_1(R^n)$ , если  $x \in R^n$  и  $r > 0$

$$|B(x, r)|^{-1} \int_{B(x, r)} \omega^{-\frac{1}{p-1}}(y) dy \leq C \operatorname{ess\,sup}_{y \in B(x, r)} \omega(y).$$

Пусть рассмотрим анизотропный сингулярный интегральный оператор.

$$Tf(x) = \int_{R^n} k(x-y)f(y)dy = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} T_\varepsilon f(x)$$

Предположим, что  $k: R_0^n \rightarrow R$ , анизотропное сингулярное ядро, удовлетворяющее условиям:

1)  $k(t^a x) \equiv k(t^{a_1}x_1, \dots, t^{a_n}x_n) = t^{-|a|}k(x)$ ,  $t > 0$ ,  $x \in R_0^n$ ,

где  $|a| = \sum_{i=1}^n a_i$ .

2)  $\int_{S^{n-1}} k(x) \sum_{i=1}^n a_i x_i^2 dS(x) = 0$ .

3) Существует такая постоянная  $c > 0$ , что

$$|k(x-y) - k(x)| \leq c\omega(g(y)/g(x)) g(x)^{-|a|},$$

при  $g(x) > 2g(y)$ , где  $C$  – не зависит от  $x, y$  и функция

$\omega: [0, 1] \rightarrow R_+$ , неубывающая

$\omega(0) = 0$ ,  $\omega(2S) \leq c \cdot \omega(S)$ ,  $c \geq 1$  для  $S > 0$  и

$$\int_0^1 \omega(t) \frac{dt}{t} < \infty$$

*Теорема 1.* Пусть  $E$  –  $\xi$  выпуклая банахова решетка и ядро  $k$  удовлетворяет условиям 1) – 3),  $\omega \in A_p(R^n)$ ,  $f \in L_p, \omega(R^n, E)$ ,  $1 \leq p < \infty$ . Тогда сингулярный интеграл  $Tf(x)$  существует в смысле сходимости по норме  $E$  для почти всех  $x \in R^n$ , и при  $1 < p < \infty$  ограничен из  $L_p, \omega(R^n, E)$  в  $L_p, \omega(R^n, E)$ , то есть

$$\int_{R^n} \|Tf(x)\|_E^p \omega(x) dx \leq C \int_{R^n} \|f(x)\|_E^p \omega(x) dx, \tag{1}$$

$1 < p < \infty$ ; а при  $p = 1$ .

$$\int_{\{x \in R^n: \|Tf(x)\|_E > \lambda\}} \omega(x) dx \leq \left(\frac{c}{\lambda}\right) \int_{R^n} \|f(x)\|_E \omega(x) dx, \tag{2}$$

где положительная постоянная  $c$  не зависит от  $f$ .

Для скалярнозначных функций теорема 1 для изотропного случая т.е. при  $a_1 = \dots = a_n = 1$  доказана в [3], а в анизотропном случае [4]. Теорема 1 в анизотропном случае для  $\xi$  выпуклых банаховых пространств доказана в [5].

*Теорема 2.* Пусть  $E$  –  $\xi$  выпуклая банахова решетка,  $1 < p < \infty$ , ядро  $k(x)$  удовлетворяет условиям 1) – 3). Предположим, что  $u, u_1$  – положительные неубывающие функции на  $(0, \infty)$ ,  $\varphi(g(x)) \in A_p(R^n)$ ,  $\omega = u\varphi$ ; и  $\omega_1 = u_1\varphi$ .

Если весовая пара  $(\omega, \omega_1)$  удовлетворяют условию  $\sup_{t>0} \left( \int_t^\infty \omega(\tau) \tau^{-1-|a|(p-1)} d\tau \right) \cdot \left( \int_0^t \omega_1^{-p'}(\tau) \tau^{|a|-1} d\tau \right)^{p-1} < \infty$ ,

то сингулярный интеграл  $Tf(x)$  существует в смысле сходимости по норме  $E$  для почти всех  $x \in R^n$  и существует  $c > 0$  такое, что для любого  $f \in L_p, \omega(R^n, E)$  имеет место неравенство:

$$\int_{R^n} \|Tf(x)\|_E^p \omega_1(\rho(x)) dx \leq c \int_{R^n} \|f(x)\|_E^p \omega(\rho(x)) dx, \quad (3)$$

где положительная постоянная  $c$  не зависит от  $f$ .

*Замечание.* Отметим что, для числовых функций теорема 2 доказано при  $\varphi = 1$ , в [1], а для радиальных  $\varphi \in A_p(R^n)$  в [2].

Пусть

$$\Omega_k = \{x: x' \in R^n, \varphi_i(x') < x_i < \infty, i = k + 1, \dots, n\} \quad (4)$$

$$\Omega_0 = \{x: x \in R^n, x_i^{(0)} < x_i < \infty, i = 1, \dots, n\} \quad (5)$$

Достаточные условия для общих радиальных весов, обеспечивающие справедливость двух весовых неравенств сильного и слабого типа, даются в следующей теореме.

Рассмотрим следующий интегральный оператор, играющий важную роль в теореме вложения,

$$K^a f(x) = \int_{R^n} K^a(x-y) f(y) dy, \quad K^a(y) = \int_{R^n} M_i(yv^{-a}) v^{a-|a|-1} dv.$$

Теорема 3. Пусть  $E$ - банахова решетка,  $\Omega_k$  имеет вид (4) и (5).

$$1 < p \leq q < \infty, \quad \left(\frac{a}{|a|}\right) = \frac{1}{p} - \frac{1}{q}$$

Предположим, что весовая пара  $(\omega, \omega_1)$  удовлетворяет следующим условиям

- 1)  $\exists c > 0, \forall t > 0, \left( \sup_{\frac{t}{c_0} < \tau \leq \delta c_0 t} \omega_1(\tau) \right)^{\frac{p}{q}} \leq c \inf_{\frac{t}{c_0} < \tau \leq \delta c_0 t} \omega(\tau);$
- 2)  $\sup_{t > 0} \left( \int_t^\infty \omega_1(\tau) \tau^{-1 - \frac{|a'|q}{p'}} d(\tau) \right)^{\frac{p}{q}} \cdot \left( \int_0^t \omega^{1-p'}(\tau) \tau^{|a''|-1} d\tau \right)^{p-1} < \infty;$
- 3)  $\sup \left( \int_0^t \omega_1(\tau) \tau^{|a''|-1} d(\tau) \right)^{\frac{p}{q}} \cdot \left( \int_t^\infty \omega^{1-p'}(\tau) \tau^{-1 - \frac{|a''|p'}{q}} d\tau \right)^{p-1} < \infty,$

где  $\omega(\rho(x, \Gamma_k))$  эквивалентно  $\omega(\pi_k(x))$ ,  $\omega_1(\rho(x, \Gamma_k))$  эквивалентно  $\omega_1(\pi_k(x))$ ,

Тогда при  $1 < p < q < \infty$  для любого  $f \in L_p, \omega(\rho(x, \Gamma_k)) (\Omega_k; E)$  имеет место следующее неравенство:

$$\left( \int_{\Omega_K} \|f K^a(x)\|_E^g \omega(g(x, \delta_k)) dx \right)^{\frac{1}{g}} \leq \leq C \left( \int_{\Omega_k} \|f(x)\|_E^p \omega(p(x, \delta_k)) dx \right)^{\frac{1}{p}} \quad (8)$$

Если к тому же  $E - \xi$  выпуклая банахова решетка, то неравенство (8) справедливо также при  $1 < p = q < \infty$ , т.е.  $f \rightarrow k f$  ограничено из  $L_p, \omega(\rho(x, \Gamma_k)) (\Omega_k; E)$  в  $L_p, \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) (\Omega_K; E)$ .

Доказательство. Представим левую сторону неравенства (8) в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \left( \int_{\Omega_k} \|K^a f(x)\|_E^q \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{q}} = \\ & = \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \delta_k) \leq 2^{m+1}} \|K^a f(x)\|_E^q \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\ & \leq C_1 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \delta_k) \leq 2^{m+1}} \|K^a (f \chi_{\{\rho(y, \Gamma_k) \leq \frac{2m-1}{C_0}\}})\|_E^q \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{q}} + \\ & + C_1 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \Gamma_k) \leq 2^{m+1}} \|K^a (f \chi_{\{\frac{2m-1}{C_0} < \rho(y, \Gamma_k) < \frac{2m+1}{C_0}\}})\|_E^q \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{q}} + \\ & + C_2 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \Gamma_k) \leq 2^{m+1}} \|K^a (f \chi_{\{\rho(y, \Gamma_k) \geq \frac{2m+2}{C_0}\}})\|_E^q \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{q}} = \end{aligned}$$

$$= C_1 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{1m} \right)^{\frac{1}{q}} + C_1 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{2m} \right)^{\frac{1}{q}} + C_1 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{3m} \right)^{\frac{1}{q}}$$

Оценим  $\sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{1m}$

$$\begin{aligned} \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{1m} \right)^{\frac{1}{q}} &\leq C_2 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \Gamma_k) \leq 2^{m-1}} \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) \right) \cdot \\ &\cdot \left( \int_{\rho(y, \Gamma_k) \leq \rho(x, \Gamma_k)} \left[ \|f(y)\|_E \rho(y-x)^{a-|a|} dy \right]^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\ &\leq C_3 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{\frac{2^m}{c} < \pi_k(x) \leq \frac{2^{m+1}}{c}} \omega_1(\pi_k(x)) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left( \int_{\pi_k(y) \leq \pi_k(x)} \left[ \|f(y)\|_E \rho(y-x)^{a-|a|} dy \right]^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \right) \end{aligned}$$

Теперь оценим  $\sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{3m}$

$$\begin{aligned} \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{3m} \right) &\leq C_2 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{2^m < \rho(x, \Gamma_k) \leq 2^{m+1}} \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) \right) \cdot \\ &\cdot \left[ \left( \int_{\rho(y, \Gamma_k) \geq \rho(x, \Gamma_k)} \|f(y)\|_E \rho(y-x)^{a-|a|} dy \right)^q dx \right]^{\frac{1}{q}} = \\ &= C_2 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{\frac{2^m}{c} < \pi_k(x) \leq \frac{2^{m+1}}{c}} \left[ \omega_1(c\pi_k(x)) \cdot \right. \right. \\ &\cdot \left. \left. \left( \int_{\pi_k(y) \geq \pi_k(x)} \|f(y)\|_E \rho(y-x)^{a-|a|} dy \right)^q dx \right]^{\frac{1}{q}} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= c_2 \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{\frac{2^m}{c} < \rho(x^4 - \bar{\varphi}(x')) \leq \frac{2^{m+1}}{c}} \llbracket \omega_1 \left( C \left( \rho(x'' - \bar{\varphi}(x'')) \right) \right) \rrbracket \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \left( \int_{\rho(y'' - \bar{\varphi}(y')) \geq \rho(x'' - \bar{\varphi}(x'))} \|f(y)\|_E \rho(y-x)^{a-|a|} dy \right)^q dy \right)^{\frac{1}{q}} \\
 &\left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_{2^m} \right)^{\frac{1}{q}} \leq \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \left( \sup_{\frac{2^{m-1}}{c_0} < \rho(x, \Gamma_k) \leq \frac{2^{m+2}}{c_0}} \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) \right) \right) \times \\
 &\times \int_{\Omega_K} \left\| K^a \left( f \chi_{\left\{ \frac{2^{m-1}}{c_0} < \rho(x, \Gamma) \leq \frac{2^{m+2}}{c_0} \right\}} \right) \cdot (x) \right\|_E^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \\
 &\leq C \left( \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sup_{\frac{2^{m-1}}{c} < \rho(x, \Gamma_k) \leq \frac{2^{m+2}}{c_0}} \omega_1(\rho(x, \Gamma_k)) \right) \cdot \\
 &\cdot \left( \int_{\Omega_K} \left\| f \chi_{\left\{ \frac{2^{m-1}}{c_0} < \rho(x, \Gamma_k) \leq \frac{2^{m+2}}{c_0} \right\}} \cdot (x) \right\|_E^p dx \right)^{\frac{q}{p}} \leq \\
 &\leq C \cdot \sum_{m \in \mathbb{Z}} \left( \int_{\frac{2^{m-1}}{c_0} < \rho(x, \Gamma_k) < 2^{m+2} c_0} \|f(x)\|_E^p \omega(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{q}{p}} \leq \\
 &\leq C \cdot \left( \int_{\Omega_K} \|f(x)\|_E^p \omega(\rho(x, \Gamma_k)) dx \right)^{\frac{1}{p}}.
 \end{aligned}$$

Теорема доказана.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Гулиев В.С. Двухвесовые неравенства для интегральных операторов в  $L_p$  – пространстве и их приложения. Тр. МИАН, 1993, Т.204, с.113-133
2. Kokilashvili V. M., Meskhi A. Two-weight inequalities for singular integrals defined on homogeneous groups. Proc. Razmadze Math. Inst. 112 (1997), pp.57-90
3. Coifman R.R., Fefferman G. Weighted norm inequalities for maximal functions and singular integrals. Stud. Math. 1 at, v.51, pp.241-250
4. Рохман И.Н., Солонников В.А. Оценки в весовых нормах  $L_p$  для сингулярных интегралов с анизотропными ядрами. Зап. Науч. Семинаров ЛОМИ. 1985, Т.147, с.124-137
5. Rubia de Francia J. L., Ruiz F.J., Torrea I. L. Calderon-Zygmund theory for operator – Valued Kernels. Adv. Math. 1986, v.62. No1, pp.7-48

УДК 51

*Г.Р.Кадирова*

*Институт математики и механики НАН Азербайджана  
gunayqedirova@inbox.ru*

### СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ С НЕГЛАДКИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

**Ключевые слова:** термоупругость, смешанная задача, корректность, система гиперболическо-параболических уравнений, сингулярные коэффициенты

Различные проблемы термоупругости сводятся к смешанной задаче для системы параболическо-гиперболических уравнений. Рассмотрена смешанная задача для термоупругих систем уравнений, когда коэффициент в главной части имеет конечную вариацию. Исследовано существование и единственность слабых решений рассматриваемой задачи.

*G.R.Qədirova*

### HAMAR OLMAYAN ƏMSALLI İSTİLİK-ELASTİQİYYƏT TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏ

**Açar sözlər:** istilik-elastıqıyyət, qarışıq məsələ, korrektlik, hiperbolik-parabolik tənliklər sistemi, sinqulyar əmsallar

Termoelastıqıyyət nəzəriyyəsinin müxtəlif problemlərinin həlli istilik-elastıqıyyət tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələyə gətirilir. İşdə baş hissədəki əmsal sonlu variasiyaya malik istilik-elastıqıyyət tənliklər sistemi üçün qarışıq məsələyə baxılmışdır. Baxılan məsələnin zəif həllinin varlığı və yeganəliyi araşdırılmışdır.

*G.R.Gadirova*

### MIXED PROBLEM FOR THE SYSTEM OF THERMOELASTICITY EQUATIONS WITH NON-SMOOTH COEFFICIENT

**Keywords:** thermoelasticity, mixed problem, well-posedness, system of parabolic hyperbolic equations, singular coefficient

The various problems of thermoelasticity theory are reduced to the mixed problem for a classification of thermoelasticity equations. The mixed problem for the system of thermoelastic equations is considered in the case when the coefficient in the main part has a finite variation. The existence and uniqueness of weak solutions of the problem is studied.



### 1. Постановка задачи и основные результаты

В области  $Q_T = (0, T) \times (0, L)$  рассмотрим смешанную задачу для одномерной системы теории термоупругости:

$$\left. \begin{aligned} u_{tt} - a(t)\Delta u + \nabla v &= f(t, x), \\ v_t - \Delta v + \nabla u_t &= g(t, x) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$u(t, 0) = u(t, L) = 0, \quad v(t, 0) = v(t, L) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

и с начальными условиями

$$u(0, x) = u_0(x), \quad u_t(0, x) = u_1(x), \quad v(0, x) = v_0(x), \quad x \in (0, L), \quad (3)$$

где  $a(t)$  - некоторая вещественная функция, определенная на  $[0, T]$ , а  $f(t, x)$   $g(t, x)$  - некоторые функции, определенные на  $[0, T] \times (0, L)$ ,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x}$$

В случае, когда  $a(t)$  достаточно гладкая функция разрешимость задачи (1) – (3) исследованы в работах различных авторов (напр. см. [1-4]). В данной работе рассматривается случай, когда  $a(t) \geq a_0 > 0$  и имеет ограниченную вариацию. Известно, что если функция  $a(t)$  имеет ограниченную вариацию, то смешанная задача для гиперболического уравнения

$$u_{tt} - a(t)\Delta u = 0 = 0$$

имеет слабое решение [5]. В данной работе аналогичный вопрос будет решена для задачи (1)-(3).

Введем некоторые определения и обозначения, через  $\hat{W}_2^m$  обозначим следующее подпространство пространства  $W_2^m(\Omega)$ :

$$\hat{W}_2^m = \left\{ u : u \in W_2^m(\Omega), \quad \Delta^i u(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad i = 0, 1, \dots, \left(\frac{m}{2}\right) \right\},$$

где  $\left(\frac{m}{2}\right) = \ell$  если  $m = 2\ell + 1$ ,  $\left(\frac{m}{2}\right) = \ell - 1$  если  $m = 2\ell$ ,

$$\ell = 1, 2, \dots, \Omega = (0, L), \partial\Omega = \{0, L\}.$$

В дальнейшем через  $\|\cdot\|$  будем обозначать норму в  $L_2(\Omega)$ . Абстрактные функции  $t \rightarrow u(t, x)$  со значениями в  $L_2(\Omega)$  или в  $\hat{W}_2^i, i = 1, 2$  будем обозначать через  $u(t)$ .

Пусть  $X \subset Y$  - гильбертовы пространства. Через  $W_p^1(a, b; X, Y)$  обозначим следующее пространство (см. [6], стр.23):

$$W_p^1(a, b; X, Y) = \left\{ u : u : (a, b) \rightarrow Y, u \in L_p(a, b; X), u_t \in L_p(a, b; Y) \right\}, \text{ где } 1 \leq p \leq \infty.$$

Разрешимость задачи (1)-(3) будем исследовать при следующих предположениях

1°.  $a(t) \in BV [0, T], a(t) \geq a_0 > 0.$

2°. Функции  $f(t, x), g(t, x)$  определены на  $[0, T] \times \Omega$  и  $f(t, x), g(t, x) \in L_2(0, T; L_2(\Omega))$ .

**Определение.** Функции  $(u, v)$ , где  $u \in L_\infty(0, T; W_2^1(\Omega))$ ,  $u_t \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega))$ ,  $v \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)) \cap L_2(0, T; W_2^1(\Omega))$  назовем слабым решением задачи (1)-(3), если при любых  $w(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $\theta(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $w(T, x) = 0, \theta(T, x) = 0, x \in \Omega$ , выполнены равенства

$$\begin{aligned} & - \int_0^T \int_\Omega u'(t, x) \cdot w'(t, x) dx dt - \int_0^T \int_\Omega a(t) \nabla u(t, x) \nabla w(t, x) dx dt + \\ & + \int_\Omega u_1(x) w(0, x) dx + \int_0^T \int_\Omega \nabla v(t, x) \cdot w(t, x) dx = \int_0^T \int_\Omega f(t, x) \cdot w(t, x) dx, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & - \int_0^T \int_\Omega v(t, x) \cdot \theta'(t, x) dx dt + \int_0^T \int_\Omega \nabla u(t, x) \nabla \theta(t, x) dx dt + \\ & + \int_\Omega v_0(x) \theta(0, x) dx + \int_0^T \int_\Omega u'(t, x) \nabla \theta(t, x) dx = \int_0^T \int_\Omega g(t, x) \cdot \theta(t, x) dx, \end{aligned} \quad (5)$$

$u(t, x)$  удовлетворяет начальному условию

$$u(0, x) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (6)$$

где « ' » означает производную по  $t$ .

Доказана следующая теорема о существовании слабого решения задачи (1) - (3).

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия  $1^0 - 2^0$ . Тогда при любых  $u_0 \in \hat{W}_2^1$ ,  $u_1 \in L_2(\Omega)$  задача (1) - (3) имеет единственное слабое решение  $(u, v)$ , где  $u \in L_\infty(0, T; W_2^1(\Omega))$ ,  $u_t \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega))$ ,  $v \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)) \cap L_2(0, T; \hat{W}_2^1(\Omega))$ .

## 2. Доказательство теоремы о существовании слабого решения

Сначала рассмотрим случай когда  $a(t) = a = const$ . Заменой  $z_1 = u$ ,  $z_2 = u'$ ,  $z_3 = v'$  задача (1) - (3) сводится к задаче Коши.

$$\begin{cases} z'(t) = L z(t) + F(t) \\ z(0) = z_0 \end{cases},$$

(7)

в гильбертовом пространстве  $H = \hat{W}_2^1 \times L_2(\Omega) \times L_2(\Omega)$  где

$$L = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ a\Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}, \quad D(L(t)) = H_1 = \hat{W}_2^2 \times \hat{W}_2^1 \times \hat{W}_2^2$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ f(t, x) \\ g(t, x) \end{pmatrix}, \quad z(t) = \begin{pmatrix} u(t, x) \\ u'(t, x) \\ v(t, x) \end{pmatrix}, \quad z_0 = \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ v_0 \end{pmatrix}$$

Линейный оператор  $L$  является максимально диссипативным, поэтому задача (7) корректно (см. 7, с.596-604), т.е. при любых  $z_0 \in H_1$  задача (7) имеет единственное решение  $z(t) \in C([0, T]; H_1) \cap C^1([0, T], H)$ . Если  $z_0 \in H$  то задача (7) имеет слабое решение.

Легко показать, что если  $z_0 \in H$  и  $z(t)$  — является соответствующим слабым решением задачи (7), то  $z(t) = \begin{pmatrix} u(t, x) \\ u'(t, x) \\ v(t, x) \end{pmatrix}$  и

$(u(t, x), v(t, x))$  — является слабым решением задачи (1) - (3). Тогда при любых  $w(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $\theta(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $w(T, x) = 0$ ,  $\theta(T, x) = 0$ ,  $x \in \Omega$  :

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^T \int_{\Omega} u'(t, x) \cdot w'(t, x) dx dt - \int_0^T \int_{\Omega} a \nabla u(t, x) \nabla w(t, x) dx dt + \\
 & + \int_{\Omega} u_1(x) w(0, x) dx + \int_0^T \int_{\Omega} \nabla v(t, x) \cdot w(t, x) dx = \int_0^T \int_{\Omega} f(t, x) \cdot w(t, x) dx, \quad (8)
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^T \int_{\Omega} v(t, x) \cdot \theta'(t, x) dx dt + \int_0^T \int_{\Omega} \nabla u(t, x) \nabla \theta(t, x) dx dt + \\
 & + \int_{\Omega} v_0(x) \theta(0, x) dx + \int_0^T \int_{\Omega} u'(t, x) \nabla \theta(t, x) dx = \int_0^T \int_{\Omega} g(t, x) \cdot \theta(t, x) dx. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Если  $z(t_0) = \begin{pmatrix} u(t_0, x) \\ u'(t_0, x) \\ v(t_0, x) \end{pmatrix} \in H_1$ , то  $z(t)$  — является сильным решением

задачи (8), (9) и справедливо следующее тождество

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \|u'(t, \cdot)\|^2 + \frac{a}{2} \|\nabla u(t, \cdot)\|^2 + \int_0^t \int_{\Omega} \nabla v(\tau, x) \cdot u'(\tau, x) dx = \\
 & = \frac{1}{2} \|u'(t_0, \cdot)\|^2 + \frac{a}{2} \|\nabla u(t_0, \cdot)\|^2 + \int_{t_0}^t \int_{\Omega} f(\tau, x) u'(\tau, x) dx d\tau,
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \|v(t, \cdot)\|^2 + \int_0^t \|\nabla v(\tau, \cdot)\|^2 + \int_0^t \int_{\Omega} \nabla u'(\tau, x) \cdot v(\tau, x) dx = \\
 & = \frac{1}{2} \|v(t_0, \cdot)\|^2 + \int_{t_0}^t \int_{\Omega} g(\tau, x) v(\tau, x) dx d\tau.
 \end{aligned}$$

Пусть  $z(t_0) = \begin{pmatrix} u(t_0, x) \\ u'(t_0, x) \\ v(t_0, x) \end{pmatrix} \in H_1$ , тогда существует  $\bar{z}_{0n} = \begin{pmatrix} u_{0n} \\ u_{1n} \\ v_{0n} \end{pmatrix} \in H_1$ ,

такое, что  $z_{0n} \rightarrow z(t_0)$  в  $H$ . Пусть  $z_n(t) = \begin{pmatrix} u_n(t, x) \\ u'_n(t, x) \\ v_n(t, x) \end{pmatrix}$  решение задачи (7) с

начальным условием  $z_n(0) = z_{0n}$ . При каждом  $n$  для  $(u_n(t, x), v_n(t, x))$  выполнены тождества (8), (9). Ввиду корректности задачи (7), (8) в  $H$

при  $n \rightarrow \infty$   $z_n(t) \rightarrow z(t)$  в  $C([0, T], H)$ , т.е.  $\bar{u}_n(t, x) \rightarrow u(t, x)$  в  $C([0, T], \hat{W}_2^1)$ ,  $v_n(t, x) \rightarrow v(t, x)$  в  $C([0, T], L_2(\Omega))$  (см. [7]).

Написав тождество (8), (9) для  $(u_n(t, x), v_n(t, x))$ , переходим к пределу при  $n \rightarrow \infty$ . Тогда для  $(u(t, x), v(t, x))$  получим тождества (8), (9).

Отрезок  $[0, T]$  разобьем на  $n$  - частей  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$ . Пусть  $a_n(t) = a_{nk}$ ,  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ ,  $k = 0, 1, \dots, n-1$ , где

$$a_{nk} = \frac{1}{\delta_k} \int_{t_k}^{t_{k+1}} a(\tau) d\tau, \quad \delta_k = t_{k+1} - t_k.$$

Рассмотрим смешанную задачу

$$\left. \begin{aligned} u_{n,k}'' - a_n(t) \Delta u_{n,k} + \nabla v_{n,k} &= f(t, x), \\ v_{n,k}' - \Delta v_{n,k} + \nabla u_{n,k}' &= g(t, x), \end{aligned} \right\} t_k \leq t \leq t_{k+1}, \quad x \in \Omega \quad (10)$$

с граничными условиями (2) и с начальными условиями

$$u_{n,k}(t_k, x) = u_{nk}^0(x), \quad u_{n,k}'(t_k, x) = u_{nk}^1(x), \quad x \in \Omega, \quad (11)$$

$$v_{n,k}(t_k, x) = v_{nk}^0(x), \quad x \in \Omega, \quad (12)$$

где

$$u_{n0}^0(x) = u_0(x), \quad u_{n0}'(x) = u_1(x), \quad v_{n0}^0(x) = v_0(x) \quad x \in \Omega, \quad (13)$$

$$u_{n,k}^0(x) = u_{n,k-1}(t_k, x), \quad u_{n,k}'(x) = u_{n,k-1}'(t_k, x), \quad x \in \Omega, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

$$v_{n,k}^0(x) = v_{n,k-1}(t_k, x), \quad x \in \Omega, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

Решая последовательно задачи (10)- (15), начиная с  $k = 0$  получим, что при каждом  $k = 0, 1, \dots, n-1$  задача (10) - (15) имеет единственное решение  $(u_{nk}(\cdot), v_{nk}(\cdot))$ , где

$u_{nk}(\cdot) \in C([t_k, t_{k+1}]; \hat{W}_2^1) \cap C^1([t_k, t_{k+1}]; L_2(\Omega))$ ,  $v_{nk}(\cdot) \in C([t_k, t_{k+1}]; L_2(\Omega))$  и справедливы энергетические равенства

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|u_{n,k}'(t)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_{n,k}(t)\|^2 + \int_{t_k}^t \int_{\Omega} \nabla v_{n,k}(\tau, x) \cdot u_{n,k}'(\tau, x) dx d\tau = \\ = \frac{1}{2} \|u_{n,k}'(t_k)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_{n,k}(t_k)\|^2 + \end{aligned}$$

$$+ \int_{t_k}^t \int_{\Omega} f(\tau, x) u'_{n,k}(\tau, x) dx d\tau, \quad t_k \leq t \leq t_{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1. \quad (16)$$

и

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|v_{n,k}(t, \cdot)\|^2 + \int_0^t \|\nabla v(t, \cdot)\|^2 + \int_{t_k}^t \int_{\Omega} \nabla u'_{n,k}(\tau, x) \cdot v_{n,k}(\tau, x) dx d\tau = \\ & = \frac{1}{2} \|v_{n,k}(t_k, \cdot)\|^2 + \int_{t_k}^t \int_{\Omega} g(\tau, x) v_{n,k}(\tau, x) dx d\tau. \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим последовательность  $(u_n(t), v_n(t))$ ,  $0 \leq t \leq T$ , где  $u_n(t) = u_{n,k}(k)$ ,  $v_n(t) = v_{n,k}(k)$  при  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ .

Учитывая это, из (17) получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 = \frac{1}{2} \|u'_{n,k}(t_k)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_{n,k}(t_k)\|^2 + \\ & = - \int_{t_k}^t \int_{\Omega} \nabla v_n(\tau, x) \cdot u'_n(\tau, x) dx d\tau + \int_{t_k}^t \int_{\Omega} f(\tau, x) u'_n(\tau, x) dx d\tau \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|v_n(t, \cdot)\|^2 + \int_{t_k}^t \|\nabla v_n(\tau, \cdot)\|^2 d\tau = \frac{1}{2} \|v_{n,k}(t_k, \cdot)\|^2 - \\ & = - \int_{t_k}^t \int_{\Omega} \nabla u'_n(\tau, x) \cdot v_n(\tau, x) dx d\tau + \int_{t_k}^t \int_{\Omega} g(\tau, x) v_n(\tau, x) dx d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда в частности, получим, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_{n,j}(t_{j+1})\|^2 + \frac{a_{n,j}}{2} \|\nabla u_{n,j}(t_{j+1})\|^2 = \frac{1}{2} \|u'_{n,j}(t_j)\|^2 + \frac{a_{n,j}}{2} \|\nabla u_{n,j}(t_j)\|^2 - \\ & - \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_{\Omega} \nabla v_{n,j}(\tau, x) \cdot u'_{n,j}(\tau, x) dx d\tau + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_{\Omega} f(\tau, x) u'_{n,j}(\tau, x) dx d\tau \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|v_{n,j}(t_{j+1}, \cdot)\|^2 + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \|\nabla v_{n,j}(\tau, \cdot)\|^2 d\tau = \frac{1}{2} \|v_{n,j}(t_j, \cdot)\|^2 - \\ & - \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_{\Omega} \nabla u'_{n,j}(\tau, x) \cdot v_{n,j}(\tau, x) dx d\tau + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_{\Omega} g(\tau, x) v_{n,j}(\tau, x) dx d\tau \end{aligned}$$

Используя равенство  $u_{n,j}(t_j) = u_{n,j-1}(t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  и повторяя данный процесс  $k$ -раз в конце получим следующие равенства

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|u'_{n,k}(t_{k+1})\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_{n,k}(t_{k+1})\|^2 &= \frac{1}{2} \|u'_{n,0}(0)\|^2 + \frac{a_{n,0}}{2} \|\nabla u_{n,0}(0)\|^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (a_{n,j} - a_{n,j-1}) \|\nabla u_{n,j-1}(t_{j-1})\|^2 - \\ &- \sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega} \nabla v_{n,j}(\tau, x) \cdot u'_{n,j}(\tau, x) \, dx d\tau + \\ &+ \sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega} f(\tau, x) \cdot u'_{n,j}(\tau, x) \, dx d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|v_{n,k}(t_{k+1}, \cdot)\|^2 + \sum_{j=1}^{k-1} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \|\nabla v_{n,j}(\tau, \cdot)\|^2 \, d\tau &= \frac{1}{2} \|v_{n,0}(0, \cdot)\|^2 - \\ &- \sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega} \nabla u'_{n,j}(\tau, x) \cdot v_{n,j}(\tau, x) \, dx d\tau + \\ &+ \sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Omega} g(\tau, x) \cdot v_{n,j}(\tau, x) \, dx d\tau. \end{aligned} \quad (19)$$

Суммируя (18) и (19) отсюда получим следующее равенство

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_n(t)\|^2 + \int_0^t \|\nabla v_n(t, \cdot)\|^2 \, dt &= \\ = \frac{1}{2} \|u'_{n,0}(0)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_{n,0}(0)\|^2 + \frac{a_{n,0}}{2} \|\nabla u_{n,0}(0)\|^2 + G_n(t) + R_n(t), \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} G_n(t) &= \int_0^t \int_{\Omega} \nabla v_n(\tau, x) \cdot u'_n(\tau, x) \, dx d\tau + \int_0^t \int_{\Omega} \nabla u'_n(\tau, x) \cdot v_n(\tau, x) \, dx d\tau \\ R_n(t) &= \int_0^t \int_{\Omega} f(\tau, x) u'_n(\tau, x) \, dx d\tau + \int_0^t \int_{\Omega} g(\tau, x) v_n(\tau, x) \, dx d\tau. \end{aligned}$$

Используя граничные условия (2) легко заметить, что

$$G_n(t) = 0. \quad (21)$$

Из (19) -(21) получим, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_n(t)\|^2 + \frac{a_{n,k}}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \|u_1(x)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_0(x)\|^2 + \frac{a_{n,0}}{2} \|\nabla u_0(x)\|^2 + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (a_{n,j} - a_{n,j-1}) \cdot \|\nabla u_{n,j-1}(t, \cdot)\|^2 + R_{n,0}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

Используя условие 1<sup>0</sup> и неравенство Гельдера из (22) получим, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_n(t)\|^2 + \frac{a_0}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \|u_1(x)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_0(x)\|^2 + \frac{M_a}{2} \|\nabla u_0(x)\|^2 + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |f(\tau, x)|^2 dx d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |u'_n(\tau, x)|^2 dx d\tau + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |g(\tau, x)|^2 dx d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |v_n(\tau, x)|^2 dx d\tau + \\ & + \sum_{j=1}^k (a_{n,j} - a_{n,j-1}) \|\nabla u_{n,j-1}(t_j)\|^2, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $M_a = \max_{0 \leq t \leq T} a(t)$  не зависят от  $n$ .

Применяя Лемму Гронуола из (23) получим, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \|v_n(t)\|^2 + \frac{a_0}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 \leq \\ & \leq \left[ \frac{1}{2} \|u_1(x)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_0(x)\|^2 + \frac{M_a}{2} \|\nabla u_0(x)\|^2 + \right. \\ & + \frac{1}{2} \int_0^T \int_{\Omega} |f(\tau, x)|^2 dx d\tau + \frac{1}{2} \int_0^T \int_{\Omega} |g(\tau, x)|^2 dx d\tau + \\ & \left. + \sum_{j=1}^k |a_{n,j} - a_{n,j-1}| \|\nabla u_{n,j-1}(t_j)\|^2 \right] \exp T. \end{aligned} \quad (24)$$

С другой стороны,



$$\sum_{j=1}^k |a_{n,j} - a_{n,j-1}| \cdot \|\nabla u_{n,j}(\tau)\|^2 \leq \int_{[0,t]} \|\nabla u_n(\tau)\|^2 dV_a [0,t] \quad (25)$$

Далее будем пользоваться следующей Леммой

**Лемма 1.** (см.5). Пусть  $x(t): [a,b] \rightarrow R$  монотонно возрастающая ограниченная функция, а  $y(t): [a,b] \rightarrow [0, \infty)$  непрерывная функция и

$$y(t) \leq y_0 + \int_{[a,t]} y(\tau) dx(\tau), \quad t \in [a,b],$$

где  $y_0 > 0$ , тогда

$$y_0 + \int_{[a,t]} y(\tau) dx(\tau) \leq y_0 e^{[x(b^-) - x(a)]}.$$

(Предполагается, что  $x(t) = x(t+0)$ ,  $x(b^-) = x(b-0)$ )

Применяя **Лемму 1** из (24)- (25) получим, что

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_n(t)\|^2 + \frac{a_0}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 \leq \\ & \leq c \left[ \frac{1}{2} \|u_1(x)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_0(x)\|^2 + \frac{M_a}{2} \|\nabla u_0(x)\|^2 \right] \exp(cV_b(0,T)), \quad (26) \end{aligned}$$

где  $c = \exp T$ .

Таким образом, для последовательности  $\{(u_n(t, \cdot), v_n(t, \cdot))\}$  имеет место априорная оценка

$$\frac{1}{2} \|u'_n(t)\|^2 + \frac{1}{2} \|v_n(t)\|^2 + \frac{a_0}{2} \|\nabla u_n(t)\|^2 \leq C,$$

где  $C$  не зависит от  $n$  и  $t > 0$ .

Тогда ввиду \*-слабой компактности ограниченного множества в  $L_\infty(0,T; X)$ , где  $X$  – гильбертово пространство, получим, что из последовательности  $\{(u_n(t, \cdot), v_n(t, \cdot))\}$  можно выделить подпоследовательность  $\{(u_{n_\mu}(t, \cdot), v_{n_\mu}(t, \cdot))\}$  со следующими свойствами:

$$u_{n_\mu} \rightarrow u \quad * - \text{слабо в } L_\infty(0,T; \hat{W}_2^1), \quad (27)$$

$$u_{n_\mu} \rightarrow u' \quad * - \text{слабо в } L_\infty(0,T; L_2(\Omega)), \quad (28)$$

$$v_{n_\mu} \rightarrow v \quad * - \text{слабо в } L_\infty(0,T; L_2(\Omega)), \quad (29)$$

$$v_{n_\mu} \rightarrow v \quad - \text{слабо в } L_2(0,T; \hat{W}_2^1), \quad (30)$$

(см. 6, стр. 299).

Пусть  $w(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ , и  $\theta(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $v(T, x) = 0$ .  $\theta(T, x) = 0$ . Тогда, используя (18)- (19) получим, что

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^T \int_{\Omega} u'_n(t, x) \cdot w'(t, x) dx dt - \int_0^T \int_{\Omega} a(t) \nabla u_n(t, x) \nabla w(t, x) dx dt + \\
 & + \int_0^T \int_{\Omega} \nabla v_n(t, x) w(t, x) dx dt - \int_0^T \int_{\Omega} f(t, x) w(t, x) dx dt = \\
 & = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{\Omega} u'_{n,k}(t, x) w'(t, x) dx dt + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{\Omega} a_{n,k} \nabla u_{n,k}(t, x) \cdot \nabla w(t, x) dx dt + \right. \\
 & \left. + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{\Omega} \nabla v_{n,k}(t, x) w(t, x) dx dt - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{\Omega} f(t, x) w(t, x) dx dt \right] = \\
 & = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \int_{\Omega} u'_{n,k}(t_k, x) w(t_k, x) dx - \int_{\Omega} u'_{n,k}(t_{k+1}, x) w(t_{k+1}, x) dx \right] = \\
 & = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \int_{\Omega} u'_{n,k}(t_k, x) w(t_k, x) dx - \int_{\Omega} u'_{n,k+1}(t_{k+1}, x) w(t_{k+1}, x) dx \right] = \\
 & = \int_{\Omega} u'_{n,0}(0, x) w'(0, x) dx = \int_{\Omega} u_1(x) w'(0, x) dx \quad . \quad (31)
 \end{aligned}$$

Аналогичным образом получим, что

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^T \int_{\Omega} v_n(t, x) \cdot \theta'(t, x) dx dt + \int_0^T \int_{\Omega} \nabla v_n(t, x) \nabla \zeta(t, x) dx dt + \\
 & + \int_0^T \int_{\Omega} \nabla u'_n(t, x) \theta(t, x) dx dt - \int_0^T \int_{\Omega} g(t, x) \theta(t, x) dx dt = \\
 & = \int_{\Omega} v_{n,0}(0, x) \theta(0, x) dx = \int_{\Omega} v_0(x) \theta(0, x) dx \quad . \quad (32)
 \end{aligned}$$

Таким образом,  $(u_n(t, x), v_n(t, x))$  является слабым решением смешанной задачи

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 u_n'' - a_n(t) \Delta u_n + \nabla v_n &= f(t, x), \\
 v_n' - \Delta u_n + \nabla u_n' &= g(t, x),
 \end{aligned} \right\} \\
 & u_n(t, a) = u_n(t, b) = 0, \quad v_n(t, a) = v_n(t, b) = 0, \quad t > 0, \\
 & u_n(0, x) = u_0(x), \quad u_n'(0, x) = u_1(x), \quad v_n(0, x) = v_0(x),
 \end{aligned}$$

т.е. при любых  $\upsilon(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^2, \hat{W}_2^1)$ ,  $\upsilon(T, x) = 0$ ,  $x \in \Omega$  выполняется равенство (31), (32).

Из (27) и (30) следует, что при любых  $w(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ ,  $\theta(\cdot) \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega))$ :

$$\int_0^T \int_{\Omega} u'_{n_\mu}(t, x) w'(t, x) dx dt \rightarrow \int_0^T \int_{\Omega} u'(t, x) w'(t, x) dx dt, \quad (33)$$

$$\int_0^T \int_{\Omega} a_n(t) \nabla u_{n_\mu}(t, x) \nabla w(t, x) dx dt \rightarrow \int_0^T \int_{\Omega} a(t) \nabla u(t, x) \nabla w(t, x) dx dt, \quad (34)$$

$$u_{n_\mu}(0, x) \rightarrow u(0, x) \text{ в } \hat{W}_2^{1-\varepsilon}(\Omega), \quad 0 < \varepsilon < 1. \quad (35)$$

$$\int_0^T \int_{\Omega} v_{n_\mu}(t, x) \theta'(t, x) dx dt \rightarrow \int_0^T \int_{\Omega} v(t, x) \theta'(t, x) dx dt, \quad (36)$$

$$\int_0^T \int_{\Omega} \nabla v_{n_\mu}(t, x) \nabla \theta(t, x) dx dt \rightarrow \int_0^T \int_{\Omega} \nabla v(t, x) \nabla \theta(t, x) dx dt. \quad (37)$$

Далее напишем (31), (32) для  $n = n_\mu$  и перейдём к пределу при  $n_\mu \rightarrow \infty$ .

Тогда, учитывая (33)-(37) получим, что  $(u(\cdot), v(\cdot))$ , где  $u(\cdot) \in L_\infty(0, T; \hat{W}_2^1)$ ,  $u'(\cdot) \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega))$ ,  $v(\cdot) \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)) \cap L_2(0, T; \hat{W}_2^1)$ , является слабым решением задачи (1) - (3).

### 3. Доказательство теоремы о единственности слабого решения

Пусть функции  $(u_1(t, x), v_1(t, x))$  и  $(u_2(t, x), v_2(t, x))$  являются слабыми решениями задачи (1) - (3).

Тогда для разности  $\hat{u} = u_1 - u_2$  и  $\hat{v} = v_1 - v_2$  имеем:

$$\hat{u}''(t, x) - a(t) \Delta \hat{u}(t, x) + \nabla \hat{v}(t, x) = 0, \quad (38)$$

$$\hat{v}'(t, x) - \Delta \hat{v}(t, x) + \nabla \hat{u}'(t, x) = 0, \quad (39)$$

$$\hat{u}(0, x) = \hat{u}'(0, x) = 0, \quad \hat{v}(0, x) = 0, \quad (40)$$

$$\hat{u} = u_1 - u_2 \in W_2^1(0, T; \hat{W}_2^1, L_2(\Omega)), \quad \hat{v} = v_1 - v_2 \in L_2(0, T; \hat{W}_2^1) \quad (41)$$

Умножим формально обе части равенства (38) на  $\hat{u}'(t, x)$ , а обе части равенства (39) на  $\hat{v}(t, x)$ , тогда учитывая (40), (41) имеем

$$-\frac{1}{2} \int_{\Omega} |\hat{u}'(t, x)|^2 dx + \frac{a(t)}{2} \int_{\Omega} |\nabla \hat{u}(t, x)|^2 dx da(\tau) - \\ - \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |\nabla \hat{u}(\tau, x)|^2 dx da(\tau) + \int_0^t \int_{\Omega} \nabla \hat{v}(\tau, x) \cdot \hat{u}'(\tau, x) dx d\tau = 0, \quad (42)$$

и

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} |\hat{v}(s, x)|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla \hat{v}(s, x)|^2 dx + \int_0^t \int_{\Omega} \nabla \hat{u}'(\tau, x) \hat{v}(\tau, x) dx d\tau = 0 \quad (43)$$

где последнее слагаемое понимается в следующем смысле

$$\int_0^t \int_{\Omega} \nabla \hat{u}' \cdot \hat{v} dx d\tau = - \int_0^t \int_{\Omega} \hat{u}' \cdot \nabla \hat{v} dx d\tau.$$

Из (42) и (43) имеем

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} |\hat{u}'(t, x)|^2 dx + \frac{a(t)}{2} \int_{\Omega} |\nabla \hat{u}(t, x)|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\hat{v}(s, x)|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla \hat{v}(s, x)|^2 dx = \\ = \frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |\nabla \hat{u}(\tau, x)|^2 dx da(\tau). \quad (44)$$

С другой стороны,

$$\frac{1}{2} \int_0^t \int_{\Omega} |\nabla \hat{u}(\tau, x)|^2 dx da(\tau) \leq \int_0^t \|\nabla \hat{u}(t)\|^2 \cdot dV_a[0, t]. \quad (45)$$

Из (44), (45) следует, что

$$\hat{u}(s, x) = 0, \quad \hat{v}(s, x) = 0 \quad s \in [0, T], \quad x \in \Omega.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. C.M.Dafermos. On the existence and the asymptotic stability of solutions to the equations of linear thermoelasticity, in: Arch. Rational Mech. Anal., 29 (1968), pp.241-271
2. G.Ponce and R.Racke. Global existence of small solutions to the initial value problem for nonlinear thermoelasticity, Journal of Differential Equations, 87 (1990), pp.70-83
3. L.Hsiao, S.Jiang, Nonlinear hyperbolic-parabolic coupled systems, in Handbook of Differential Equations, Evolutionary Equations (Dafermos, C.M. & Feireisl, E.(Eds.)), Vol. 1, Elsevier 2004, pp.287-384

4. *L.Yang and Y.G.Wang*. Well-posedness and decay estimates for Cauchy problems of linear thermoelastic systems of type III in 3-D, Indiana Univ Math J, (2006), 4:1333-1364
5. *L.De Simon and G.Torelli*, Linear second order differential equations with discontinuous coefficients in Hilbert spaces, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, IV. 1 (1974), pp.131-154
6. *J.L.Lions and E.Madgenes*. Non Homogeneous Boundary value Problems and Applications, Springer Verlaq, 1973
7. *T.Kato*. Теория возмущений линейных операторов. Москва: Мир, 1972

УДК 517.927.25

*Х.Р.Годжаева*

*Азербайджанский государственный педагогический университет  
mehdizade.xedice@gmail.com*

### **О СКОРОСТИ РАВНОСХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМ РЯДОМ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА**

*Ключевые слова:* дифференциальный оператор, равномерная  
равносходимость, спектральное разложение, тригонометрический ряд

В работе рассматривается обыкновенный дифференциальный оператор четвертого порядка на интервале  $G = (0, 1)$ . Изучаются вопросы равномерной равносходимости спектрального разложения по собственным функциям данного оператора с тригонометрическим рядом. Для функции из классов  $W_p^1(G)$ ,  $p \geq 1$ , установлена скорость равномерной равносходимости на любом компакте  $K \subset G$ .

*Х.Р.Қосаяева*

### **DÖRDÜNCÜ TƏRTİB ADI DİFERENSİAL OPERATOR ÜÇÜN SPEKTRAL AYRILIŞIN TRİQONOMETRİK SIRA İLƏ BİRGƏYİĞİLMA SÜRƏTİ HAQQINDA**

*Açar sözlər:* diferensial operator, müntəzəm birgəyığılma, spektral ayrılış,  
triqonometrik sıra

İşdə  $G = (0, 1)$  intervalında dördüncü tərtib adi diferensial operatora baxılır. Verilmiş operatorun məxsusi funksiyaları üzrə spektral ayrılışla triqonometrik ayrılışın birgəyığılması sualları araşdırılır.  $W_p^1(G)$ ,  $p \geq 1$  sinfinə daxil olan funksiyalar üçün ixtiyari  $K \subset G$  kompaktında müntəzəm birgəyığılma sürəti tapılır.

X.R.Gojayeva

**ON EQUICONVERGENCE RATE OF SPECTRAL EXPANSION WITH TRIGONOMETRIC SERIES FOR A FOURTH ORDER ORDINARY DIFFERENTIAL OPERATOR**

**Keywords:** differential operator, uniform equiconvergence, spectral expansion, trigonometric series

In the paper we consider a fourth order ordinary differential operator on the interval  $G = (0,1)$ . We study uniform equiconvergence of spectral expansion in eigenfunctions of the given operator with trigonometric series. For the function from the classes  $W_p^l(G)$ ,  $p \geq 1$  we establish uniform equiconvergence rate on any compact  $K \subset G$ .

**1. Формулировка результатов**

Рассмотрим на интервале  $G = (0,1)$  формальный дифференциальный оператор

$$Lu = u^{(4)} + P_2(x)u^{(2)} + P_3(x)u^{(1)} + P_4(x)u$$

с суммируемыми вещественными коэффициентами  $P_i(x)$ ,  $i = \overline{2,4}$ .

Обозначим через  $D_4(G)$  класс функций, абсолютно непрерывных вместе со своими производными до третьего порядка включительно на  $\overline{G} = [0,1]$

Под собственной функцией оператора  $L$ , отвечающей собственному значению  $\lambda$ , будем понимать любую не равную нулю функцию  $u(x) \in D_4(G)$ , удовлетворяющую почти всюду в  $G$  уравнению  $Lu + \lambda u = 0$  (см.[1]). Пусть  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  полная ортонормированная  $L_2(G)$  система состоящая из собственных функций оператора  $L$ , а  $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$ ,  $\lambda_k \leq 0$ , соответствующая система собственных значений.

Введем частичную сумму спектрального разложения функции  $f(x) \in W_l^1(G)$  по системе  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$ :

$$\sigma_\nu(x, f) = \sum_{\mu_k \leq \nu} f_k u_k(x), \quad \nu > 2,$$

где  $\mu_k = \sqrt{-\lambda_k}$ ,  $f_k = (f, u_k) = \int_0^1 f(x) \overline{u_k(x)} dx$ .

Обозначим  $\Delta_\nu(x, f) = \sigma_\nu(x, f) - S_\nu(x, f)$ , где  $S_\nu(x, f)$ ,  $\nu > 0$ , частичная сумма тригонометрического ряда Фурье функции  $f(x)$ , т.е.

$$S_\nu(x, f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{0 < 2\pi k \leq \nu} (a_k \cos 2\pi kx + b_k \sin 2\pi kx),$$

$$a_k = 2 \int_0^1 f(x) \cos 2\pi kx dx, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_k = 2 \int_0^1 f(x) \sin 2\pi kx dx, \quad k = 1, 2, \dots$$

Если  $\max_{x \in K} |\Delta_\nu(x, f)| \rightarrow 0$  при  $\nu \rightarrow +\infty$ , то будем говорить, что разложения функции  $f(x)$  в ортогональный ряд по системе  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  и в тригонометрический ряд Фурье равно мерно равносходятся на компакте  $K \subset G$ .

В данной работе доказываются следующие теоремы.

**Теорема 1.1.** Пусть функция  $f(x) \in W_p^1(G)$ ,  $p > 1$ , и система  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  удовлетворяют условию

$$\left| \int_0^1 f(x) \overline{u_k^{(3)}(x)} dx \right| \leq C_1(f) \mu_k^\alpha \|u_k\|_\infty, \quad 0 \leq \alpha < 3, \quad \mu_k \geq 1. \quad (1.1)$$

Тогда разложение функции  $f(x)$  в ортогональный ряд по системе  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  и в тригонометрический ряд Фурье равномерно равносходятся на любом компакте  $K \subset G$  и справедлива оценка

$$\max_{x \in K} |\Delta_\nu(x, f)| = O(\nu^{\beta-1}), \quad \nu \rightarrow +\infty, \quad (1.2)$$

где  $\beta = 0$ , если система  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  равномерна ограничена;  $\beta = \frac{1}{2}$ , если система  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  не является равномерной ограниченной.

**Теорема 1.2.** Пусть  $f(x) \in W_1^1(G)$ , выполняются условия (1.1) и

$$\sum_{n=2}^\infty n^{-1} \omega_1(f', n^{-1}) < \infty. \quad (1.3)$$



Тогда разложения функции  $f(x)$  в ортогональный ряд по системе  $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$  и в тригонометрический ряд Фурье равномерно равносходятся на любом компакте  $K \subset G$  и справедлива оценка (1.2).

## 2. Вспомогательные факты

Для доказательства теоремы 1.1. и 1.2 существенно используется формула среднего значения для собственных функций  $u_k(x)$  и разные оценки для коэффициентов Фурье  $f_k$  функции  $f(x) \in W_1^1(G)$ .

**Лемма 2.1.** (см [2], [3]). Для любого достаточно малого  $R > 0$  найдутся  $\bar{R}$ , удовлетворяющие условию  $2R \leq \bar{R} \leq C_0 R$ , где  $C_0$  постоянная зависящая от порядка оператора  $L$ , и такие действительные числа  $R_\alpha(\mu_k)$ ,  $|R_\alpha(\mu_k)| \in [0, \bar{R}]$ , что для любых  $t \in [0, R]$  и  $x \in G$ ,  $dist(x, \partial G) > \bar{R}$ , справедлива асимптотическая формула среднего (значения  $\mu_k \geq \rho_0, \rho_0$  — достаточно большое число):

$$\begin{aligned} \frac{u(x-t) + u_k(x+t)}{2} &= u_k(x) \cos \mu_k t + \int_x^{x+t} K_0(\xi-x, t) Q_1(\xi, u_k) d\xi + \\ &+ \int_{x-t}^x K_0(x-\xi, t) Q_2(\xi, u_k) d\xi + \int_{t \leq \xi-x \leq R} P_0(\xi-x, t) Q_3(\xi, u_k) d\xi + \\ &+ \int_{t \leq x-\xi \leq R} P_0(x-\xi, t) Q_4(\xi, u_k) d\xi + \int_{x-R}^{x+R} F_0(t, |\xi-x|) Q_5(\xi, u_k) d\xi + \\ &+ \sum_{q=0}^3 \sum_{\alpha=1}^3 F_{q\alpha}(t, \mu_k) u_k^{(q)}(x+R_\alpha) \end{aligned} \quad (2.1)$$

где

$$|Q_i(\xi, u_k)| \leq const |M(\xi, u_k)|, \quad i = \overline{1, 5}, \quad M(\xi, u_k) = \frac{1}{4\mu_k^3} \sum_{\ell=2}^4 P_\ell(\xi) u_k^{(4-\ell)}(\xi);$$

для интегралов

$$\begin{aligned} J_0(r, R, \mu_k, \nu) &= \int_r^R \frac{\sin \nu t}{t} K_0(r, t) dt, \quad 0 < r \leq R; \\ I_0(r, R, \mu_k, \nu) &= \int_0^{\min\{r, R\}} \frac{\sin \nu t}{t} P_0(r, t) dt, \quad r \in [0, \bar{R}]; \end{aligned}$$

$$K_I(R, \mu_k, r, \nu) = \int_0^R \frac{\sin \nu t}{t} F_0(t, r) dt, \quad r \in [0, R];$$

$$K_{q\alpha}(R, \mu_k, \nu) = \int_0^R \frac{\sin \nu t}{t} F_{q\alpha}(t, \mu_k) dt$$

при  $\frac{R_0}{2} \leq R \leq R_0$ ,  $R_0 > 0$ , справедливы следующие равномерные по  $R$

оценки  $J_0 = \begin{cases} O(\min\{\nu\mu_k^{-1}, \mu_k\nu^{-1}\}) & \text{при } |\mu_k - \nu| \geq \frac{\nu}{2}, \\ O\left(\ln \frac{\nu}{|\nu - \mu_k|}\right) & \text{при } 2 \leq |\mu_k - \nu| \leq \frac{\nu}{2}, \\ O(\min\{|\ln r|, \ln \nu\}), & \text{при } |\nu - \mu_k| \leq 2. \end{cases} \quad (2.2)$

$$I_0 = O(\min\{\mu_k\nu^{-1}, \nu\mu_k^{-1}\}) \quad (2.3)$$

$$K_I, K_{q\alpha} = \begin{cases} O(\exp(-\delta\mu_k)\nu^{-1}) & \text{при } \rho_0 \leq \mu_k \leq \frac{\nu}{2} \\ O(\nu \exp(-\delta\mu_k)) & \text{при } \mu_k \geq \frac{\nu}{2} \end{cases} \quad (2.4)$$

где  $\delta > 0$ .

**Лемма 2.2.** (см. [4]). Для коэффициентов  $f_k$  функции  $f(x) \in W_p^1(G)$ ,  $p \geq 1$ , удовлетворяющей условию (1.1), справедлива оценка ( $\mu_k \geq 1$ ):

$$|f_k| \leq C\mu_k^{-1} \left\{ \left[ C_I(f)\mu_k^{\alpha-3} + \left| \int_0^1 f'(t) e^{-i\omega_3\mu_k t} dt \right| + \left| \int_0^1 f'(1-t) e^{i\omega_4\mu_k t} dt \right| + \right. \right. \\ \left. \left. + (\|f\|_\infty + \|f'\|_I)\mu_k^{-1} \sum_{r=2}^{2m} \mu_k^{2-r} \|P_r\|_I \right] \|u_k\|_\infty + \sum_{j=1}^2 \left| \int_0^1 \overline{f'(t)} e^{-i\omega_j\mu_k t} dt \right| \right\}, \quad (2.5)$$

где  $\omega_1 = -\omega_2 = 1$ ,  $\omega_3 = -\omega_4 = -i$ ,  $\|\cdot\|_p = \|\cdot\|_{L_p(G)}$ ,  $C > 0$  постоянная не зависящая от  $f(x)$ .

**Лемма 2.3.** Для коэффициентов Фурье функции  $f(x) \in W_p^1(G)$ ,  $\rho \geq 1$ , удовлетворяющей условию (1.1), справедлива оценка ( $\mu_k \geq 4\pi$ )

$$|f_k| \leq C \left\{ C_1(f) \mu_k^{\alpha-4} + \mu_k^{-1} \omega_1(f', \mu_k^{-1}) + \mu_k^{-2} \|f'\|_1 + \mu_k^{-2} (\|f\|_\infty + \|f'\|_1) \sum_{j=2}^4 \mu_k^{2-j} \|P_j\|_1 \right\} \mu_k \|\mu_k\|_\infty \quad (2.6)$$

Справедливость оценки (2.6) непосредственно следует из (2.5) с учетом  $\|\mu_k\|_\infty \geq 1$ ,  $k = 1, 2, \dots$  и неравенств (см. [5]).

$$\left| \left( f', e^{-i\omega_j \mu_k t} \right) \right| \leq C \left\{ \omega_1(f', \mu_k^{-1}) + \mu_k^{-1} \|f'\|_1 \right\} \quad \text{при}$$

$$\mu_k \geq 4\pi, \\ \text{Im} \omega_j \leq 0;$$

$$\left| \left( f', e^{i\omega_j \mu_k (1-t)} \right) \right| \leq C \left\{ \omega_1(f', \mu_k^{-1}) + \mu_k^{-1} \|f'\|_1 \right\} \quad \text{при}$$

$$\mu_k \geq 4\pi, \\ \text{Im} \omega_j > 0.$$

Отметим, что для любого компакта  $K \subset G$  (см. [6]) верны оценки

$$\|\mu_k^{(s)}\|_{\infty, K} \leq C(K) \|\mu_k\|_2 \mu_k^s = C_1(K) \mu_k^s, \quad (2.7)$$

$$\|\mu_k^{(s)}\|_\infty \leq C \|\mu_k\|_2 (1 + \mu_k)^{\frac{1}{2}+s} = C(1 + \mu_k)^{\frac{1}{2}+s}, \quad s = \overline{0, 3}, \quad (2.8)$$

где  $\|\cdot\|_{p, K} = \|\cdot\|_{L_p(K)}$ .

$$\text{Обозначим } R_0(z) = \sum_{j=1}^4 \omega_j e^{i\omega_j \mu_k z};$$

$$A_{jk}(x) = \delta^{-1} \sum_{\ell=0}^1 \omega_j^{4-2\ell} (i\mu_k)^{-2\ell} u_k^{(2\ell)}(x),$$

$$I_{kl}^{\rho_0}(r, R) = \int_0^R t^{-1} \sin vt R_0(r-t) dt;$$

$$J_k^{\rho_0}(R, x) = \sum_{j=2}^3 A_{jk}(x) \int_0^R t \sin vt (\cos \omega_j \mu_k t - \cos \mu_k t) dt$$

В случае  $\mu_k \leq \rho_0$  нам понадобится следующая формула среднего значения (см. [5])

$$\frac{u_k(x-t) + u_k(x+t)}{2} = u_k(x) \cos \mu_k(t) + \frac{1}{2} \int_{x-t}^{x+t} M(\xi, u_k) \cdot$$

$$\cdot R_0(|x-\xi|-t) d\xi + \sum_{j=2}^3 A_{jk}(x) (\cos \omega_j \mu_k t - \cos \mu_k t),$$

при этом для интегралов  $I_{kl}^{\rho_0}(r, R)$  и  $J_k^{\rho_0}(R, x)$  выполняются равномерные при  $R \in \left[ \frac{R_0}{2}, R_0 \right]$  оценки

$$I_{kl}^{\rho_0} = O(v^{-1} \mu_k^3), \quad J_k^{\rho_0} = O\left(v^{-1} \sum_{s=0}^l |u_k^{(2s)}(x)|\right). \quad (2.10)$$

**Лемма 2.4.** (см. [7]). Для последовательности  $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$  выполняются условия «сумма единиц»:

$$\sum_{r \leq \mu_k \leq \tau+1} 1 \leq const, \quad \forall \tau \geq 0 \quad (2.11)$$

### 3. Доказательства основных результатов

В основе доказательств сформулированных выше результатов стоит спектральный метод, предложенный В.А.Ильиным [1].

**Доказательства теорем 1.1 и 1.2.** Фиксируем произвольный связной компакт  $K \subset G$  и введем функцию

$$W(r, v, R) = \begin{cases} \frac{\sin vr}{\pi r} & \text{при } r \leq R \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases},$$

где  $x \in K, y \in G, r = |x-y|, R \in \left[ \frac{R_0}{2}, R_0 \right], v > 0, R_0 > 0,$

$dist(K, \partial G) > 4C_0 R_0,$  при этом  $C_0$ -постоянная из леммы 2.1.

Через  $S_{R_0}[g]$  обозначим усреднение функции  $g(R)$  на отрезке  $\left[\frac{R_0}{2}, R_0\right]$ , т.е.

$$S_{R_0}[g] = 2R_0^{-1} \int_{\frac{R_0}{2}}^{R_0} g(R) dR. \text{ Тогда коэффициенты Фурье функции}$$

$\hat{W}(r, \nu, R_0) = S_{R_0}[W]$  по системе  $\{\overline{u_k(y)}\}_{k=1}^{\infty}$  вычисляются по формуле

$$\hat{W}_k = \hat{W}_k(x, \nu, R_0) = \frac{2}{\pi} S_{R_0} \left[ \int_0^R \frac{\sin \nu t}{t} \left( \frac{u_k(x-t) + u_k(x+t)}{2} \right) dt \right].$$

Учитывая формулы среднего значения (2.1), (2.9) и равенства

$$S_{R_0} = \frac{2}{\pi} S_{R_0} \left[ \int_0^R \frac{\sin \nu t}{t} \cos \mu_k t dt \right] = \delta_k^\nu + \hat{I}_k^\nu(R_0),$$

где

$$\delta_k^\nu = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{sgn}(\mu_k - \nu)), \quad \hat{I}_k^\nu(R_0) = O\left(\left(1 + |\nu - \mu_k|^2\right)^{-1}\right), \quad (3.1)$$

с учетом базисности системы  $\{\overline{u_k(y)}\}_{k=1}^{\infty}$  в  $L_2(G)$  и принадлежности при каждом  $x \in K$  функции  $W(|x-y|, \nu, R_0)$  в  $L_2(G)$ , получаем в  $L_2(G)$  относительно  $y$  равенства

$$\begin{aligned} \hat{W}(x, \nu, R_0) - \theta(x, y, \nu) &= -\frac{1}{2} \sum_{\mu_k = \nu} u_k(x) \overline{u_k(y)} + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \hat{I}_k^\nu(R_0) u_k(x) \overline{u_k(y)} + \sum_{k=1}^{\infty} B_k(x, \nu, R_0) \overline{u_k(y)}, \end{aligned}$$

где  $\theta(x, y, \nu) = \sum_{\mu_k \leq \nu} u_k(x) \overline{u_k(y)}$  – спектральная функция оператора  $L$ ;

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{\infty} B_k(x, v, R_0) \overline{u_k(y)} &= \frac{1}{\pi} \sum_{\mu_k \leq \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^{x+R} M(\xi, u_k) I_k^{\rho_0}(|x-\xi|, R) d\xi \right] \overline{u_k(y)} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k \leq \rho_0} S_{R_0} [J_k^{\rho_0}(R, x)] \overline{u_k(y)} + \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} Q_1(\xi, u_k) J_0(\xi-x, R, \mu_k, v) d\xi \right] \cdot \\
 &\cdot \overline{u_k(y)} + \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^x Q_2(\xi, u_k) J_0(x-\xi, R, \mu_k, v) d\xi \right] \overline{u_k(y)} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} Q_3(\xi, u_k) I_0(\xi-x, R, \mu_k, v) d\xi \right] \overline{u_k(y)} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^x Q_4(\xi, u_k) I_0(x-\xi, R, \mu_k, v) d\xi \right] \overline{u_k(y)} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^{x+R} Q_5(\xi, u_k) K_1(R, \mu_k, |x-\xi|, v) d\xi \right] \overline{u_k(y)} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \sum_{q=0}^3 \sum_{\alpha=1}^3 u_k^{(q)}(x+R_\alpha) K_{q\alpha}(R, \mu_k, v) \right] \overline{u_k(y)}.
 \end{aligned}$$

Отсюда в силу сходимости всех указанных рядов в  $L_2(G)$  относительно переменной  $y \in G$ , приходим к равенству

$$\int_G \widehat{W}(|x-y|, v, R_0) f(y) dy - \sigma_v(x, f) = \sum_{i=1}^{10} T_i(v, x) \quad (3.2)$$

где  $f(y) \in W_1^1(G)$  произвольная функция,

$$T_1(v, x) = -\frac{1}{2} \sum_{\mu_k=v} f_k u_k(x)$$

$$T_2(v, x) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k u_k(x) \widehat{I}_k^v(R_0);$$

$$T_3(v, x) = \frac{1}{\pi} \sum_{\mu_k \leq \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^{x+R} M(\xi, u_k) I_k^{\rho_0}(|x-\xi|, R) d\xi \right] f_k;$$

$$T_4(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k \leq \rho_0} S_{R_0} [J_k^{\rho_0}(R, x)] f_k;$$

$$T_5(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} Q_1(\xi, u_k) J_0(\xi - x, R, \mu_k, v) d\xi \right] f_k;$$

$$T_6(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^x Q_2(\xi, u_k) J_0(x - \xi, R, \mu_k, v) d\xi \right] f_k;$$

$$T_7(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} Q_3(\xi, u_k) I_0(\xi - x, R, \mu_k, v) d\xi \right] f_k;$$

$$T_8(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^x Q_4(\xi, u_k) I_0(x - \xi, R, \mu_k, v) d\xi \right] f_k;$$

$$T_9(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^{x+R} Q_5(\xi, u_k) K_1(R, \mu_k, |x - \xi|, v) d\xi \right] f_k;$$

$$T_{10}(v, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \sum_{q=0}^3 \sum_{\alpha=1}^3 u_k^{(q)}(x + R_\alpha) K_{q\alpha}(R, \mu_k, v) \right] f_k.$$

Оценим ряды  $T_i(v, x)$ ,  $i = \overline{1, 10}$  в метрике  $C(K)$  для функции  $f(x)$ , удовлетворяющей условию теорем 1.1. и 1.2.

$$\|T_i(v, \cdot)\|_{C(K)} \leq \frac{1}{2} \sum_{\mu_k=v} |f_k| \|u_k\|_{C(K)}$$

Учитывая оценки (2.6)–(2.8) и (2.11) будем иметь

$$\begin{aligned} \|T_i(v, \cdot)\|_{C(K)} &\leq C_2(K) \left( \sum_{\mu_k=v} \|u_k\|_\infty \right) \left\{ C_1(f) v^{\alpha-4} + v^{-1} \omega_1(f', v^{-1}) + \right. \\ &+ v^{-2} \|f'\|_I + v^{-2} (\|f\|_\infty + \|f'\|_I) \sum_{j=2}^4 v^{2-j} \|P_j\|_I \left. \right\} \leq C_3(K) \left\{ C_1(f) v^{\alpha+\beta-4} + \right. \\ &+ v^{\beta-1} \omega_1(f', v^{-1}) + v^{\beta-2} \left( \|f'\|_I + (\|f\|_\infty + \|f'\|_I) \sum_{j=2}^4 v^{2-j} \|P_j\|_I \right) \left. \right\} = \quad (3.3) \\ &= O(v^{\beta-1}), \end{aligned}$$

где  $\beta = 0$ , если система  $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$  равномерно ограничена ;  $\beta = \frac{1}{2}$ , в противном случае .

Для оценки суммы  $T_2(v, x)$  воспользуемся оценками (2.7), (2.8), (2.11) и (3.1). В результате будем иметь:

$$\begin{aligned} \|T_2(v, \cdot)\|_{C(K)} &\leq \sum_{k=1}^{\infty} |f_k| \|u_k\|_{C(K)} |I_k^v(R_0)| \leq C_I(K) \left( \sum_{0 \leq \mu_k < 1} |f_k| |I_k^v(R_0)| + \right. \\ &+ \left. \sum_{\mu_k > 1} |f_k| |I_k^v(R_0)| \right) \leq C_I(K) \|f\|_I \sum_{0 \leq \mu_k < 1} |v - \mu_k|^{-2} \|u_k\|_{\infty} + \\ &+ C(R_0) \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k| \left(1 + |\mu_k - v|^2\right)^{-1} + C(R_0) \sum_{|\mu_k - v| \leq 1} |f_k| + C(R_0) \cdot \\ &\cdot \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k| \left(1 + |\mu_k - v|^2\right)^{-1} + C(R_0) \sum_{\mu_k \geq \frac{3v}{2}} |f_k| \left(1 + |\mu_k - v|^2\right)^{-1} \leq \\ &\leq C \|f\|_I v^{-2} \sum_{0 \leq \mu_k < 1} 1 + C \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k| + C \sup_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} |f_k| \left[ \sum_{|\mu_k - v| \leq 1} 1 + \right. \\ &+ \left. \sum_{1 \leq |\mu_k - v| \leq \frac{v}{2}} \left(1 + |v - \mu_k|^2\right)^{-1} + \sum_{\mu_k \geq \frac{3v}{2}} \left(1 + |\mu_k - v|^2\right)^{-1} \right] \leq \\ &\leq C v^{-2} \|f\|_I + \frac{C}{1 + v^2} \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k| + C \sup_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} |f_k| \left[ 1 + \sum_{n=\left[\frac{v}{2}\right]}^{\infty} (1 + n^2)^{-1} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \sum_{n \leq |\mu_k - v| \leq n+1} 1 \right] \leq C v^{-2} \left( \|f\|_I + \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k| \right) + C \sup_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} |f_k| \cdot \end{aligned}$$



Отсюда в силу неравенства Бесселя, лемм 2.3. и 2.4 следует , что

$$\begin{aligned} \|T_2(v, \cdot)\|_{C(K)} &\leq Cv^{-2} \left[ \|f\|_l + \left( \sum_{l \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} |f_k|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{l \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \\ &+ C \sup_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} |f_k| \leq C \left\{ \left[ \|f\|_l + \|f\|_2 \right] v^{-\frac{3}{2}} + \sup_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} |f_k| \right\} = O\left( v^{-\frac{3}{2}} \right) + \\ &+ O\left( \left\{ C_1(f)v^{\alpha+\beta-4} + v^{\beta-1}\omega_l(f, v^{-1}) + v^{\beta-2} \left( \|f'\|_l + (\|f\|_\infty + \|f'\|_\infty) \cdot \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \cdot \sum_{j=2}^4 v^{2-j} \|P_j\|_l \right) \right\} \right) = O(v^{\beta-1}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Для оценки суммы  $T_3(v, x)$  и  $T_4(v, x)$  воспользуемся оценками (2.7), (2.10) и применим лемму 2.4.

$$\begin{aligned} \|T_3(v, \cdot)\|_{C(K)} &\leq \frac{1}{\pi} \sum_{\mu_k \leq \rho_0} \left| S_{R_0} \left[ \int_{x-R}^{x+R} M(\xi, u_k) I_{k_l}^{\rho_0}(|x-\xi|, R) d\xi \right] \right| |f_k| \leq \\ &\leq C \sum_{\mu_k \leq \rho_0} \frac{1}{4\mu_k^3} \int_{x-R_0}^{x+R_0} \left( \sum_{r=2}^4 |P_r(\xi) u_k^{(4-r)}(\xi)| \mu_k^3 v^{-1} \right) d\xi |f_k| \leq Cv^{-1} \cdot \\ &\cdot \left( \int_{x-R_0}^{x+R_0} \sum_{r=2}^4 |P_r(\xi)| d\xi \right)_{\mu_k \leq \rho_0} \sum (1 + \mu_k)^2 |f_k| \leq Cv^{-1} \left( \sum_{r=2}^4 \|P_r\|_l \right)_{\mu_k \leq \rho_0} \sum \|f\|_l \|u_k\|_\infty \cdot \\ &\cdot (1 + \mu_k)^2 \leq Cv^{-1} \|f\|_l \left( \sum_{r=1}^4 \|P_r\|_l \right)_{\mu_k \leq \rho_0} \sum (1 + \mu_k)^5 \leq C(\rho_0) v^{-1} = O(v^{-1}). \end{aligned} \quad (3.5)$$

В силу оценок (2.7), (2.8), (2.10), (2.11) точно такая же оценка верна для суммы  $T_4(v, x)$ , т.е.  $\|T_4(v, \cdot)\|_{C(K)} = O(v^{-1})$ .

Для оценки рядов  $T_9(v, x)$  и  $T_{10}(v, x)$  воспользуемся оценками (2.4), (2.7) и

$$\|u_k^{(s)}\|_{\infty, K_1} \leq C(K_1, K_2) (1 + \mu_k)^s \|u_k\|_{p, K_2}, \quad (\text{см. [6]}) \quad (3.6)$$

где  $K_1 \subset K_2 \subseteq G$ ,  $p \geq 1$ . В результате при  $v \geq 2\rho_0$  будем иметь ( $K = [a, b]$ ,  $K_1 = [a - C_0 R_0, b + C_0 R_0]$ ,  $K_2 = \bar{G}$ ).

$$\begin{aligned}
 \|T_9(v, \cdot)\|_{C(K)} &\leq C \sum_{\mu_k \geq \rho_0} S_{R_0} \left[ \|M(\cdot, u_k)\|_{L_1(K_1)} \sup_{\substack{|x-\xi| \leq R \\ x \in K}} |K_1(R, \mu_k, |x-\xi|, v)| \right] |f_k| \leq \\
 &\leq C \sum_{\mu_k \geq \rho_0} S_{R_0} \left[ \left\| 4\mu_k^{-3} \sum_{\ell=2}^4 P_\ell(\cdot) u_k^{(4-\ell)}(\cdot) \right\|_{L_1(K_1)} \sup_{\substack{|x-\xi| \leq R \\ x \in K}} |K_1(R, \mu_k, |x-\xi|, v)| \right] |f_k| \leq \\
 &\leq C \left( \sum_{\ell=2}^4 \|P_\ell\|_1 \right) \sum_{\rho_k \geq \rho_0} \|u_k\|_2 \mu_k^{-1} S_{R_0} \left[ \sup_{\substack{|x-\xi| \leq R \\ x \in K}} |K_1(R, \mu_k, |x-\xi|, v)| \right] |f_k| \leq \\
 &\leq C \sum_{\rho_k \geq \rho_0} \mu_k^{-1} S_{R_0} \left[ \sup_{\substack{|x-\xi| \leq R \\ x \in K}} |K_1(R, \mu_k, |x-\xi|, v)| \right] |f_k| \leq \\
 &\leq C \left( \sum_{\rho_0 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} (\cdot) + \sum_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} (\cdot) \right) \leq C \left( \sum_{\rho_0 \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} \mu_k^{-1} v^{-1} \exp(-\delta\mu_k) |f_k| + \right. \\
 &\left. + \sum_{\mu_k \geq \frac{v}{2}} v \mu_k^{-1} \exp(-\delta\mu_k) |f_k| \right).
 \end{aligned}$$

Учитывая здесь неравенства  $|f_k| \leq \|f\|_2$  и оценки (2.11) получаем

$$\|T_9(v, \cdot)\|_{C(K)} = O(v^{-1}). \tag{3.7}$$

Точно так же оценивается ряд  $T_{10}(v, x)$  и он имеет порядок  $O(v^{-1})$ .

Ряды  $T_i(v, x)$ ,  $i = \overline{5, 6}$  оцениваются по единой схеме. Поэтому оценим только ряд  $T_5(v, x)$ .

$$\begin{aligned}
 |T_5(v, x)| &\leq \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |Q_l(\xi, R)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| d\xi \right] |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |M(\xi, u_k)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| d\xi \right] |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |P_2(\xi)| |u_k^{(2)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| d\xi \mu_k^{-3} |f_k| \right] + \\
 &+ \text{const} \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} \sum_{r=3}^4 |P_r(\xi)| |u_k^{(4-r)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| d\xi \right] \mu_k^{-3} |f_k| = \\
 &= \text{const}(A_1 + A_2)
 \end{aligned}$$

Оценим сначала ряд  $A_2$ . Для этого применим оценки (2.7), (2.8), (2.1) и (2.6). В результате получаем

$$\begin{aligned}
 A_2 &\leq \sum_{\mu_k > \rho_0} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} \sum_{r=3}^4 |P_r(\xi)| \mu_k^{l-r} |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| d\xi \right] |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{\mu_k \geq l} \mu_k^{-2} |f_k| S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |J_0(\xi - x, R, \mu_k, v)| \sum_{r=3}^4 |P_r(\xi)| d\xi \right] \leq \\
 &\leq \text{const} \left\{ \sum_{l \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} + \sum_{2 \leq |\mu_k - v| \leq \frac{v}{2}} + \sum_{|\mu_k - v| \leq 2} + \sum_{\mu_k \geq \frac{3v}{2}} \right\} \leq \text{const} \cdot \\
 &\cdot \left\{ \sum_{l \leq \mu_k \leq \frac{v}{2}} \mu_k^{-1} v^{-1} |f_k| + \sum_{2 \leq |\mu_k - v| \leq \frac{v}{2}} \mu_k^{-2} \ln \left( \frac{v}{|\mu_k - v|} \right) |f_k| + \sum_{|\mu_k - v| \leq 2} \mu_k^{-2} \ln v |f_k| + \right. \\
 &\left. + \sum_{\mu_k \geq \frac{3v}{2}} \mu_k^{-1} v^{-1} |f_k| \right\} \int_x^{x+R_0} \sum_{r=3}^4 |P_r(\xi)| d\xi \leq C(K, \|P_r\|_l : r=3,4) v^{\beta-1} = O(v^{\beta-1}).
 \end{aligned}$$

Теперь оценим ряд  $A_I$ . Для этого разобьем его как в случае ряда  $A_2$ , на четыре суммы  $A_I = \sum_{j=1}^4 A_I^j$  и оценим каждую сумму  $A_I^j$  в отдельности.

$$A_I^1 = \sum_{\rho_0 \leq \rho_k^i \leq \frac{\nu}{2}} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |P_2(\xi)| |u^{(2)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, \nu)| d\xi \right] \mu_k^{-3} |f_k| \leq$$

$$\leq \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{\nu}{2}} \int_x^{x+R_0} |P_2(\xi)| |u^{(2)}(\xi)| \sup_{\frac{R_0}{2} \leq R \leq R_0} |J_0(\xi - x, R, \mu_k, \nu)| d\xi \mu_k^{-3} |f_k|$$

Учитывая оценки (3.6) при  $K_1 = K_{R_0}$ ,  $K_2 = \bar{G} = [0, I]$ , ( $K = [a, b] \subset \text{int } G$ ,  $K_{R_0} = [a - R_0, b + R_0]$ ),  $p = \infty$  и оценки (2.2), получаем

$$A_I^1 \leq \text{const} \int_{K_{R_0}} |P_2(\xi)| \left( \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{\nu}{2}} \mu_k^{-3} \nu^{-1} \mu_k^3 |f_k| \|u_k\|_\infty \right) = \frac{\text{const}}{\nu} \int_0^I |P_2(\xi)| d\xi \cdot$$

$$\cdot \left( \sum_{1 \leq \mu_k \leq \frac{\nu}{2}} |f_k| \|u_k\|_\infty \right).$$

Принимая во внимание, что при условиях теорем 1.1. и 1.2 числовой ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} f_k \|u_k\|_\infty$  сходится (см. [4] ), приходим к оценке  $A_I^1 = O(\nu^{-1})$ .

Оценим сумму  $A_I^2$ . Для этого применим оценки (2.6), (2.11) и (3.6):

$$\begin{aligned}
 A_I^2 &= \sum_{2 < |\mu_k - \nu| \leq \frac{\nu}{2}} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |P_2(\xi)| |u^{(2)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, \nu)| d\xi \right] \mu_k^{-3} |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{2 \leq |\mu_k - \nu| \leq \frac{\nu}{2}} \mu_k^{-3} \ln \frac{\nu}{|\nu - \mu_k|} \int_x^{x+R_0} |P_2(\xi)| |u^{(2)}(\xi)| d\xi \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{2 \leq |\nu - \mu_k| \leq \frac{\nu}{2}} \mu_k^{-1} \ln \frac{\nu}{|\nu - \mu_k|} \|P_2\| \|u_k\|_2 |f_k| \leq \text{const} \sum_{2 \leq |\nu - \mu_k| \leq \frac{\nu}{2}} \mu_k^{-2+\beta} \ln \frac{\nu}{|\nu - \mu_k|} \leq \\
 &\leq \frac{\text{const}}{\nu^{2-\beta}} \sum_{n=2}^{\left[\frac{\nu}{2}\right]} \ln \frac{\nu}{n} \left( \sum_{n \leq |\mu_k - \nu| \leq n+1} 1 \right) \leq \frac{\text{const}}{\nu^{2-\beta}} \sum_{n=2}^{\left[\frac{\nu}{2}\right]} \ln \frac{\nu}{n} \leq \frac{\text{const}}{\nu^{2-\beta}} \ln \frac{\nu^{\left[\frac{1}{2}\right]}}{\left[\frac{\nu}{2}\right]!} \leq \\
 &\leq \frac{\text{const}}{\nu^{2-\beta}} \ln \frac{\nu}{\sqrt{\left[\frac{\nu}{2}\right]!} \sqrt{\left[\frac{\nu}{2}\right]!}}
 \end{aligned}$$

В силу формулы Стирлинга  $n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{\omega}{\sqrt{n}}\right)$ ,  $|\omega| \leq 1$ , из последнего неравенства получаем оценку  $A_I^2 \leq \text{const} \nu^{-1+\beta} = O(\nu^{\beta-1})$ . Аналогичным образом доказывается, что

$$\begin{aligned}
 A_I^3 &= \sum_{|\mu_k - \nu| \leq 2} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |P_2(\xi)| |u_k^{(2)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, \nu)| d\xi \right] \mu_k^{-3} |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{|\mu_k - \nu| \leq 2} \mu_k^{-2+\beta} \ln \nu = O(\nu^{\beta-1});
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_I^4 &= \sum_{\mu_k \geq \frac{3\nu}{2}} S_{R_0} \left[ \int_x^{x+R} |P_2(\xi)| |u_k^{(2)}(\xi)| |J_0(\xi - x, R, \mu_k, \nu)| d\xi \right] \mu_k^{-3} |f_k| \leq \\
 &\leq \text{const} \sum_{\mu_k \geq \frac{3\nu}{2}} \mu_k^{-2+\beta} \frac{\nu}{\mu_k} \leq \text{const} \nu \sum_{\mu_k \geq \frac{3\nu}{2}} \mu_k^{-3+\beta} \leq \text{const} \nu \sum_{n \geq \left[\frac{3\nu}{2}\right]} n^{-3+\beta} \cdot \\
 &\cdot \left( \sum_{n \leq \mu_k \leq n+1} 1 \right) \leq \text{const} \nu \sum_{n \geq \left[\frac{3\nu}{2}\right]} n^{-3+\beta} = O(\nu^{\beta-1}).
 \end{aligned}$$

Следовательно, для рядов  $T_5(v, x)$  и  $T_6(v, x)$  справедлива равномерная относительно  $x \in K$  оценка

$$|T_i(v, x)| = O(v^{\beta-1}), \quad i = 5, 6 \quad (3.8)$$

Оценки рядов  $T_7(v, x)$  и  $T_8(v, x)$  проводится так же как и для рядов  $T_i(v, x)$ ,  $i = 5, 6$ . При этом следует применить оценку (2.3), лемму 2.4. В результате получим, что для этих рядов выполняется оценка (3.8). Из полученных оценок (3.3), (3.4), (3.5), (3.7), (3.8) и из равенства (3.2) следует, что

$$\sup_{x \in K} \left| \int_G \hat{W}(|x-y|, v, R_0) f(y) dy - \sigma_v(x, f) \right| = O(v^{\beta-1}), \quad v \rightarrow \infty.$$

Если вместо  $\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty$  рассмотреть ортонормированную систему собственных функций оператора  $Lu = -u^{(2)}$ ,  $u^{(j)}(0) = u^{(j)}(1)$ ,  $j = 0, 1$ , то получим

$$\sup_{x \in K} \left| \int_G \hat{W}(|x-y|, v, R_0) f(y) dy - S_v(x, f) \right| = O(v^{-1}),$$

ибо в этом случае система

$\{u_k(x)\}_{k=1}^\infty = \{1\} \cup \{\sqrt{2} \cos 2\pi kx, \sqrt{2} \sin 2\pi kx\}_{k=1}^\infty$  равномерно ограничена.

Из двух последних соотношений следует равенство

$$\sup_{x \in K} |\sigma_v(x, f) - S_v(x, f)| = O(v^{\beta-1}).$$

Теоремы 1.1 и 1.2 доказаны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А. Необходимые и достаточные условия базисности и равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений I // Дифференциальные уравнения. 1980, Т.16, №5, с.771-794
2. Курбанов В.М. Формула среднего значения для корневых функций дифференциального оператора с локально суммируемыми коэффициентами I // Дифференциальные уравнения, 2002, Т.38, №2, с.177-189
3. Курбанов В.М. Формула среднего значения для корневых функций дифференциального оператора с локально суммируемыми коэффициентами II // Дифференциальные уравнения, 2002, Т.38, №8, с.1066-1077

4. Курбанов В.М., Годжаева Х.Р. О сходимости спектрального разложения по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка // Дифференциальные уравнения, 2019, Т.55, №1, с.10-24
5. Курбанов В.М. Равносходимость биортогональных разложений по корневым функциям дифференциальных операторов I // Дифференциальные уравнения, 1999, Т.35, №12, с.1597-1609
6. Керимов Н.Б. Некоторые свойства собственных и присоединенных функций обыкновенных дифференциальных операторов / Докл. АН СССР, 1986, Т.271, №5, с.1054-1055
7. Курбанов В.М. О распределении собственных значений и критерий бесселовости корневых функций дифференциального оператора I // Дифференциальные уравнения. 2005, Т.41, №4, с.464-478

УДК 517.5

*Р.М.Рзаев, Л.Э.Гусейнова*

*Азербайджанский государственный педагогический университет  
Азербайджанский государственный экономический университет  
rrzaev@rambler.ru*

## СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР В ПРОСТРАНСТВАХ, СВЯЗАННЫХ С ЛОКАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ФУНКЦИЙ

*Ключевые слова:* сингулярный интегральный оператор, средняя осцилляция, изоморфизм пространств

В данной работе исследуется изоморфизм некоторых функциональных пространств, введенных в термины локальных характеристик функций многих переменных. Изучается действие многомерного сингулярного интегрального оператора в этих пространствах.

*R.M.Rzayev, L.E.Hüseynova*

## FUNKSIYALARIN LOKAL STRUKTURU İLƏ BAĞLI OLAN FƏZALARDA SİNGULYAR İNTEQRAL OPERATOR

*Açar sözlər:* sinqulyar inteqral operator, orta ossilyasiya, fəzaların izomorfizmi

Bu işdə çoxdəyişənli funksiyaların lokal xarakteristikaları terminlərinə daxil edilmiş bəzi funksional fəzaların izomorfluğu araşdırılır. Həmin fəzalarda çoxölçülü sinqulyar inteqral operatorun təsiri öyrənilir.

*R.M.Rzaev, L.E.Huseynova*

## SINGULAR INTEGRAL OPERATOR IN SPACES RELATED TO LOCAL STRUCTURE OF FUNCTIONS

*Keywords:* singular integral operator, mean oscillation, isomorphism of spaces

In this paper we study the isomorphism of certain functional spaces introduced in terms of local characteristics of functions of several variables. The action of a multidimensional singular integral operator in these spaces is studied.

### 1. Некоторые обозначения и предварительные факты

Пусть  $R^n$  -мерное евклидово пространство точек  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – действительные числа;  $B(a, r) := \{x \in R^n: |x - a| \leq r\}$  –



замкнутый шар в  $R^n$  с радиусом  $r > 0$  и с центром в точке  $a \in R^n$ . Через  $L_{loc}(R^n)$  обозначим множество всех локально суммируемых в  $R^n$  функций.

Пусть  $f \in L_{loc}(R^n)$ ,

$$f(B(x; r)) = \frac{1}{|B(x; r)|} \int_{B(x; r)} f(t) dt,$$

$$\Omega(f, B(x; r)) = \frac{1}{|B(x; r)|} \int_{B(x; r)} |f(t) - f(B(x; r))| dt;$$

$$\omega_f(x_0; \delta, \xi) = \text{esssup}\{|f(x) - f(y)|: |x - y| \leq \delta, x, y \in B(x_0; \xi)\};$$

$$M_f(x_0; \delta, \xi) = \sup\{\Omega(f, B(x; r)): B(x; r) \subset B(x_0; \xi), r \leq \delta\};$$

$$m_f(x_0; \delta) = \sup\{\Omega(f, B(x_0; r)): r \leq \delta\},$$

где  $x_0 \in R^n$  некоторая фиксированная точка.

Отметим, что величина  $\Omega(f, B(x; r))$  называется средней осцилляцией функции  $f$  в шаре  $B(x; r)$  в метрике  $L$ . Функции  $\omega_f(x_0; \delta, \xi)$ ,  $M_f(x_0; \delta, \xi)$  и  $m_f(x_0; \delta)$  впервые были введены в работе [8].

Функциональные пространства, определяемые условиями на среднюю осцилляцию функций были рассмотрены, например, в работах [1], [2], [3], [4], [7] и др.

Пусть  $\varphi(\delta, \xi)$  положительная монотонно возрастающая по каждому аргументу функция, определенная при  $(\delta, \xi) \in (0, +\infty) \times (0, +\infty)$ .

Класс таких функций  $\varphi$  обозначим через  $\Phi$ .

Введем обозначения

$$H_{\varphi, \theta}^{x_0} = \left\{ f: \sup_{\xi \geq 0} \left( \int_0^\infty \left( \frac{\omega_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} < +\infty \right\};$$

$$MO_{\varphi, \theta}^{x_0} = \left\{ f: \sup_{\xi \geq 0} \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} < +\infty \right\},$$

если  $1 \leq \theta < \infty$ ;

$$H_{\varphi, \infty}^{x_0} = \{f: \omega_f(x_0; \delta, \xi + \delta) = O(\varphi(\delta, \xi + \delta)), \delta > 0, \xi \geq 0\};$$

$$MO_{\varphi, \infty}^{x_0} = \{f: M_f(x_0; \delta, \xi + \delta) = O(\varphi(\delta, \xi + \delta)), \delta > 0, \xi \geq 0\};$$

$$H_\varphi^{x_0} = \{f: \omega_f(x_0; \delta, \xi) = O(\varphi(\delta, \xi)), 0 < \delta \leq \xi\};$$

$$MO_\varphi^{x_0} = \{f: M_f(x_0; \delta, \xi) = O(\varphi(\delta, \xi)), 0 < \delta \leq \xi\}.$$

Введем еще следующие обозначения:

$$\|f\|_{MO_{\varphi,\theta}^{x_0}} = \sup_{\xi \geq 0} \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta},$$

$$\|f\|_{H_{\varphi,\theta}^{x_0}} = \sup_{\xi \geq 0} \left( \int_0^\infty \left( \frac{\omega_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta},$$

если  $1 \leq \theta < \infty$ ;

$$\|f\|_{MO_{\varphi,\infty}^{x_0}} = \sup \left\{ \frac{M_f(x_0; \delta, \xi + \delta)}{\varphi(\delta, \xi + \delta)} : \delta > 0, \xi \geq 0 \right\},$$

$$\|f\|_{H_{\varphi,\infty}^{x_0}} = \sup \left\{ \frac{\omega_f(x_0; \delta, \xi + \delta)}{\varphi(\delta, \xi + \delta)} : \delta > 0, \xi \geq 0 \right\},$$

$$\|f\|_{MO_\varphi^{x_0}} = \sup \left\{ \frac{M_f(x_0; \delta, \xi)}{\varphi(\delta, \xi)} : 0 < \delta \leq \xi \right\},$$

$$\|f\|_{H_\varphi^{x_0}} = \sup \left\{ \frac{M_f(x_0; \delta, \xi)}{\varphi(\delta, \xi)} : 0 < \delta \leq \xi \right\}.$$

Можно проверить, что если  $1 \leq \theta \leq \infty, \varphi \in \Phi, x_0 \in R^n$ , то  $H_{\varphi,\infty}^{x_0} = H_\varphi^{x_0}, MO_{\varphi,\infty}^{x_0} = MO_\varphi^{x_0}$ .

Отметим, что положительная функция  $h(t), t \in (0, +\infty)$ , называется почти убывающей, если

$$\exists c > 0 \quad \forall t_1, t_2 \in (0, +\infty): (t_1 < t_2 \Rightarrow h(t_1) \geq c \cdot h(t_2)).$$

Рассмотрим многомерный сингулярный интегральный оператор

$$Af(x) = \tilde{f}(x) = \int_{R^n} \{K(x-y) - K_1(-y)\} f(y) dy =$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{R^n} \{K_\varepsilon(x-y) - K_1(-y)\} f(y) dy,$$

где

$$K(x) = \Omega(x) \cdot |x|^{-n}, \quad \int_{S^{n-1}} \Omega(x) ds = 0,$$

$\Omega(x)$  – однородна степени 0,  $S^{n-1}$  – единичная сфера в  $R^n$ ,

$\sup\{|\Omega(x) - \Omega(y)| : |x - y| \leq \delta, x, y \in S^{n-1}\} \leq \text{const} \cdot \omega(\delta) (\delta > 0)$ ,  
 $\omega(\delta)$  монотонно возрастает на интервале  $(0, +\infty)$ ,  $\omega(\delta)/\delta$  почти убывает,

$$\int_0^1 t^{-1} \cdot \omega(t) dt < +\infty,$$

$K_\varepsilon(x) = K(x) \cdot X_{\{|t|>\varepsilon\}}(x), X_{\{|t|>\varepsilon\}}(x)$  – характеристическая функция множества  $\{t: t \in R^n, |t| > \varepsilon\}$ .

Имеет место следующая теорема.

**Теорема [8].** Пусть  $x_0 \in R^n$ ,  $f \in L_{loc}(R^n)$ . Тогда при сходимости интеграла в правой части верно неравенство

$$M_{\tilde{f}}(x_0; \delta, \xi) \leq C \cdot \int_{\delta}^{\infty} \omega\left(\frac{\delta}{x}\right) \left( \int_x^{\infty} \frac{M_f(x_0; x, \xi + t)}{t^2} dt \right) dx, \quad (1.1)$$

где  $\delta > 0$ ,  $\xi > 0$ , а  $C > 0$  – постоянная, зависящая лишь от  $n$ ,  $\Omega$  и  $\omega$ .

## 2. Об изоморфизме пространств $MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$ и $H_{\varphi, \theta}^{x_0}$

**Теорема 2.1.** Пусть  $1 \leq \theta \leq \infty$ ,  $\varphi \in \Phi$ ,  $x_0 \in R^n$ . Тогда  $H_{\varphi, \theta}^{x_0} \subset MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и

$$\|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \leq 2\|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}} \quad (2.1)$$

Доказательство. Пусть  $1 \leq \theta \leq \infty$  и  $f \in H_{\varphi, \theta}^{x_0}$ . Легко видеть, что

$$M_f(x_0; \delta, \xi) \leq \omega_f(x_0; 2\delta, \xi) \leq 2\omega_f(x_0; \delta, \xi).$$

Отсюда получим, что при  $1 \leq \theta < \infty$

$$\begin{aligned} \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} &= \left( \int_0^{\infty} \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^{\theta} dt \right)^{1/\theta} \leq \\ &\leq 2 \left( \int_0^{\infty} \left( \frac{\omega_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^{\theta} dt \right)^{1/\theta} = 2\|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}}, \end{aligned}$$

а также

$$\begin{aligned} \|f\|_{MO_{\varphi, \infty}^{x_0}} &= \sup \left\{ \frac{M_f(x_0; \delta, \xi + \delta)}{\varphi(\delta, \xi + \delta)} : \delta > 0, \xi \geq 0 \right\} \leq \\ &\leq 2 \sup \left\{ \frac{\omega_f(x_0; \delta, \xi + \delta)}{\varphi(\delta, \xi + \delta)} : \delta > 0, \xi \geq 0 \right\} = \|f\|_{H_{\varphi, \infty}^{x_0}}. \end{aligned}$$

Следовательно  $H_{\varphi, \theta}^{x_0} \subset MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и верно неравенство (2.1).

Теорема доказана.

Пусть положительные функции  $\varphi(x, y)$  и  $\psi(x, y)$  определены на  $(0; +\infty) \times (0; +\infty)$  и пусть существуют положительные постоянные  $C_1$  и  $C_2$  такие, что при всех  $(x, y) \in (0; +\infty) \times (0; +\infty)$  верно неравенство  $C_1\varphi(x, y) \leq \psi(x, y) \leq C_2\varphi(x, y)$ . Такие функции называются эквивалентными на множестве  $(0; +\infty) \times (0; +\infty)$  и это пишется так:  $\varphi(x, y) \approx \psi(x, y) (x, y) \in (0; +\infty) \times (0; +\infty)$ .

**Теорема 2.2.** Пусть  $1 \leq \theta \leq \infty$ ,  $x_0 \in R^n$ ,  $\varphi \in \Phi$ ,  $\varphi(2\delta, \xi) \approx \varphi(\delta, \xi)$ ,  $\varphi(\delta, 2\xi) \approx \varphi(\delta, \xi)$ ,  $(\delta, \xi) \in (0; +\infty) \times (0; +\infty)$  и пусть при  $1 \leq \theta \leq \infty$

$$\sup_{\xi \geq 0} \left\| \frac{1}{\varphi(x, \xi + x)} \left\| \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t} \right\|_{L^{\theta'}_{([0, x]; dt)} \right\|_{L^{\theta}_{([0, +\infty); dx)}} < +\infty, \quad (2.2)$$

где  $\frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta'} = 1$ .

Тогда  $MO_{\varphi, \theta}^{x_0} \subset H_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и

$$\exists C > 0 \quad \forall f \in MO_{\varphi, \theta}^{x_0}: \quad \|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}} \leq C \cdot \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}}. \quad (2.3)$$

Доказательство. Пусть  $f \in MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и пусть  $x, y \in B(x_0; \xi)$ . Тогда

$$\begin{aligned} |f(x) - f(y)| &\leq |f(x) - f(B(x; |x - y|))| + \\ &+ |f(B(x; |x - y|)) - f(B(y; |x - y|))| + \\ &+ |f(y) - f(B(y; |x - y|))|. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В силу результатов работ [5], [6] для почти всех  $x, y \in B(x_0; \xi)$  имеем:

$$\begin{aligned} &|f(x) - f(B(x; |x - y|))| \leq \\ &\leq C_1(n) \left( m_f(x; |x - y|) + \int_0^{|x-y|} \frac{m_f(x; t)}{t} dt \right); \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} &|f(y) - f(B(y; |x - y|))| \leq \\ &\leq C_1(n) \left( m_f(y; |x - y|) + \int_0^{|x-y|} \frac{m_f(y; t)}{t} dt \right); \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} &|f(B(x; |x - y|)) - f(B(y; |x - y|))| \leq \\ &\leq |f(B(x; |x - y|)) - f(B(x; 2|x - y|))| + \\ &+ |f(B(x; 2|x - y|)) - f(B(y; |x - y|))| \leq \\ &\leq C_2(n) \int_{|x-y|}^{4|x-y|} \frac{M_f(x; t, 2|x - y|)}{t} dt, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $C_1(n)$  и  $C_2(n)$  положительные постоянные, зависящие лишь от  $n$ .

Нетрудно видеть, что при наших предположениях

$$m_f(x; t) \leq M_f(x_0; t, \xi + t),$$

$$m_f(y; t) \leq M_f(x_0; t, \xi + t),$$

$$M_f(x; t, 2|x - y|) \leq M_f(x_0; t, \xi + 2|x - y|).$$

Учитывая эти неравенства, с помощью соотношений (2.4)-(2.7) получаем, что для почти всех  $x, y \in B(x_0; \xi)$ :

$$|f(x) - f(y)| \leq$$

$$\begin{aligned}
 &\leq C(n) \left( M_f(x_0; |x-y|, \xi + |x-y|) + \int_0^{|x-y|} \frac{m_f(x; t)}{t} dt + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{|x-y|} \frac{m_f(y; t)}{t} dt + \int_{|x-y|}^{4|x-y|} \frac{M_f(x_0; t, \xi + 2|x-y|)}{t} dt \right) \leq \\
 &\leq C_1(n) \left( M_f(x_0; |x-y|, \xi + |x-y|) + \int_0^{|x-y|} \frac{M_f(x_0; t, \xi + t)}{t} dt + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{|x-y|}^{4|x-y|} \frac{M_f(x_0; t, \xi + 2t)}{t} dt \right) \leq \\
 &\leq C_2(n) \left( M_f(x_0; |x-y|, \xi + |x-y|) + \int_0^{4|x-y|} \frac{M_f(x_0; t, \xi + 2t)}{t} dt \right),
 \end{aligned}$$

где  $C(n)$ ,  $C_1(n)$ ,  $C_2(n)$  – положительные постоянные, зависящие лишь от  $n$ .

Если  $|x-y| \leq \delta \leq \xi$ , то получим:

$$|f(x) - f(y)| \leq C(n) \left( M_f(x_0; \delta, \xi + \delta) + \int_0^{4\delta} \frac{M_f(x_0; t, \xi + 2t)}{t} dt \right).$$

Отсюда при  $\delta \leq \xi$

$$\begin{aligned}
 \omega_f(x_0; \delta, \xi) &\leq \\
 &\leq C(n) \left( M_f(x_0; \delta, \xi + \delta) + \int_0^{4\delta} \frac{M_f(x_0; t, \xi + 2t)}{t} dt \right). \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Сначала рассмотрим случай  $\theta = \infty$ . В этом случае условие (2.2) примет вид:

$$\int_0^x \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t} dt \leq C \cdot \varphi(x, \xi + x), \quad (2.9)$$

при любых  $x, \xi \in (0; +\infty)$ , где  $C$  – положительная постоянная, не зависящая от  $x$  и  $\xi$ .

Если  $f \in MO_{\varphi, \infty}^{x_0} = MO_{\varphi}^{x_0}$ , то из (2.8) получаем, что при  $\delta \leq \xi$

$$\omega_f(x_0; \delta, \xi) \leq C(n) \left( \varphi(\delta, 2\xi) + \int_0^{4\delta} \frac{\varphi(t, 9\xi)}{t} dt \right) \|f\|_{MO_{\varphi}^{x_0}} \leq$$

$$\begin{aligned} &\leq C_1 \left( \varphi(\delta, \xi) + \int_0^\delta \frac{\varphi(t, \xi)}{t} dt \right) \|f\|_{MO_\varphi^{x_0}} \leq \\ &\leq C_2 \cdot \|f\|_{MO_\varphi^{x_0}} \cdot \int_0^\delta \frac{\varphi(t, \xi)}{t} dt, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где постоянные  $C_1 > 0, C_2 > 0$  не зависят от  $f, \delta$  и  $\xi$ .

В случае, когда  $x \leq \xi$  неравенство (2.9), в силу свойств функции  $\varphi(\delta, \xi)$ , эквивалентно неравенству:

$$\int_0^x \frac{\varphi(t, \xi)}{t} dt \leq C \cdot \varphi(x, \xi) \quad (2.11)$$

где  $C > 0$  не зависит от  $x$  и  $\xi$ .

Учитывая неравенство (2.11) в (2.10) получаем, что при  $\delta \leq \xi$

$$\omega_f(x_0; \delta, \xi) \leq C \cdot \|f\|_{MO_\varphi^{x_0}} \cdot \varphi(\delta, \xi),$$

т.е.  $f \in H_\varphi^{x_0} = H_{\varphi, \infty}^{x_0}$  и

$$\|f\|_{H_\varphi^{x_0}} \leq C \cdot \|f\|_{MO_\varphi^{x_0}},$$

где  $C > 0$  – постоянная, не зависящая от  $f$ .

Пусть теперь  $1 \leq \theta < \infty$  и  $f \in MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$ . С помощью неравенства (2.8), применяя интегральное неравенство Минковского и учитывая свойства функции  $\varphi(\delta, \xi)$ , получим

$$\begin{aligned} &\left( \int_0^\infty \left( \frac{\omega_f(x_0; x, \xi + x)}{\varphi(x, \xi + x)} \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\ &\leq C \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; x, \xi + 2x)}{\varphi(x, \xi + x)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\varphi(x, \xi + x)} \int_0^{4x} \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + 2t)}{t} dt \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\ &\leq C_1 \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; x, \xi + 2x)}{\varphi(x, \xi + 2x)} \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +C \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\varphi(x, \xi+x)} \int_0^{4x} \frac{M_f(x_0; t, \xi+x+2t)}{t} dt \right]^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\
 & \leq C_2 \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; 2x, \xi+2x)}{\varphi(2x, \xi+2x)} \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} + \\
 & +C_3 \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\varphi(x, \xi+x)} \int_0^{4x} \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi+x+2t)}{\varphi(t, \xi+x+2t)} \times \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. \times \frac{\varphi(t, \xi+x+2t)}{t} \right) dt \right]^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\
 & \leq C_4 \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi+t)}{\varphi(t, \xi+t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} + \\
 & +C_3 \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\varphi(x, \xi+x)} \int_0^{4x} \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi+x+2t)}{\varphi(t, \xi+x+2t)} \times \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. \times \frac{\varphi(t, \xi+x+2t)}{t} \right) dt \right]^\theta dx \right)^{1/\theta}. \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

Теперь оценим внутренний интеграл из правой части неравенства (2.12). Применяя неравенство Гельдера, имеем

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{4x} \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi+x+2t)}{\varphi(t, \xi+x+2t)} \cdot \frac{\varphi(t, \xi+x+2t)}{t} \right) dt \leq \\
 & \leq \left( \int_0^{4x} \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi+x+2t)}{\varphi(t, \xi+x+2t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} \cdot \left( \int_0^{4x} \left( \frac{\varphi(t, \xi+x+2t)}{t} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} \leq \\
 & \leq \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \cdot \left( \int_0^{4x} \left( \frac{\varphi(t, \xi+x+2t)}{t} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} \leq \\
 & \leq C_5 \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \cdot \left( \int_0^x \left( \frac{\varphi(t, \xi+x+t)}{t} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'}. \tag{2.13}
 \end{aligned}$$

Из неравенств (2.12) и (2.13) получим

$$\begin{aligned}
 & \left( \int_0^\infty \left( \frac{\omega_f(x_0; t, \xi + t)}{\varphi(t, \xi + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} \leq C_4 \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} + \\
 & + C_3 \cdot C_5 \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\varphi(x, \xi + x)} \cdot \left( \int_0^x \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} \right]^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\
 & \leq C_6 \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \times \\
 & \times \left( 1 + \left\{ \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\varphi(x, \xi + x)} \cdot \left( \int_0^x \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} \right]^\theta dx \right\}^{1/\theta} \right) \leq \\
 & \leq C_6 \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \left( + \sup_{\xi \geq 0} \left\| \frac{1}{\varphi(x, \xi + x)} \left\| \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t} \right\|_{L_{([0, x]; dt)}^{\theta'}} \right\|_{L_{([0, +\infty); dx)}^\theta} \right), \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

где  $C, C_1 - C_6$  положительные постоянные, не зависящие от  $f$  и  $\xi$ .

Таким образом, если выполняется условие (2.2) и  $f \in MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$ , то  $f \in H_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и  $\|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}} \leq C \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}}$ , где  $C$  не зависит от  $f$ . Теорема доказана.

Из теорем 2.1 и 2.2 следует

**Теорема 2.3.** Пусть  $\varphi \in \Phi$ ,  $\varphi(2\delta, \xi) = \varphi(\delta, \xi)$ ,  $\varphi(\delta, 2\xi) = \varphi(\delta, \xi)$ ,  $(\delta, \xi) \in (0, +\infty) \times (0, +\infty)$  и пусть выполняется условие (2.2). Тогда  $MO_{\varphi, \theta}^{x_0} = H_{\varphi, \theta}^{x_0}$  и

$$\exists C_1 > 0, \exists C_2 > 0 \quad \forall f: \quad C_1 \|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}} \leq \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \leq C_2 \|f\|_{H_{\varphi, \theta}^{x_0}}.$$

Замечание. Выше было отмечено, что условие (2.2) при  $\theta = \infty$  принимает вид (2.9). Нетрудно видеть, что условие (2.9) равносильно условию

$$\int_0^x \frac{\varphi(t, \xi + t)}{t} dt \leq C \cdot \varphi(x, \xi), \quad x \leq \xi,$$

где постоянная  $C > 0$  не зависит от  $x$  и  $\xi$ .

Отметим, что теорема 2.3 для пространств функций одной переменной была доказана в [9].



**3. Сингулярный оператор  $Af = \tilde{f}$  в пространствах  $MO_{\varphi,\theta}^{x_0}$  и  $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$**

Берем произвольные функции  $\varphi, \psi \in \Phi$ . Будем считать, что  $f \in MO_{\varphi,\theta}^{x_0}$ . Тогда при  $1 \leq \theta < \infty$ , в силу неравенства (1.1) имеем

$$\begin{aligned} & \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_{\tilde{f}}(x_0; x, \xi + x)}{\psi(x, \xi + x)} \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq \\ & \leq C \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{M_f(x_0; \tau, \xi + x + t)}{t^2} dt \right) d\tau \right]^\theta dx \right)^{1/\theta}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Кроме того, если  $\frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta'} = 1$ , то учитывая, что  $\tau \leq t$  имеем

$$\begin{aligned} & \int_\tau^\infty \frac{M_f(x_0; \tau, \xi + x + t)}{t^2} dt \leq \int_\tau^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + t)}{\varphi(t, \xi + x + t)} \cdot \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right) dt \leq \\ & \leq \left( \int_\tau^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + t)}{\varphi(t, \xi + x + t)} \right)^\theta dt \right)^{1/\theta} \cdot \left( \int_\tau^\infty \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} \leq \\ & \leq \|f\|_{MO_{\varphi,\theta}^{x_0}} \cdot \left( \int_\tau^\infty \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'}, \end{aligned}$$

с соответствующей модификацией в случае  $\theta' = \infty$ . Отсюда, с помощью неравенства (3.1) получаем, что

$$\begin{aligned} & \left( \int_0^\infty \left( \frac{M_{\tilde{f}}(x_0; x, \xi + x)}{\psi(x, \xi + x)} \right)^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq C \|f\|_{MO_{\varphi,\theta}^{x_0}} \times \\ & \times \left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} d\tau \right]^\theta dx \right)^{1/\theta} = \\ & = C \|f\|_{MO_{\varphi,\theta}^{x_0}} \times \end{aligned}$$

$$\left( \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \left\| \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left\| \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right\|_{L^{\theta'}([\tau, +\infty); dt)} \right\|_{L^1([x, +\infty); d\tau)} \right]^\theta dx \right)^{1/\theta} \leq C \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}} \times \sup_{\xi \geq 0} \left\| \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \left\| \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left\| \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right\|_{L^{\theta'}([\tau, +\infty); dt)} \right\|_{L^1([x, +\infty); d\tau)} \right\|_{L^\theta((0, +\infty); dx)}.$$

Отсюда следует, что если  $1 \leq \theta < \infty$  и если  $\exists C > 0 \forall \xi \in [0, +\infty)$ :

$$\int_0^\infty \left[ \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \left( \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right)^{\theta'} dt \right)^{1/\theta'} d\tau \right]^\theta dx \leq C, \quad (3.2)$$

то  $\tilde{f} \in MO_{\varphi, \infty}^{x_0}$  и  $\|\tilde{f}\|_{MO_{\psi, \theta}^{x_0}} \leq C \cdot \|f\|_{MO_{\varphi, \theta}^{x_0}}$ .

Теперь рассмотрим случай  $\theta = \infty$  (тогда  $\theta' = 1$ ). Тогда для любых  $x \in (0, +\infty)$ ,  $\xi \in [0, +\infty)$  имеем

$$\frac{M_{\tilde{f}}(x_0; x, \xi + x)}{\psi(x, \xi + x)} \leq C \left( \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{M_f(x_0; \tau, \xi + x + t)}{t^2} dt \right) d\tau \right) \leq C \left( \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + t)}{t^2} dt \right) d\tau \right). \quad (3.3)$$

Кроме того,

$$\int_\tau^\infty \frac{M_f(x_0; \tau, \xi + x + t)}{t^2} dt \leq \int_\tau^\infty \left( \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + t)}{\varphi(t, \xi + x + t)} \cdot \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right) dt \leq \sup_{t \geq \tau} \left\{ \frac{M_f(x_0; t, \xi + x + t)}{\varphi(t, \xi + x + t)} \right\} \cdot \int_\tau^\infty \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} dt \leq \|f\|_{MO_{\varphi, \infty}^{x_0}} \cdot \int_\tau^\infty \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} dt.$$

Учитывая это в неравенстве (3.3), получим

$$\frac{M_{\tilde{f}}(x_0; x, \xi + x)}{\psi(x, \xi + x)} \leq \leq C \|f\|_{MO_{\varphi, \infty}^{x_0}} \cdot \left( \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} dt \right) d\tau \right).$$

Отсюда следует, что если

$$\int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} dt \right) d\tau \leq C \cdot \psi(x, \xi + x), \quad (3.4)$$

где постоянная  $C > 0$  не зависит от  $x \in (0, +\infty)$ ,  $\xi \in [0, +\infty)$ , то

$$\sup \left\{ \frac{M_{\tilde{f}}(x_0; x, \xi + x)}{\psi(x, \xi + x)} : x > 0, \xi \geq 0 \right\} \leq C \|f\|_{MO_{\varphi, \infty}^{x_0}}.$$

А это означает, что  $\tilde{f} \in MO_{\varphi, \infty}^{x_0}$  и  $\|\tilde{f}\|_{MO_{\psi, \infty}^{x_0}} \leq C \cdot \|f\|_{MO_{\varphi, \infty}^{x_0}}$ , где постоянная  $C > 0$  не зависит от  $f$ .

Отметим, что условие (3.2) при  $\theta = \infty$  превращается в условие (3.4).

Таким образом, доказана

**Теорема 3.1.** Пусть  $1 \leq \theta \leq \infty$ ,  $\varphi, \psi \in \Phi$  и пусть  $\exists C > 0 \forall \xi \in [0, +\infty)$ :

$$\left\| \frac{1}{\psi(x, \xi + x)} \right\| \left\| \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \right\| \left\| \frac{\varphi(t, \xi + x + t)}{t^2} \right\|_{L^{\theta'}([t, +\infty); dt)} \left\| \right\|_{L^1([x, +\infty); d\tau)} \left\| \right\|_{L^\theta((0, +\infty); dx)} \leq \leq C. \quad (3.5)$$

Тогда оператор  $Af = \tilde{f}$  ограниченно действует из пространства  $MO_{\varphi, \theta}^{x_0}$  в пространство  $MO_{\psi, \theta}^{x_0}$ .

Замечание. Легко видеть, что условие (3.4) равносильно условию

$$\int_x^\infty \omega\left(\frac{x}{\tau}\right) \left( \int_\tau^\infty \frac{\varphi(t, \eta + t)}{t^2} dt \right) d\tau \leq C \cdot \psi(x, \eta), \quad x \leq \eta. \quad (3.6)$$

Из теорем 2.3 и 3.1 получается

**Теорема 3.2.** Пусть  $1 \leq \theta \leq \infty$ ,  $\varphi, \psi \in \Phi$ ,  $\varphi(2\delta, \xi) = \varphi(\delta, \xi)$ ,  $\varphi(\delta, 2\xi) = \varphi(\delta, \xi)$ ,  $\psi(2\delta, \xi) = \psi(\delta, \xi)$ ,  $\psi(\delta, 2\xi) = \psi(\delta, \xi)$ ,  $(\delta, \xi) \in (0, +\infty) \times (0, +\infty)$  и пусть выполняются условия (2.2), (3.5).

Тогда оператор  $Af = \tilde{f}$  ограниченно действует из пространства  $H_{\varphi, \theta}^{x_0}$  в пространство  $H_{\psi, \theta}^{x_0}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. *John F., Nirenberg L.* On functions of bounded mean oscillation. *Comm. Pure Appl. Math.* 1961, v.14, pp.415-426
2. *Sarason D.* Algebras of functions on the unit circle. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1973, v.79, No 2, pp.286-299
3. *Sarason D.* Functions of vanishing mean oscillation. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1975, v.207, pp.391-405
4. *Spanne S.* Some function spaces defined using the mean oscillation over cubes. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa*, 1965, v.19, pp.593-608
5. *Рзаев Р.М.* Об аппроксимации локально суммируемых функций сингулярными интегралами в терминах средней осцилляции и некоторые приложения // Препр. АН Азербайджанской Республики, Институт физики. 1992, №1, с.1-43
6. *Рзаев Р.М.* Многомерный сингулярный интегральный оператор в пространствах, определяемых условиями на среднюю осцилляцию функций / Докл. АН СССР, 1990, т.314, №3, с. 562-565
7. *Рзаев Р.М.* Многомерный сингулярный интегральный оператор в пространствах  $BMO_{\varphi,\theta}$  и  $H_{\varphi,\theta}$ . // Изв. Вузов. Математика, 1997, Т.418, №3, с.52-60
8. *Рзаев Р.М.* Интегральные операторы в пространствах, определяемых условиями на среднюю осцилляцию функций и некоторые приложения. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. Баку, 1998, 285 с.
9. *Рзаев Р.М., Иманова А.Б.* О пространствах  $H_{\varphi,\theta}^{x_0}$  и  $BMO_{\varphi,\theta}^{x_0}$ . // Известия педагогического университета, 2016, Т.64, №1, с. 36-45

UOT 517.95

*M.M.Səbzəliyev*  
*Bakı Biznes Universiteti*  
*sabzalievm@mail.ru*

## HIPERBOLİK TƏNLIYƏ CİRLAŞAN PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN ASİMPOTİKASI

*Açar sözlər: asimptotika, sərhəd zolaq tipli funksiya, qalıq həddi*

Hiperbolik tənliyə cırlaşan sinqulyar həyəcanlanmış parabolik tənlik üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuş və qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.

*M.M. Сабзалиев*

## АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ В ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

*Ключевые слова: асимптотика, функция типа пограничного слоя, остаточный член*

Построена полная асимптотика решения краевой задачи для сингулярно возмущенного параболического уравнения, вырождающегося в гиперболическое уравнение и оценен остаточный член.

*M.M.Sabzaliyev*

## ASYMPTOTICS OF THE SOLUTION OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM STATED FOR A PARABOLIC EQUATION DEGENERATED INTO HYPERBOLIC EQUATION

*Keywords: asymptotics, boundary layer type function, remainder term.*

Complete asymptotics of the solution of a boundary value problem stated for singularly perturbed parabolic equation degenerated into hyperbolic equation was constructed and remainder term was estimated.

Bir fiziki xarakteristikadan digərlərinə keçidi hamar olmayan bir çox real hadisələr sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklərin tədqiqinə gətirilir. Sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər müxtəlif aspektlərdən sisteməlik olaraq A.N.Tixonov, L.S.Pontryaqin, E.F.Mişenko, A.B.Vasilyeva, M.İ.Vişik, L.A.Lyusternik, V.Vazov, C.A.Lomov, A.M.İlin və başqa alimlər tərəfindən

öyrənilmişdir. Sinqulyar həyəcanlanmış parabolik tipli tənliklərə də müəyyən işlər həsr olunmuşdur. [3] işində V.A. Trenoqin

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon b(x,t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c(x,t,u) = 0, \quad u(x,0) = \varphi(x), \quad u(0,t) = u(1,t) = 0$$

sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikasını qurmuşdur. [2] məqaləsində  $u_t = \varepsilon \Delta u + |u|^{p-1} u$  tənliyinin  $\Omega$ -da  $u(x,0) = \varphi(x)$  şərtini,  $\partial\Omega \times (0, +\infty)$ -da isə  $u(x,t) = 0$  şərtini ödəyən həllinin asimptotikası tədqiq edilmişdir. V.F. Butuzov [1] işində  $-u_t + \varepsilon^2 \Delta u - f(u, x, \varepsilon) = 0$  tənliyi üçün üçüncü növ sərhəd şərtini öyrənmişdir.

Bu kiçik həcmli icmal göstərir ki, tədqiq olunmuş sinqulyar həyəcanlanmış qeyri-xətti parabolik tənliklər aşağıdakı xüsusiyyətlərə malikdirlər. Birincisi, araşdırılmış sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər ya funksional tənliyə, ya da adi diferensial tənliyə cırlaşirlər. İkincisi, tədqiq olunan sinqulyar həyəcanlanmış qeyri-xətti parabolik tənliklər axtarılan funksiyanın törəmələrinə nəzərən xəttidirlər.

Bu məqalədə  $D = \{(t, x) | 0 \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$  düzbucaqlı oblastında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$L_\varepsilon u \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon^p \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^p - \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b(t, x)u - f(t, x) = 0, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = 0, (0 \leq x \leq 1); \quad u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, (0 \leq t \leq 1). \quad (2)$$

Burada  $\varepsilon > 0$ -kiçik parametr,  $p = 2k + 1$ ,  $k$ -ixtiyari natural ədəd,  $a > 0$ -sabit,  $b(t, x)$  və  $f(t, x)$ -isə verilmiş kifayət qədər hamar funksiyalardır.  $b(t, x)$  funksiyası  $D$ -də

$$b(t, x) \geq \gamma^2 > 0, \quad \gamma = const \quad (3)$$

şərtini ödəyir.

Ayındır ki,  $\varepsilon$  kiçik parametrinin hər bir qeyd olunmuş qiymətində (1), (2) sərhəd məsələsinin  $L_{p+1} \left[ 0, 1; \overset{\circ}{W}_{p+1}(0, 1) \right]$  fəzasından olan həlli vardır. Bu işdə məqsəd (1), (2) məsələsinin ümumiləşmiş həllinin kiçik parametərə nəzərən asimptotikasını qurmaqdır.

(1), (2) məsələsinin həllinin asimptotikasını qurmaq üçün iterasiya prosesləri aparılır. Birinci iterasiya prosesində (1) tənliyinin təqribi həlli

$$W = W_0 + \varepsilon W_1 + \varepsilon^2 W_2 + \dots + \varepsilon^n W_n \quad (4)$$

şəklində axtarılır.  $W$  funksiyasının (4)-dəki ifadəsini (1) tənliyində yazıb, tələb edək ki, bu funksiya (1) tənliyinin

$$L_\varepsilon W = O(\varepsilon^{n+1}) \quad (5)$$

mənada təqribi həlli olsun. Onda  $W_i; i = 0, 1, \dots, n$  funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı rekurrent diferensial tənliklər alınır:

$$L_0 W_0 \equiv \frac{\partial W_0}{\partial t} + a \frac{\partial W_0}{\partial x} + b(t, x) W_0 = f(t, x), \quad (6)$$

$$L_0 W_i \equiv \frac{\partial W_i}{\partial t} + a \frac{\partial W_i}{\partial x} + b(t, x) W_i = f_i(t, x); i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Burada  $f_i(t, x)$  funksiyaları  $W_0, W_1, \dots, W_{i-1}$  funksiyaları ilə ifadə olunan məlum funksiyalardır. Məsələn,  $f_1$  və  $f_2$  funksiyaları

$$f_1(t, x) = \frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2}, \quad f_2(t, x) = \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2}$$

düsturları ilə təyin edilirlər.  $k = 1$  olduqda  $f_3$  funksiyası

$$f_3(t, x) = \frac{\partial^2 W_2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial W_0}{\partial x} \right)^3$$

düsturu ilə təyin edilir.

Aydın ki, (6), (7) tənlikləri üçün (2) sərhəd şərtlərinin hamısından istifadə etmək olmaz. (6), (7) tənlikləri üçün

$$W_0|_{t=0} = 0, (0 \leq x \leq 1); \quad W_0|_{x=0} = 0, (0 \leq t \leq 1) \quad (8)$$

$$W_i|_{t=0} = 0, (0 \leq x \leq 1); \quad W_i|_{x=0} = 0, (0 \leq t \leq 1); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

sərhəd şərtlərindən istifadə ediləcəkdir. (4), (8) və (9)-a əsasən belə qurulan  $W$  funksiyası (5) tənliyini və

$$W|_{t=0} = 0, (0 \leq x \leq 1); \quad W|_{x=0} = 0, (0 \leq t \leq 1) \quad (10)$$

sərhəd şərtlərini ödəyəcəkdir.  $W$  funksiyası (2)-də olan  $x = 1$  üzərindəki sərhəd şərtini ödəməyə bilər. Bu sərhəd şərtinin ödənilməsinə təmin etmək üçün  $x = 1$  yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya qurulacaqdır.

Əvvəlcə  $W_0, W_1, \dots, W_n$  funksiyalarını təyin edək. Beləliklə,  $W_0$  funksiyası (6), (8) sərhəd məsələsinin həllidir. Aşağıdakı təklif doğrudur.

**Lemma 1.** Fərz edək ki,  $f(t, x) \in C^{2(n+1)}(D)$ ,  $b(t, x) \in C^{2(n+1)}(D)$  və  $f(t, x)$  funksiyası aşağıdakı şərti ödəyir:

$$\left. \frac{\partial^i f(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \right|_{x=at} = 0; \quad i = i_1 + i_2; \quad i = 0, 1, \dots, 2(n+1); \quad (t, x) \in D. \quad (11)$$

Onda (6), (8) məsələsinin həlli olan  $W_0(t, x)$  funksiyası da  $C^{2(n+1)}(D)$  fəzasına daxildir və

$$\frac{\partial^i W_0(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \Big|_{x=at} = 0; \quad i = i_1 + i_2; \quad i = 0, 1, \dots, 2(n+1); \quad (t, x) \in D \quad (12)$$

şərtini ödəyir.

**İsbatı.** (6) diferensial tənliyinin koordinat başlanğıcından keçən  $x = at$  xarakteristik xətti  $D$  düzbucaqlısını iki hissəyə bölür:  $D_1 = \{(t, x) \in D | x \leq at\}$ ,  $D_2 = \{(t, x) \in D | x \geq at\}$ . (6), (8) məsələsinin həllini aşağıdakı şəkildə axtarmaq olar:

$$W_0 = \begin{cases} W_0^{(1)}, & (t, x) \in D_1 \text{ olduqda,} \\ W_0^{(2)}, & (t, x) \in D_2 \text{ olduqda.} \end{cases} \quad (13)$$

Burada  $W_0^{(1)}$  və  $W_0^{(2)}$  funksiyaları aşağıdakı sərhəd məsələlərinin həlləridir:

$$L_0 W_0^{(1)} = 0, \quad (t, x) \in D_1; \quad W_0^{(1)} \Big|_{x=0} = 0, \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (14)$$

$$L_0 W_0^{(2)} = 0, \quad (t, x) \in D_2; \quad W_0^{(2)} \Big|_{t=0} = 0, \quad (0 \leq x \leq 1). \quad (15)$$

(14), (15) Koşi məsələlərini həll edərək, alırıq:

$$W_0^{(1)}(t, x) = \frac{1}{a} \int_0^x f\left(\frac{1}{a}(at - x + \tau), \tau\right) \exp\left[-\frac{1}{a} \int_\tau^x b\left(\frac{1}{a}(at - x + \xi), \xi\right) d\xi\right] d\tau, \quad (16)$$

$$W_0^{(2)}(t, x) = \int_0^t f(\tau, a\tau + x - at) \exp\left[-\int_\tau^t b(\xi, a\xi + x - at) d\xi\right] d\tau. \quad (17)$$

$f(t, x)$  və  $b(t, x)$  funksiyaları hamar funksiyalar olduqda  $W_0^{(1)}(t, x)$  funksiya  $D_1$ -də,  $W_0^{(2)}(t, x)$  funksiyası isə  $D_2$ -də hamar funksiyalardır. Ona görə də (13) düsturu ilə təyin olunan  $W_0(t, x)$  funksiyası da  $D$ -də  $x \neq at$  olduqda hamar funksiya olacaqdır. Asanlıqla yoxlamaq olar ki,  $x = at$  olduqda,  $W_0^{(1)}(t, x)$  və  $W_0^{(2)}(t, x)$  funksiyaları üst-üstə düşürlər. Lakin  $W_0^{(1)}(t, x)$  və  $W_0^{(2)}(t, x)$  funksiyalarının törəmələri  $x = at$  olduqda fərqlidirlər.

İndi isə fərz edək ki,  $f(t, x)$  funksiyası (11) şərtini ödəyir. Bu şərtədən, (13), (16) və (17) düsturlarından istifadə etməklə, göstərmək olar ki,

$$\frac{\partial^i W_0(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \Big|_{x-at=-0} = \frac{\partial^i W_0^{(1)}(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \Big|_{x=at} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial^i W_0(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \Big|_{x-at=+0} = \frac{\partial^i W_0^{(2)}(t, x)}{\partial t^{i_1} \partial x^{i_2}} \Big|_{x=at} = 0. \quad (19)$$

(18), (19) onu göstərir ki, (11) şərti ödənildikdə  $W_0(t, x)$  funksiyası (12) şərtini ödəyir.

Lemma 1 isbat olundu.



Lemma 1-ə və  $f_1(t, x)$ -in aşkar ifadəsinə görə  $i=1$  olduqda (7)-dən alınan tənliyin sağ tərəfi də törəmələri ilə birlikdə  $x = at$  olduqda sıfır çevrilir. Ona görə  $i=1$  olduqda, (7), (9) məsələsinin həlli də Lemma 1-ə əsasən törəmələri ilə birlikdə  $x = at$  olduqda sıfır çevrilirlər. Proses bu qayda ilə davam etdirilərək (4)-ün sağ tərəfinə daxil olan bütün  $W_0, W_1, \dots, W_n$  funksiyaları qurulurlar.

İndi isə  $x=1$  yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyanın qurulmasına keçək. Qurulmuş  $W$  funksiyasına  $x=1$  yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə

$$V = V_0 + \varepsilon V_1 + \dots + \varepsilon^{n+1} V_{n+1} \quad (20)$$

funksiyası əlavə ediləcəkdir ki,  $W + V$  funksiyası (2)-də olan  $x=1$  üzərindəki sərhəd şərtini ödəsin:

$$(W + V)|_{x=1} = 0. \quad (21)$$

$V$  funksiyası qurularkən həm də

$$L_{\varepsilon,1}(W + V) - L_{\varepsilon,1}W = O(\varepsilon^{n+1}) \quad (22)$$

şərtinin ödənilməsinə təmin etmək lazımdır. Burada  $L_{\varepsilon,1}$ -ilə  $L_\varepsilon$  operatorunun  $x=1$  yaxınlığında kiçik parametərə nəzərən yeni ayrılışı işarə olunmuşdur.

$L_\varepsilon$  operatorunun yeni  $L_{\varepsilon,1}$  ayrılışını yazmaq üçün  $x=1$  yaxınlığında  $t = t, 1 - x = \varepsilon\tau$  düsturları üzrə yeni koordinatlara keçilir. Köməkçi  $r = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j r_j(t, \tau)$  funksiyasına baxaq. Burada  $r_j(t, \tau)$  ilə  $x=1$  yaxınlığında təyin olunmuş müəyyən hamar funksiyalar işarə olunmuşlar.

$L_{\varepsilon,1}(r)$  diferensial ifadəsinin  $(t, \tau)$  koordinatlarında kiçik parametrenin qüvvətlərinə nəzərən ayrılışı aşağıdakı şəkildə olur:

$$L_{\varepsilon,1}r \equiv -\varepsilon^{-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial r_0}{\partial \tau} \right)^p + \frac{\partial^2 r_0}{\partial \tau^2} + a \frac{\partial r_0}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{n+1} \varepsilon^j \left[ p \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \left( \frac{\partial r_0}{\partial \tau} \right)^{p-1} \frac{\partial r_j}{\partial \tau} \right) + \frac{\partial^2 r_j}{\partial \tau^2} + a \frac{\partial r_j}{\partial \tau} + \Phi_j(t, \tau, r_0, r_1, \dots, r_{j-1}) \right] + O(\varepsilon^{n+2}) \right\}. \quad (23)$$

Burada  $\Phi_j(t, \tau, r_0, r_1, \dots, r_{j-1})$ -ilə  $t, \tau$  dəyişənlərindən,  $r_0, r_1, \dots, r_{j-1}$  funksiyaları və onların birinci, ikinci tərtib törəmələrindən asılı olan məlum funksiyaları işarə olunmuşdur.

Qurulmuş hər bir  $W_i(t, 1 - \varepsilon\tau); i = 0, 1, \dots, n$  funksiyasını  $(t, 1)$  nöqtəsində Taylor düsturu üzrə ayıraraq (4)-ün sağ tərəfində yazdıqda  $W$  funksiyasının  $(t, \tau)$  koordinatlarında kiçik parametərə nəzərən aşağıdakı ayrılışını alırıq:

$$W = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j \omega_j(t, \tau) + O(\varepsilon^{n+2}). \quad (24)$$

Burada  $\omega_0(t,1)$  funksiyası  $\tau$  dəyişənindən asılı deyildir, qalan  $\omega_k$  funksiyaları aşağıdakı düstur ilə təyin edirlər:

$$\omega_k = \sum_{i+j=k} (-1)^i \frac{\partial^i W_j(t,1)}{\partial x^i} \tau^i; \quad k = 1, 2, \dots, n+1.$$

$W$  funksiyasının (24) ifadəsini,  $V$  funksiyasının (20) ifadəsini (22) bərabərliyində yazıb, (23) bərabərliyini nəzərə alsaq,  $V_0, V_1, \dots, V_{n+1}$  funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı diferensial tənliklər alınır:

$$AV_0 \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial V_0}{\partial \tau} \right)^p + \frac{\partial^2 V_0}{\partial \tau^2} + a \frac{\partial V_0}{\partial \tau} = 0, \quad (25)$$

$$p \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \left( \frac{\partial V_0}{\partial \tau} \right)^{p-1} \cdot \frac{\partial V_j}{\partial \tau} \right] + \frac{\partial^2 V_j}{\partial \tau^2} + a \frac{\partial V_j}{\partial \tau} + \Phi_j(t, \tau, V_0 + \omega_0, V_1 + \omega_1, \dots, V_{j-1} + \omega_{j-1}) - \Phi_j(t, \tau, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{j-1}) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, n+1. \quad (26)$$

(25), (26) tənlikləri üçün sərhəd şərtləri  $W$ -nin (4)-dəki,  $V$ -nin (20)-dəki ifadələrini (21)-də yazıb,  $\varepsilon$ -nin eyni dərəcəli qüvvətlərinin əmsallarını müqayisə etməklə alınır və aşağıdakı şəkildədir:

$$V_j \Big|_{\tau=0} = -W_j \Big|_{x=1}; \quad j = 0, 1, \dots, n; \quad V_{n+1} \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (27)$$

$V_j; j = 0, 1, \dots, n$  funksiyaları sərhəd zolaq tipli funksiyalar kimi axtarıldıqları üçün (25), (26) diferensial tənlikləri üçün ikinci sərhəd şərtləri olaraq

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} V_j = 0; \quad j = 0, 1, \dots, n+1 \quad (28)$$

götürülür.

Beləliklə,  $V_0$  funksiyası (25) diferensial tənliyinin

$$V_0 \Big|_{\tau=0} = \varphi(t), \quad \lim_{\tau \rightarrow +\infty} V_0 = 0 \quad (29)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həllidir.  $j = 0$  olduqda (27)-dən alınır ki,  $\varphi(t) = -W_0(t,1)$ .

Aşağıdakı təklif doğrudur.

**Lemma 2.**  $\varphi(t) \in C^{2(n+1)}[0;1]$  olduqda (25), (29) sərhəd məsələsinin yeganə  $V_0(t, \tau)$  həlli vardır, bu həll  $\tau$  dəyişəninə nəzərən sonsuz diferensiallandıdır,  $t$  dəyişəninə nəzərən isə  $2(n+1)$  tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\left| \frac{\partial^i V_0(t, \tau)}{\partial t^i \partial \tau^{i_2}} \right| \leq C \exp(-a\tau), \quad i = i_1 + i_2; \quad i_1 = 0, 1, \dots, 2(n+1). \quad (30)$$

**İsbatı.** Əvvəlcə (25), (29) məsələsinin həllinin yeganəliyini isbat edək. Əksini fərz edək. Tutaq ki, (25), (29) məsələsinin  $V_0^{(1)}(t, \tau)$ ,  $V_0^{(2)}(t, \tau)$  kimi iki həlli vardır. Onda  $AV_0^{(1)} = 0$  tənliyindən  $AV_0^{(2)} = 0$  tənliyini tərəf-tərəfə çıxıb,  $V_0^{(1)} - V_0^{(2)} = H$  işarə etdikdə alınır:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \left( \frac{\partial V_0^{(1)}}{\partial \tau} \right)^{2k+1} - \left( \frac{\partial V_0^{(2)}}{\partial \tau} \right)^{2k+1} \right] + \frac{\partial^2 H}{\partial \tau^2} + a \frac{\partial H}{\partial \tau} = 0. \quad (31)$$

Aydınır ki,  $H$  funksiyası

$$H \Big|_{\tau=0} = 0, \quad \lim_{\tau \rightarrow +\infty} H = 0 \quad (32)$$

sərhəd şərtlərini ödəyir. (31) bərabərliyinin hər iki tərəfini  $-H = -(V_0^{(1)} - V_0^{(2)})$  funksiyasına vurub, (32) sərhəd şərtlərini nəzərə almaqla hissə-hissə inteqrallayıb, müəyyən çevirmələrdən sonra alırıq:

$$2^{-(2k+2)} \int_0^{+\infty} \left( \frac{\partial H}{\partial \tau} \right)^{2k+2} d\tau + \int_0^{+\infty} \left( \frac{\partial W}{\partial \tau} \right)^2 d\tau \leq 0.$$

Sonuncu bərabərsizlikdən alınır ki,  $\frac{\partial H}{\partial \tau} = 0$  olmalıdır. Buradan isə  $H = V_0^{(1)} - V_0^{(2)} = c(t)$  olduğu alınır. ( $c(t)$  funksiyası  $\tau$  dəyişənindən asılı deyil). (32) sərhəd şərtlərindən birincisini nəzərə aldıqda  $V_0^{(1)} \equiv V_0^{(2)}$  olduğu alınır. Beləliklə, (25), (29) məsələsinin həllinin yeganəliyi isbat oundu.

İndi isə (25), (29) məsələsinin həllinin varlığını isbat edək.  $\frac{\partial V_0}{\partial \tau} = q$  işarə edərək asanlıqla göstərmək olar ki, (25) tənliyinin ümumi həlli parametrik şəkildə

$$V_0 = C_1(t) - \frac{1}{a} (q^{2k+1} + q), \quad \tau = C_2(t) - \frac{1}{a} \left( \frac{2k+1}{2k} q^{2k} + \ln|q| \right) \quad (33)$$

düsturları ilə verilir.  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$  funksiyalarını (29) sərhəd şərtlərinə əsasən təyin edib (33) düsturlarında yerlərinə yazdıqda (25), (29) sərhəd məsələsinin həllinin parametrik şəkildə

$$\tau = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{q}{q_0} \right| - \frac{2k+1}{2ak} (q^{2k} - q_0^{2k}), \quad V_0 = -\frac{1}{a} (q^{2k+1} + q) \quad (34)$$

düsturları ilə verildiyi alınır. Burada  $q_0(t)$  ilə

$$q^{2k+1} + q + a\varphi(t) = 0$$

cəbri tənliyinin həqiqi kökü işarə olunmuşdur.

(25), (29) məsələsinin həllinin diferensial xassələri və (30) qiymətləndirməsi (34) düsturlarından istifadə edilməklə asanlıqla isbat olunurlar.

Lemma 2 isbat olundu.

$V$  funksiyasının (20) ayrılışına daxil olan qalan  $V_1, V_2, \dots, V_{n+1}$  funksiyalarının təyin edilməsinə keçək. Əvvəlcə qeyd edək ki, onların təyin ediləcəkləri (26) tənliklərini belə yazmaq olar:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \psi(t, \tau) \frac{\partial V_j}{\partial \tau} \right] + a \frac{\partial V_j}{\partial \tau} = h_j(t, \tau); \quad j = 1, 2, \dots, n+1. \quad (35)$$

Burada  $h_j(t, \tau)$ -ilə  $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{j-1}; V_0, V_1, \dots, V_{j-1}$  funksiyalarından asılı olan məlum funksiyalar işarə olunmuşlar.  $\psi(t, \tau)$  funksiyası isə

$$\psi(t, \tau) = (2k+1) \left( \frac{\partial V_0}{\partial \tau} \right)^{2k} + 1 \quad (36)$$

düsturu ilə təyin edilir.

Beləliklə,  $V_j$  funksiyaları (35) diferensial tənliyinin

$$V_j \Big|_{\tau=0} = g_j(t), \quad \lim_{\tau \rightarrow +\infty} V_j = 0; \quad j = 1, 2, \dots, n+1 \quad (37)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlləridirlər. Burada  $j = 1, 2, \dots, n$  olduqda,  $g_j(t) = -W_j(t, 1)$ ,  $j = n+1$  olduqda isə  $g_{n+1}(t) = 0$  götürülür.

Aşağıdakı təklif doğrudur.

**Lemma 3.** Fərz edək ki,  $g_j(t) \in C^m[0, 1]$ ,  $h_j(t, \tau)$  funksiyası  $\tau$  dəyişəninə nəzərən sonsuz diferensiallanan,  $t$  dəyişəninə nəzərən isə  $m$  tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir və

$$\left| \frac{\partial^i h_j(t, \tau)}{\partial t^{i_1} \partial \tau^{i_2}} \right| \leq C_j^{(1)} (1 + \tau + \tau^2 + \dots + \tau^s) \exp(-a\tau) \quad (38)$$

şərtini ödəyir ( $C_j^{(1)} = \text{const} > 0$ ,  $i = i_1 + i_2$ ;  $i_1 = 0, 1, \dots, m$ ;  $s$  və  $m$ -müəyyən natural ədədlərdir). Onda (35), (37) sərhəd məsələsinin yeganə  $V_j(t, \tau)$  həlli vardır. Bu həll  $\tau$  dəyişəninə nəzərən sonsuz diferensiallandıdır,  $t$  dəyişəninə nəzərən  $m$  tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\left| \frac{\partial^i V_j(t, \tau)}{\partial t^{i_1} \partial \tau^{i_2}} \right| \leq C_j^{(2)} (1 + \tau + \tau^2 + \dots + \tau^{s+1}) \exp(-a\tau); \quad i = i_1 + i_2; \quad i_1 = 0, 1, \dots, m. \quad (39)$$

**İsbat.** Göstərmək olar ki, (35), (37) məsələsinin həlli

$$V_j(t, \tau) = \left\{ g(t) - \int_0^\tau \psi^{-1}(t, z) \left[ \int_z^{+\infty} h(t, \xi) d\xi \right] \exp[v(t, z)] dz \right\} \exp[-v(t, \tau)] \quad (40)$$

düsturu ilə təyin edilir. Burada  $v(t, \tau)$  ilə

$$v(t, \tau) = a \int_0^\tau \psi^{-1}(t, \xi) d\xi \quad (41)$$

düsturu ilə təyin olunan funksiya işarə olunmuşdur.

(40) düsturuna əsasən  $V_j(t, \tau)$  funksiyasının Lemma 3-ün hökmündə qeyd olunan diferensial xassələrə malik olmasını yoxlamaq asandır.

$V_j(t, \tau)$  funksiyası üçün (39) qiymətləndirməsinin doğruluğu da (40) düsturundan istifadə edilməklə isbat olunur. Onu qeyd etmək lazımdır ki, (36) düsturu ilə təyin edilən  $\psi(t, \tau)$  funksiyası üçün  $\psi^{-1}(t, \tau)$  funksiyası və onun törəmələri məhduddurlar. Digər tərəfdən, (41) düsturu ilə təyin edilən  $v(t, \tau)$  funksiyası üçün

$$\exp[-v(t, \tau)] \leq C \exp(-a\tau)$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Bu iki faktdan və (40) düsturundan istifadə etməklə,  $V_j(t, \tau)$  funksiyası üçün (39) qiymətləndirməsinin doğru olduğu isbat olunur.

Lemma 3 isbat olundu.

Qurulmuş bütün  $V_j$  funksiyaları hamarlayıcı funksiyalara vurulur və alınan yeni funksiyalar üçün əvvəlki  $V_j; j = 0, 1, \dots, n$  işarələri saxlanılır. Hamarlayıcı funksiyalar hesabına bütün  $V_j; j = 0, 1, \dots, n+1$  funksiyaları  $x = 0$  olduqda sıfıra çevrilirlər. Ona görə də (20) düsturu ilə təyin edilən  $V$  funksiyası da  $x = 0$  olduqda sıfıra çevrilir. Buradan və (10) bərabərliklərinin ikincisindən alınır ki, qurulan  $W + V$  cəmi (21) sərhəd şərtindən əlavə

$$(W + V)|_{x=0} = 0 \quad (42)$$

sərhəd şərtini də ödəyir. (10) bərabərliklərinin birincisinə görə, bu cəmin həm də

$$(W + V)|_{t=0} = 0 \quad (43)$$

sərhəd şərtini ödəməsi üçün  $V$  funksiyası  $t = 0$  olduqda sıfıra çevrilməlidir. Əgər  $f(t, x)$  funksiyası

$$\frac{\partial^i f(0, 1)}{\partial t^i} = 0; \quad i = 0, 1, \dots, 2(n+1) \quad (44)$$

şərtini ödəyərsə, onda  $V_j$ ;  $j = 0, 1, \dots, n+1$  funksiyaları hamısı  $t = 0$  olduqda sıfıra çevrilirlər. Deməli, (44) şərti ödənildikdə (43) sərhəd şərti də ödəniləcəkdir.

Qurulmuş  $W + V$  cəmini

$$\tilde{U} = W + V, \quad (45)$$

ilə, dəqiq həll ilə  $\tilde{u}$  arasındakı fərqi

$$z = u - \tilde{u} \quad (46)$$

ilə işarə edib,  $z$ -i qalıq həddi adlandıraraq.

(46)-dan  $u$ -nu tapıb, (4), (20) və (45)-i nəzərə alsaq, (1), (2) məsələsinin həlli üçün aşağıdakı ayrılış alınır:

$$U = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + z. \quad (47)$$

İndi isə qalıq həddini qiymətləndirək. Aşağıdakı təklif doğrudur.

**Lemma 4.**  $z$  qalıq həddi üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\int_0^1 z^2 dx + \varepsilon^p \int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^{p+1} dx d\tau + \varepsilon \int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^{p+2} dx dt + c_1 \int_0^1 \int_0^1 z^2 dx d\tau \leq C_2 \varepsilon^{n+2}. \quad (48)$$

Buradakı  $c_1 > 0, c_2 > 0$ -sabitləri  $\varepsilon$ -dan asılı deyillər.

**İsbatı.** (5) və (22) bərabərliklərini tərəf-tərəfə toplayıb (46)-nı nəzərə alsaq,

$$L_\varepsilon \tilde{u} = O(\varepsilon^{n+1}) \quad (49)$$

olar. (1)-dən (49)-u tərəf-tərəfə çıxdıqda

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \varepsilon^p \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^p - \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)^p \right] - \varepsilon \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + a \frac{\partial z}{\partial x} + b(t, x)z = \varepsilon^{n+1} F(\varepsilon, t, x) \quad (50)$$

alınır.  $F(\varepsilon, t, x)$ -funksiyası  $\varepsilon$ -nün  $[0, \varepsilon_0)$  yarımintervalından olan bütün qiymətlərində  $D$ -də məhdud funksiyadır. (2), (21), (42), (43) və (46)-dan alınır ki,  $z$  funksiyası aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəyir:

$$z|_{t=0} = 0, \quad z|_{x=0} = z|_{x=1} = 0. \quad (51)$$

(50) bərabərliyinin hər iki tərəfini  $z = u - \tilde{u}$  funksiyasına vurub (51) sərhəd şərtlərini nəzərə almaqla, hissə-hissə inteqrallamaqla, müəyyən çevirmələrdən sonra (48) qiymətləndirməsi alınır.

Lemma 4 isbat olundu.

Bu məqalədə alınan nəticələri aşağıdakı teorem şəklində yekunlaşdırmaq olar.

**Teorem.**  $f(t, x) \in C^{2(n+1)}D$  olub, (11) və (44) şərtləri ödənildikdə (1), (2) məsələsinin həlli üçün (47) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada  $W_i$ -

funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar,  $V_j$ -funksiyaları  $x = 1$  yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar olub, ikinci iterasiya prosesində təyin olunurlar,  $z$  -isə qalıq həddidir və onun üçün (48) qiymətləndirməsi doğrudur.

### ƏDƏBİYYAT

1. *Бутузов В.Ф.* О сингулярно возмущенной двумерной параболической задаче в случае пересечения корней вырожденного уравнения // Вычисл. матем. и матем. физики, 2010, Т. 50, №2, с.268-275
2. *Mizoguchi Norico, Yunagida Eiji.* Life span of solutions for a semilinear parabolic problem with small diffusion // J. Math. Anat. and Appl., 2001, V.262, No1, pp.350-368
3. *Треногин В.А.* Об асимптотике решения почти линейных параболических уравнений с параболическим погранслоем // УМН, 1961, Т. 16, вып. 1 (97), с.163-169

UOT 16

*A.D.Zamanov<sup>1</sup>, Ə.B.Məmmədov<sup>2</sup>, İ.N.İsmayilov<sup>1</sup>*  
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti<sup>1</sup>*  
*Bakı Dövlət Universiteti<sup>2</sup>*  
*a\_zamanov@mail.ru*

## LÜTFİ ZADƏNİN NƏZƏRİ İRSİNDƏ QEYRİ-SƏLİS ÇOXLUQLAR NƏZƏRİYYƏSİNİN YERİ VƏ ROLU

*Açar sözlər: çoxluq, məntiq, qeyri-səlis, universum, mənsubiyyət funksiyası, sinqlton, təfəkkür, imkan, ehtimal, approksimasiya*

Məqalə Lütfi Zadə yaradıcılığında əhəmiyyətli yer tutan və tarixilik baxımından alman riyaziyyatçısı G.Kantorun çoxluqlar nəzəriyyəsinin ümumiləşdirilmiş və genişləndirilmiş halı kimi təqdim edilən Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin mahiyyətinin açılmasına, onun müasir riyazi təfəkkürün inkişafına təsir edən yeniliklərinin təhlilinə həsr olunmuşdur. Bu istiqamətdə mövcud olan bir sıra mübahisəli məsələlərə aydınlıq gətirilmişdir.

Məqalədə Lütfi Zadə nəzəriyyələrinin başqa nəzəriyyələrdən fərqi və üstünlüyünü nümayiş etdirmək üçün onun bəzi əsas anlayışlarının təhlili verilmiş və fəlsəfi mahiyyətləri araşdırılmışdır. Bu nəzəriyyələrin insan təfəkkürünün öyrənilməsi və modelləşdirilməsi istiqamətlərində əhəmiyyəti göstərilmişdir.

*A.Д.Заманов, А.Б.Мамедов, И.Н.Исмаилов*

## МЕСТО И РОЛЬ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ ЛЮТФИ ЗАДЕ

*Ключевые слова: множество, логика, нечеткий, универсум, функция принадлежности, синглтон, мышление, возможность, вероятность, аппроксимация*

Статья посвящена раскрытию сущности теории нечетких множеств, которая занимает значительное место в творчестве Лютфи Заде и представляется как обобщение и расширение теории множеств немецкого математика Г.Кантора. Анализируется влияния новых результатов этой теории на развитие современного математического мышления. Приводятся пояснения некоторым существующим спорным взглядам в этом направлении. Исследована философская сущность некоторых основных понятий научных теорий Лютфи Заде. Показаны их отличия и преимущества по сравнению с другими теориями, а также полезность этих теорий для изучения и моделирования человеческого мышления.



A.D.Zamanov, A.B.Mammadov, I.N.Ismayılov

## THE PLACE AND ROLE OF THE THEORY OF FUZZY SETS IN THE THEORETICAL LEGACY OF LUTFI ZADEH

**Keywords:** *set, logic, fuzzy, universe, singleton, membership function, thinking, possibility, probability, approximation*

This paper is devoted to discovery essence of fuzzy set theory, which occupies significant place in the works of Lotfi Zadeh and proposed as generation and extension of german mathematician G. Kantor's set theory, and analysis influence of his new results to development of modern mathematical thinking. Some problematic matters existing in this direction have been cleared up.

In the presented article in order to show the difference and advantage of Lotfi Zadeh's theory from other theories, the systematic analyses of their main conceptions and logical basis and philosophical essence have been investigated as well. The importance of these theories in the direction of learning of human thinkings and modeling is shown in the presented article.

Dünya mədəniyyəti xəzinəsinə bir sıra elmi yeniliklər bəxş etmiş, fundamental kəşfləri və heyrtləndirici ideyaları ilə müasirlərinin ruhunu ehtizaza gətirərək onlarda yeni təfəkkürün formalaşmasına səbəb olmuş Lütfi Zadə yaradıcılığının mahiyyətini anlamaq və onun ictimai şüura verdiyi yeni impuls və elmi istiqamətləri obyektiv dəyərləndirmək üçün, hər şeydən əvvəl, bu kəşflərin real məzmunu ilə yanaşı, fəlsəfi mahiyyətinə də varmaq lazımdır. Müasir elmi dairələrdə böyük nüfuz qazanmış bu dahi alimin və mütəfəkkirin nəzəri təfəkkürü, yeni rakursdan işıqlandırılan və insan idrakının üföqlərini Aristotelin ənənəvi, binar məntiqindən xeyli uzaqlara aparıb çıxaran qeyri-səlis məntiqi XX əsrin fundamental kəşflərindən biri və insanın təfəkkürlə yeni dialoqu kimi hazırda dünya alimləri tərəfindən heyranlıqla qarşılanmaqda və intensiv tədqiq edilməkdədir. Təsadüfi deyil ki, hazırda bu nəzəriyyə Yaponiya, ABŞ, Amerika, Rusiya, Çin, Türkiyə, Fransa və s. öklələrdə vaxtaşırı keçirilən beynəlxalq konfransların, simpoziumların, elmi sessiyaların geniş müzakirə obyektinə, dialoq predmetinə çevrilərək özünün coğrafi sərhədlərini xeyli genişləndirmiş, müasir fundamental kəşflər sırasında özünə əbədi yer almışdır. Elə bu faktın özü müasir dünya alimlərinin Lütfi Zadə nəzəriyyələrinə verdikləri yüksək dəyərin və obyektiv qiymətin ən yaxşı göstəricisidir.

Lütfi Zadənin elmi-nəzəri irsinə münasibət istər-istəməz bir sıra suallarla müşayiət olunur: bu elmi yeniliklərin mahiyyəti nədən ibarətdir? Nə üçün dünya alimləri Zadə nəzəriyyələrinə bu qədər böyük önəm verirlər? Bu nəzəriyyələrin təfəkkür və çoxluqlar haqqında keçmiş və hazırkı nəzəriyyələrdən başlıca fərqi nədən ibarətdir? Onların müasir dünya praktikasına tətbiqi və elmi yenilikləri hansı səbəblərlə şərtlənir? Ehtimal ki,

düzgün cavablandırılması mühüm elmi və dünyagörüşü əhəmiyyəti kəsb edən bu suallar milyonlarla elm adamının maraq dairəsinə daxil olaraq onların narahat ruhunu düşündürməkdədir. Bu marağı nəzərə alaraq biz onlara aydınlıq gətirməyə çalışacağıq. Bu məqsədlə əvvəlcə Zadə nəzəriyyələrində özlərinə yer almış bir sıra mübahisəli məsələlərə diqqət yetirməyi məqsədəuyğun sayır və qeyd etmək istəyirik ki, belə mübahisəli məsələlərdən biri nəzəriyyənin “qeyri-səlis” sözü ilə ifadə olunan adı ilə bağlıdır. Məlumdur ki, hər bir nəzəriyyə ilə ilk tanışlıq onun adından başlanır. Bu kontekstdə oxucu diqqətini çəkən ilk sual belə səslənir: görəsən Zadə nəzəriyyələri nə üçün “qeyri-səlis” nəzəriyyələr (qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi, qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi və s.) adlanır? Maraqlıdır ki, türk tədqiqatçıları “qeyri-səlis məntiq” nəzəriyyəsini “bulanıq məntiq nəzəriyyəsi” başlığı altında təqdim edirlər. Adətən “qeyri-səlis”, “bulanıq” anlayışları mənası tam aydın olmayan, mahiyyəti bütünlüklə anlaşılmayan fenomenlərin ifadəsi üçün istifadə edilir. Halbuki, Zadə məntiqi həm aydın dərk olunan, həm də dərin düşüncələr fonunda bütünlüklə anlaşılan nəzəriyyədir. Bu nəzəriyyənin mahiyyətini anlamayan, yaxud reallığını qəbul etmək istəməyən bəzi alimlər onun adını əsas götürərək bildirirlər: madam ki, bu bilik sisteminin məzmunu qeyri-səlisdir, deməli, o, elmi deyil və buna görə də onu öyrənməyə və təbliğ etməyə dəyməz. Elmdə yalnız dəqiq, birmənalı, tam aydın olan anlayışlar qəbul edilə bilər. Bəs bu nəzəriyyə ilə bağlı həqiqət nədən ibarətdir? Məsələ ondadır ki, nəzəriyyənin müəllifi onu adlandırarkən müəyyən yanlışlığa yol vermişdir. “Qeyri-səlis” ifadəsi həqiqətdə nəzəriyyənin özünə yox, onun hədudlarında tədqiqat obyektini kimi öyrənilən təfəkkürə, çoxluqlara aid edilməlidir. Nəzəriyyənin özünə gəldikdə isə, o, kifayət qədər səlis, dəqiq və elmidir. Bu fikri Lütfi Zadə 2008-ci ildə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasındakı çıxışı zamanı özü də etiraf etmiş və bildirmişdir ki, yeni nəzəriyyəyə ad verərkən ingilis dilində “fuzzy” sözünü tapmış və onun baxılan çoxluqların mahiyyətini əks etdirdiyini əsas götürərək rus dilinə “нечеткий” sözü kimi tərcümə etmişdir. Rus dilində “нечеткий” kimi səslənən bu söz Azərbaycan dilinə “qeyri-səlis” söz birləşməsi kimi tərcümə edilmişdir. Beləliklə, yeni nəzəriyyənin adının uğurlu seçilməməsi bəzi alimlərin ona şübhə və ehtiyatla yanaşmalarının başlıca səbəbi olmuşdur.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyələri ilə bağlı ikinci mübahisəli məqam bundan ibarətdir ki, Zadə kəşfinin əsas mənası öz ifadəsini sıfırla vahid (0,1) arasında yerləşən ədədlər çoxluğunda tapır. Qeyd edək ki, sıfırla vahid arasında yerləşən kəsir ədədlər çoxluğu mülahizəsi Lütfi Zadənin şəxsi kəşfi olmayıb, eramızdan xeyli əvvəllər qədim Babil və Misir riyaziyyatçıları tərəfindən tətbiq edilmişdir. Bəs Lütfi Zadənin ortaya qoyduğu fundamental elmi yenilik, dünyanın yeni elmi mənzərəsini açıqlayan kəşfi nədən ibarətdir? Bu sualla əlaqədar müasir elmin fundamental kəşfləri sırasına mühüm paradigmlər kimi daxil olmuş ilk böyük kəşf: qeyri-səlis məntiq və

qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında aşağıda müfəssəl məlumat veriləcəkdir. Qeyd etmək yerinə düşər ki, Zadənin 1965-ci ildə çap etdiriyi “Fuzzy sets” adlı məqaləsi yeni nəzəriyyəni elmi ictimaiyyətə təqdim edən ilk məqalə olmuşdur [2]. Bu məqalədə “fazzi” – çoxluqlar anlayışı ilk dəfə elmə daxil edilmiş və bu kontekstdə möhtəşəm bir nəzəriyyənin idrakı əsasları qoyulmuşdur. Lakin Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi qara örtüyə bürünmüş naməlum bir obyekt kimi saxlanılaraq mürəkkəbliyi və çətin dərk edilənliyi üzündən geniş təhlillər və dərin tədqiqatlar müstəvisinə çıxarılmamışdır. Məqsədimiz qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsini təhlil edib, bir sıra məsələlərə aydınlıq gətirməkdir. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi və onun fəlsəfi mahiyyəti haqqında fikir yürüdərkən hesab edirik ki, “fazzi çoxluq nədir?”dən başlamaq məqsədəuyğundur.

Fazzi və ya qeyri-səlis çoxluq elə çoxluqdur ki, onun sərhədləri dəqiq olmayıb, qeyri-müəyyəndir, necə deyərlər, bu sərhəd qeyri-səlisdir [2, 338-353]. Məlum olduğu kimi, çoxluqlar nəzəriyyəsi XIX əsrin 80-ci illərində məşhur alman riyaziyyatçısı Georq Kantor tərəfindən yaradılmışdır. Riyaziyyatda yeni bir istiqamətin əsasını qoymuş bu böyük zəka sahibi bütün riyazi əməliyyatların çoxluqlar üzərində aparılan əməliyyatlar dilində təsvirini mümkün saymışdır. Hazırda çoxluqlar nəzəriyyəsi müasir riyaziyyatın bir çox bölməsinin əsasını təşkil edən fundamental riyazi nəzəriyyədir. Çoxluq – onun predmetləri adlanan elementlərin məcmusudur. Çoxluq anlayışı riyaziyyatın əsas çıxış anlayışı olduğundan ona formal məntiq qaydası əsasında tərif vermək mümkün deyil. Buna görə də çoxluğa ancaq onu təşkil edən elementlərin ümumi xassəsinin verilməsi (məsələn, tam ədədlər çoxluğu, natural ədədlər çoxluğu, rəşional ədədlər çoxluğu, Günəş sisteminə daxil olan planetlərin çoxluğu və s.), yaxud çoxluğa daxil olan elementlərin ardıcılıqla sayılması yolu ilə verilə bilər. Məlumdur ki, hər hansı bir  $X$  elementinin  $A$  çoxluğuna daxil olması riyazi olaraq  $X \in A$  şəklində, həmin elementin  $B$  çoxluğuna daxil olmaması isə  $X \notin B$  şəklində ifadə olunur. Əgər  $X \in A$  – *dan*  $X \in B$  alınarsa,  $A$  çoxluğu  $B$  çoxluğunun altçoxluğu, yaxud onun hissəsi adlanır və  $A \in B$  kimi yazılır. Elementi olmayan çoxluq boş çoxluq adlanır. Boş çoxluq ixtiyari çoxluğun alt çoxluğu sayılır.  $\{X\}$  çoxluğu yalnız  $X$  elementindən,  $\{x, y, z\}$  çoxluğu isə  $x, y, z$  kimi 3 elementdən təşkil olunur. Çoxluqlar nəzəriyyəsinin məzmununu açıqlayan anlayışlar içərisində çoxluqların kəsişməsi, birləşməsi, sonlu sayda elementlərdən təşkil olunan çoxluq, sonsuz sayda elementlərdən təşkil olunan çoxluq, hesabi çoxluq, qeyri-hesabi çoxluq və s. anlayışlar da mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Ümumiyyətlə, müasir riyaziyyatda istifadə olunan bütün çoxluqlar Kantor çoxluqlardır. Sonrakı əsrdə Kantor nəzəriyyəsi onun ardıcılları tərəfindən xeyli inkişaf etdirilsə də, onun təsvir etdiyi çoxluqlar yalnız dəqiq sərhədli, klassik çoxluqlar kimi mövcud olmuşdur. Kantorun qəti inamına görə, çoxluğun hər bir

elementi ya onun daxilində, ya da xaricində ola bilər, ancaq aralıq vəziyyətdə ola bilməz [3, 12]. Halbuki, Zadənin çoxluqlar nəzəriyyəsi əvvəllər mövcud olmuş bütün çoxluq nəzəriyyələrindən kəskin fərqlənir. Məsələn bundadır ki, Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinə qədər mövcud olmuş bütün çoxluq nəzəriyyələrində “çoxluq” anlayışı yalnız birtərəfli, kəmiyyət mənasında başa düşülmüş, onun keyfiyyət tərəfi isə nəzərə alınmamışdır. Zadənin təklif etdiyi qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi isə çoxluq anlayışına yönəldilən köhnə stereotipləri aradan qaldıraraq ümumvəhdət prinsipi əsasında sübut etdi ki, çoxluq anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət elementləri vəhdət təşkil edir və onları bir-birindən ayırmaq olmaz. Dünyanın bütün hadisələri kimi çoxluq anlayışı da birqütblü olmayıb, dialektik əksliklərin vəhdətindən ibarətdir. Beləliklə, aydın olur ki, nəzəri fikir tarixində “çoxluq” anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət tərəflərinin vəhdəti ideyası ilk dəfə Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsində verilmişdir.

Danılmaz həqiqətdir ki, hər bir nəzəriyyənin məzmun açılışı onun elmi aparatını təşkil edən anlayışların təhlili ilə başlanır. Elmdə artıq qəbul edilmiş bu ənənəni pozmadan oxucuda qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin məzmunu ilə tanışlıq yaratmaq məqsədilə, ilk növbədə, onun anlayışlar aparatına müraciət etməyi vacib bilirik. Bu məqsədlə müraciət etmək istədiyimiz ilk anlayış qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin məzmununda mərkəzi yerlərdən birini tutan “universum” anlayışıdır.

Lütfi Zadə elm tarixində çoxluq anlayışının yeni mənasını açıqlamaqla çoxluğun Kantor konsepsiyasını yeni məcraya yönəltdi. Bu məqsədlə o, “universum” anlayışından istifadə edərək onun tərifini verdi. Müəyyən kontekstdə qoyulmuş problemlərin həlli üçün istifadə olunan mümkün elementlər çoxluğunu o, universum adlandırdı. Misallara müraciət edək. Məsələn, əgər biz qrupda ən yaxşı tələbə axtarırsaq, deməli, bu halda universum anlayışı qrupun bütün tələbələrini, əgər fakültədə ən yaxşı tələbə axtarırsaq, universum anlayışı bütün fakültə tələbələrini, əgər universitetdə ən yaxşı tələbə axtarırsaq, universum anlayışı bütün universitet tələbələrini ehtiva edəcəkdir.

Məlum olduğu kimi, Zadə nəzəriyyələrinin əsas tətbiq obyektini insan təfəkkürünün modeli olduğundan, universum anlayışı məhz təfəkkürdə cərəyan edən prosesləri əks etdirir. Buna görə insan hər hansı bir problemin həlli üzərində düşünərkən, ilk növbədə, fikrində həmin problemə aidiyyəti olan bütün elementləri ehtiva edən universal bir çoxluq müəyyənləşdirib bütün düşüncələrini onun daxilində yürütməyə çalışır. Buna görə də Zadə özünün qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsində universumun bütün elementlər çoxluğunu müəyyənləşdirərək onu məhz bu çoxluqlar əsasında inkişaf etdirmişdir. Deməli, bütün çoxluqlar universum daxilində yerləşir. İndi isə universumu ixtiyari bir A alt çoxluğuna nəzərən təsvir edək. Bu halda universumun bütün elementlərini A

alt çoxluğuna görə üç qrupa ayırmaq olar: birinci qrupa A çoxluğuna daxil olmayan elementlər, ikinci qrupa A-ya daxil olan elementlər, üçüncü qrupa isə A-ya qismən daxil olan elementlər aid edilə bilər. Məsələn, “dünya azərbaycanlıları” çoxluğuna nəzər salaq. Bu çoxluq üçün universum çoxluq dünyada yaşayan bütün insanlar (təxminən 7,7 milyard) toplumudur. Halbuki, dünyada elə insanlar var ki, onların azərbaycanlılarla heç bir qohumluq münasibəti yoxdur. Məsələn, ingilis, fransız, rus millətləri bu qəbildəndir. Buna görə də biz qətiyyətlə deyə bilərik ki, bu millətlər “azərbaycanlı” çoxluğuna daxil deyil. İkinci çoxluğa digər millətlərlə heç bir qohumluq əlaqəsi olmayan azərbaycanlılar daxildir. Üçüncü qrupa nəsillərində bu və ya digər dərəcədə başqa millətlərin iştirak etdiyi azərbaycanlılar daxildir. Məsələn, atası, yaxud anası, babası və yaxud nənəsi, hətta ulu babası və ya nənəsi digər millətin nümayəndəsi olan azərbaycanlılar. Belə insanları biz üçüncü qrupa daxil etməliyik. Deməli, üçüncü qrupun hər bir elementinin azərbaycanlılar çoxluğuna daxilolma dərəcəsi vardır.

Beləliklə, hökm edə bilərik ki, azərbaycanlı çoxluğu qeyri-səlis, yəni fazzi çoxluqdur. Bu çoxluğun böyük bir hissəsinin elementlərinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna mənsubiyyət dərəcəsi vahidə bərabərdir. Bu hissəyə qeyri-rəsmi çoxluğun nüvəsi deyilir. Çoxluğun digər hissəsinin elementlərinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna mənsubiyyət dərəcəsi isə vahidlə sıfır arasında yerləşən hər hansı bir həqiqi ədədə bərabər olacaqdır. Bu elementlər çoxluğu sərhəd elementləri adlanır. Çoxluğun sərhəd elementlərinə mənsub olan azərbaycanlılar isə bu və ya başqa dərəcədə digər millətlərlə qohumluq əlaqəsi olan insanlardır. Bu misal əyani şəkildə göstərir ki, fazzi çoxluğu elə çoxluqdur ki, onun elementlərinin bir hissəsi bu çoxluğa tam şəkildə, digərləri isə yalnız müəyyən dərəcədə daxildir.

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin elementləri sırasında “mənsubiyyət funksiyası” adlanan kəmiyyət də özünə yer almışdır [4, s.32]. Bu kəmiyyət çoxluğun elementlərinin ona daxil olma dərəcəsini göstərir. Qeyd etməliyik ki, Zadə nəzəriyyələrinin əsas gücü və mənası da məhz bu funksiya ilə təmin olunur. Bu funksiyanın irəli sürülməsi və praktiki fəaliyyətə tətbiqi dünya elmində ciddi sıçrayışa səbəb olmuşdur.

Mənsubiyyət funksiyası xətti və qeyri-xətti, kəsilən və kəsilməz ola bilər. Məsələn sadələşdirilməsi nəminə çox vaxt bu funksiyanı xətti və kəsilməz qəbul edirlər. Fazzi ədədlər nəzəriyyəsində bu funksiyanın qarşısına yuxarıdan kəsilməzlik məhdudiyəti qoyulur.

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin elmi aparatını zənginləşdirən anlayışlardan biri də “sinqlton” terminidir. Bu terminlə tanış olmaq üçün bir daha xatırladaq ki, Zadə məntiqi klassik, ənənəvi məntiq olmayıb, sinergetik mahiyyətli postqeyri-klassik məntiqdir. Sinqlton – çoxluğun bölünməz elementləri, mənsubiyyət funksiyası isə bu elementlərin bir çoxluq halında

birləşdirilməsi vasitəsidir. Sinqltonlar universumun ən kiçik və bölünməz elementləridir. Universum sinqltonlar məcmusudur. Hər bir sinqltonun çoxluqda iştirakı mənsubiyyət funksiyası ilə təmin edilir. Beləliklə, fazzi çoxluqlar əslində sinqltonların sinerjisindən, yəni birliyindən yaranan çoxluqdur. Bu çoxluqda hər bir element yalnız müəyyən dərəcədə iştirak edir.

Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin məntiqi əsasını onun yaradıcılığından qırmızı xətlə keçən və Aristotelin binar məntiqindən kəskin fərqlənən qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi – Fazzi məntiqi təşkil edir. Buna görə də qeyri-səlis məntiqi qeyri-səlis çoxluğun mühüm elementlərindən biri kimi təqdim edib, bəzi məqamları diqqətə çatdırmağı məqsəduyğun hesab edirik.

Məlum olduğu kimi, bəşəriyyətin nəzəri fikir tarixində məntiqi təsəvvürlərin inkişafına başlanğıc vermiş Aristotelin klassik, binar məntiqi öz məzmununa görə xətti, formal xarakter daşımış və məntiqi anlayışların kəmiyyət dərəcələrinə toxunmadan onların yalnız keyfiyyət halını qəbul etmişdir. Dünyanı bir rəngli görən Aristotel məntiqinin bu xüsusiyyəti öz qabarıq ifadəsini onun ali prinsiplərindən sayılan “qeyri-ziddiyyətlik” ideyasında tapmışdır. Məsələn, binar məntiqə görə, cism eyni zamanda həm böyük, həm də kiçik ola bilməz, o ya böyük, ya da kiçik olmalıdır. Bu, o deməkdir ki, binar məntiqə görə, biz çismi əksliklərin vəhdəti halında deyil, yalnız bir halda: ya böyük, ya da kiçik halda qəbul etməliyik. Bu misaldan aydın olur ki, cismin “böyük” və ya “kiçik” kimi keyfiyyət hallarının kəmiyyət xarakteristikası, başqa sözlə, şiddətləndirmə dərəcələri Aristotelin klassik məntiqində öz ifadəsini tapmır. Bununla da Aristotel məntiqində baxılan anlayışın dərəcə müxtəlifliyi üzərindən sükutla keçilərək onun spektr xarakteri nəzərə alınmır. Məsələn, Aristotel məntiqinə görə “qırmızı” ancaq qırmızı, “qara” isə ancaq qaradır. Göründüyü kimi, burada anlayışlara xətti yanaşıldığından, onların dərəcələrə görə təsnifatı aradan qaldırılır. Halbuki, Zadənin qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsində eyni bir anlayışın nəinki müxtəlif mənə çalarlarına, həm də müxtəlif kəmiyyət xarakteristikalarına fikir verildiyindən burada onların müxtəliflik dərəcələrinə görə qruplaşdırılmasına imkan yaranır.

Bu fikrin dalğalarında Zadə elmə yeni linqvistik və qeyri-səlis dəyişən anlayışları daxil edir [4, s.58-71]. Bu bilik sahəsində baxılan anlayışın qeyri-xəttilik rakursundan öyrənilməsi onun müxtəlif dərəcələrini aşkara çıxarmağa və onları riyazi olaraq (0,1) çoxluğunda təsvir etməyə imkan verir. Deməli, Aristotel məntiqi xətti, Zadə məntiqi isə qeyri-xətti dünyanı öyrənir. Lakin aralarındakı bir sıra kəskin fərqlərə baxmayaraq hər iki məntiq nəzəriyyəsi həqiqətdir. Belə ki, dünya vahiddir, ancaq o, eyni zamanda həm xətti, həm də qeyri-xəttidir. Xətti dünyanın qanunauyğunluqları klassik rasionallıqda, qeyri-xətti dünyanın qanunauyğunluqları isə qeyri-klassik rasionallıqda öyrənilir. Aristotel məntiqi mahiyyət etibarilə metafizik nəzəriyyə olub, cismin ziddiyyət

təşkil edən iki halından (cism qaradır, cism qara deyil”) yalnız birini (məs., “cism qaradır”) qəbul edərək ikinci halı (“cism qara deyil”) inkar edir. Deməli, Aristotel məntiqi dünyanı yalnız biqütblü qəbul edən və bununla da onu dialektik ziddiyyətlərdən kənarlaşdıran binar məntiqdir. Halbuki, dünya və onun tərkib hissələrindən (təbiət, cəmiyyət və düşünən ruh, təfəkkür) birini təşkil edən təfəkkür vahid olub, öz-özünü tənzimləyən mürəkkəb koqnitiv sistemdir. İnsan şüuru bu təfəkkürü müxtəlif metodlarla – sadə və mürəkkəb yanaşma üsulları ilə öyrənir. Fikrimizcə, Aristotel və Zadə məntiqlərinin də başlıca fərqi məhz bu metodun, təfəkkür proseslərinə yanaşma üsulunun seçilməsindədir. Aristotel məntiqi dünyanı sadə, Zadə məntiqi isə daha mürəkkəb metodla öyrənir. Məhz dünyaya yanaşma üsullarının fərqi Aristotel və Zadə məntiqi arasında yaranan belə bir fərqlə başlanğıc verir ki, binar məntiqdə anlayışın məna çalarları çoxluq təşkil etdiyi halda (bu məsələ artıq semantikada öyrənilir), qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsində anlayışların həm məna çalarları, həm də dərəcələri çoxluq təşkil edir.

Aristotel və Zadə məntiqlərinin fərqiindən danışarkən bir mühüm məsələyə də toxunmaq yerinə düşər. Bu məsələ insan düşüncələrində özlərinə yer alan imkan və ehtimal kateqoriyalarının nisbəti ilə bağlı düşünəcəldir. Belə ki, dünyanın qanunauyğunluqlarının açıqlanmasını qarşısına məqsəd qoyan insan gerçəkliyin proses və hadisələri haqqında düşüncələrinə yol açarkən həm imkanlar, həm də ehtimallar formasında fikirləşir. Binar məntiqə söykənən insan dünya haqqında yalnız ehtimallar formasında, qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsində isə eyni zamanda həm ehtimallar, həm də imkanlar formasında fikirləşir.

Beləliklə, Aristotel məntiqi elm tarixində yaradılmış ilk məntiq modeli olaraq insan təfəkkürünü heç də kifayət qədər dəqiq təsvir edə bilmir. Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi isə digər məntiq modellərindən (Lukaşeviç məntiqi, Post məntiqi) insan təfəkkürünü, onun düşüncə prosesini daha adekvat əks etdirməsi ilə fərqlənir. Bununla əlaqədar bəzi müəlliflər qeyri-səlis məntiqin Aristotel məntiqinin tamamilə inkarı qənaətindədirlər. Fikrimizcə, bu fikir kökündən yanlışdır. Əslində Zadə məntiqi Aristotel məntiqini imkar etmir, hüdudlarında insanın təfəkkür prosesi ilə yeni dialoqa başladığı bu məntiq “uyğunluq prinsipinə” söykənməklə, sadəcə onu özünün xüsusi halına çevirir. Bu halda Zadə məntiqinə Aristotel məntiqinin ümumiləşdirilmiş halı kimi baxmaq olar. Bu kontekstdə hər iki məntiq həqiqətdir, fərqlə isə yalnız ondadır ki, Aristotel məntiqi düşüncə prosesləri üçün nisbətən kobud və sadə model olduğu halda, Zadə məntiqi daha zəngin, dəqiq və inandırıcı modeldir. Bu modeldə fikrin xaotikliyi ilə nizamlılığı arasındakı kəskin fərqlə aradan qaldırılaraq xaotik düşüncələrin nizamlı fikrə daha çox yaxınlaşması təmin edilir.

Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi riyaziyyatın da inkişafından yan keçməmişdir. Belə ki, 60-cı illərdən başlayaraq təbiət və cəmiyyətin mürəkkəb sistemlərinin, o cümlədən özünü təşkil edən qeyri-xətti, açıq, dissipativ sistemlərin inkişaf qanunauyğunluqlarının intensiv və ekstensiv tədqiq edilib öyrənilməsi ilə əlaqədar Lütfi Zadə sübut etmişdir ki, bu sistemlərin qanunauyğunluqlarının dərki üçün nə Aristotelin binar məntiqi, nə də təfəkkür tərzii bütövlükdə bu sistemə söykənən klassik riyaziyyat yetərli deyil. Bu məqsədlə özünün qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi ilə sinergetika arasında əlaqə yaratmağa çalışan Zadə belə bir ideyaya başlanğıc vermişdir ki, özünü təşkil edən qeyri-xətti sistemləri öyrənmək üçün yeni məntiq, yeni riyaziyyat formalaşdırılmalıdır. Müasir elmi idrakın inkişaf dinamikası göstərir ki, bu məntiq qeyri-səlis məntiq, bu riyaziyyat isə qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi olmalıdır. Lakin elmi idrakın bu həddə çatması o demək deyil ki, binar məntiq və xətti riyaziyyat, o cümlədən Kantorun məşhur çoxluqlar nəzəriyyəsi bəşər mədəniyyətindən uzaqlaşdırılmalı, artıq elmi idrakda özünə yer almayan arxaik biliklər sırasına keçirilməlidir. Məsələnin mahiyyəti ondadır ki, insanı əhatə edən təbii və sosial problemlər həm xətti, həm də qeyri-xətti, həm səlis, həm də qeyri-səlis ola bilər. Xəttilik və səlislik uzun illərdir ki, klassik məntiqin və klassik riyaziyyatın atributları olaraq intensiv və ekstensiv öyrənilməkdədir. Bu nəzəri sistemlərdə yalnız sadə və bir o qədər də mürəkkəb olmayan özünü tənzimləyən sistemlərin qanunauyğunluqları tədqiq edilməkdədir. Bəşəriyyət XX yüzilliyin 70-ci illərindən başlayaraq özünü təşkilədən mürəkkəb, açıq, qeyri-xətti, dissipativ (maddə, enerji və informasiyanı səpən) sistemlərin öyrənilməsinə keçmiş və dünyanın yeni qanunauyğunluqlarının öyrənilməsi sahəsində heyrətamiz nailiyyətlər qazanmışdır. Mürəkkəb, özünü təşkilədən sistemlərin özəl məntiqi və spesifik riyaziyyatı vardır və həm də bu nəzəri sistemlər qeyri-xəttidir. Sadə və nisbətən mürəkkəb sistemləri səlis məntiq prinsipləri əsasında izah etmək mümkün olduğu halda, özünü təşkilədən mürəkkəb sistemlər üçün belə bir təsvir mümkünsüzdür. Özünü təşkilədən mürəkkəb sistemlər üçün belə təsvir yalnız qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis riyaziyyat üzərində qurula bilər. Zadənin qeyri-səlis məntiqi xətti dünyadan qeyri-xətti dünyaya çıxır açmaqla təfəkkürün məntiqi imkanlarını xeyli genişləndirmiş, insanın təfəkkürlə yeni dialoqa girməsindən ötrü geniş imkanlar yaratmışdır.

Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi riyaziyyatın inkişafına yeni impuls vermiş fundamental bir nəzəriyyədir. Təsadüfi deyil ki, artıq riyaziyyatın əksər sahələrində Zadə məntiqinin xeyli rəşional görünən ideyaları geniş tətbiq edilməkdədir. Qeyd etmək yerinə düşər ki, məşhur rus riyaziyyatçısı, akademik V.İ. Arnold hələ iyirmənci yüzilliyin sonlarında sosial proseslərin təsviri üçün “yumşaq” modellərdən istifadə etməyi tövsiyə etmişdir. Halbuki, yumşaq modellərin yaradılmasının ən mükəmməl və rəşional üsulunun



Zadənin təklif etdiyi qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin köməyi ilə mümkün olması fikrini dünyanın elmi ictimaiyyəti bu təklifdən xeyli əvvəl qəbul etmişdi.

Bir sıra mütəxəssislər belə güman edirlər ki, Zadənin elmə gətirdiyi ən böyük yenilik sıfırla vahid arasında yerləşən və müxtəlif çoxluqlarda elementlərin mənsubiyyət dərəcəsini ifadə edən ədədlərdir. Fikrimizcə, bir sıra hallarda elmi ədəbiyyatda özünə yer alan bu fikir Zadə nəzəriyyəsinə bəsit, primitiv münasibətin nəticəsi olub, həqiqətdən tamamilə uzaqdır. Daha doğrusu, belə baxışlar Zadə ideyalarının mahiyyətini açıqlaya bilməyən yanlış mülahizələrdən başqa bir şey deyildir. Sıfırla vahid arasında yerləşən ədədlər çoxluğu, faiz anlayışı və elementlərin mənsubiyyət dərəcəsi anlamı alimlərə çoxdan məlum olan həqiqətlərdir. Bu halda yeni bir sualla qarşılaşırıq: bəs Zadənin möhtəşəm kəşfi, əvvəllər insan zəkasını narahat etməyən elmi yenilik nədən ibarətdir? Əlbəttə, unutmaq olmaz ki, Zadə özünün uzunmüddətli intensiv elmi fəaliyyətində nəzəri təfəkkürün çox mühüm elmi yeniliklərinə başlanğıc vermişdir. Zadəni məşhurlaşdıran və sonralar digər alimlər tərəfindən yaradıcılıqla inkişaf etdirilən əsas ideya ondan ibarətdir ki, çoxluqdakı elementlərin mənsubiyyət dərəcələrinin özləri qeyri-səlis çoxluqdur. Belə çoxluqlar elmdə “ikinci növ fazzi çoxluqlar” adlanır. Zadə məntiqinin əsas gücü ondadır ki, burada təkliflərin doğruluq qiymətləri (0,1) intervalında nöqtə ilə yox, müəyyən intervallarla verilə bilər. Belə ki, intervalların hər bir nöqtəsinə mənsubiyyət funksiyası vasitəsilə konkret bir dərəcə verilir ki, bu sonuncular da dildə “bir az doğru”, “yalana oxşar doğru”, “bir az yalan”, “lap doğru”, “azacıq həqiqət”, “demək olar ki, doğru” və s. ifadələri ilə modelləşdirilir. Qeyd edək ki, 1967-ci ildə amerikalı alim P.E.Mur yeni bir interval analizi yaratmışdır. Lakin bu riyazi sistemdə intervaldaxili nöqtələr bir-birindən fərqlənmədiyindən onların hamısında mənsubiyyət funksiyası eyni qiymət alırdı. Bu baxımdan əslində Murun yaratdığı riyazi sistemə Zadə riyaziyyatının xüsusi halı kimi baxmaq olar. Ümumi halda isə, Aristotel, Lukaşeviç, Postun məntiq nəzəriyyələri Zadə məntiqinin tərkib hissələridir.

Bəzi mütəxəssislərin fikrincə, insanların əksəriyyəti Aristotel məntiqi ilə fikirləşir. Elə düşünür ki, bu fikir həqiqətə adekvat deyil. Belə ki, biz heç olmasa bircə adam da tapa bilmərik ki, o yalnız Aristotel məntiqi ilə düşünsün. Belə bir keyfiyyət yalnız kibernetik maşınlara, robotlara şamil edilə bilər. Halbuki, hazırda dünyanın bir sıra qabaqcıl ölkələrində Zadə məntiqi ilə düşünən robotlar hazırlanmaqdadır. Əgər insanlar yalnız Aristotel məntiqi ilə düşünsəydilər, o halda bütün yaxşılar onlar üçün eyni, onların doğruluq qiymətləri isə vahidə bərabər olardı. Sözsüz ki, bu halda onlar vahidləri fərqləndirib, müqayisə etdiyi əşyaları nizamlaya bilməzdi. Beləliklə, Zadə nəzəriyyəsinin tətbiqi subyektin düşüncə tərzində baş verən əməliyyatları riyazi dilə çevirməyə imkan verir. Bu isə öz növbəsində insan fikirlərini

obyektivləşdirməyə, kompüterlərdə qurulmuş modelləri praktikada tətbiq etməyə, insan fikirlərini, səbəb-nəticə əlaqələrini açıqlamağa zəmin yaradır.

Məlum olduğu kimi, insan hər hansı bir fikri söylərkən onun həm doğruluq, həm də inamlılıq dərəcəsini intuitivcəsinə müəyyənləşdirməyə çalışır. Fikrin inamlılıq dərəcəsi onun doğru olmasının ehtimalıdır. Əslində (0,1) parçasında ehtimalın özü də qeyri-səlis ədəddir. Beləliklə, insanın hər bir fikrinin iki istiqamətdə qeyri-müəyyənlik ölçüsü vardır. Bunlardan biri fikrin doğruluq dərəcəsi, digəri isə əminlik dərəcəsidir. Bu dərəcələrin hər iksini qeyri-səlis ədədlərlə (fazzi ədədlər) təsvir etmək mümkündür.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin dərin fəlsəfi mənası vardır. Bu nəzəriyyənin fəlsəfi mənasını açıqlamaq üçün, ilk növbədə, elmə məlum hərəkət formalarının riyaziyyatla əlaqəsini izləmək lazımdır.

Məşhur alman filosofu F.Engels hərəkətin 5 əsas formasının təsnifatını vermiş və onları mürəkkəblik dərəcəsinə görə aşağıdakı ardıcılıqla yerləşdirmişdir: *mexaniki, fiziki, kimyəvi, bioloji və sosial* hərəkətlər. Mexaniki hərəkət hərəkətin ən sadə, sosial hərəkət isə onun ən mürəkkəb formasıdır. İnsanın istifadəsində olan klassik riyaziyyat yalnız aşağı səviyyəli hərəkət formaları üçün (mexaniki, fiziki, kimyəvi) effektiv olub, daha mürəkkəb səciyyəli yuxarı hərəkət formaları, o cümlədən, bioloji, psixi, təfəkkür üçün öz gücünü itirir. Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin sistemli təhlili göstərir ki, hərəkətin yüksək formalarının öyrənilməsində bu nəzəriyyə daha yüksək rasionallıq nümayiş etdirdiyindən daha adekvat nəticələr verə bilər.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında araşdırmalarımızı yekunlaşdırarkən daha bir məsələyə – insanın düşüncə modelinə də toxunmağı məqsəduyğun hesab edirik. Məsələnin mahiyyəti bundan ibarətdir ki, Aristotel məntiqi ilə Zadə məntiqi arasında paralellər aparan bir sıra tədqiqatçılar binar məntiqin zəif, ziyanlı, qeyri-səlis məntiqin isə güclü, rasionol olması iddiasındadırlar. Bu nəzəriyyələrin müqayisəsi göstərir ki, bu qəbildən olan iddialar kökündən səhvdir. Bəs, əsl həqiqət nədən ibarətdir? İnsan hansı məntiqlə düşünür: binar məntiqlə, yoxsa qeyri-səlis məntiqlə?

Fikrimizcə, əsl həqiqət belədir: insan ilk yaranışından ona genetik əsaslar üzrə verilmiş və zaman-zaman təkmilləşərək qədim insanların hissi-obrazlı təfəkküründən müasir insanın elmi-obrazlı təfəkkürünə yüksəlmiş təfəkkür sisteminə malikdir. Yaradıcı insan varlığında düşünən, fəaliyyət göstərən, qərarlar verən, nəzərdə tutulan məqsədə çatmaq üçün durmadan mübarizə aparan bu fenomen məhz təfəkkür sistemidir. İnsanın bütün yaradıcılıq fəaliyyəti, qazandığı bütün uğurlar, həll etdiyi problemlər silsiləsi məhz bu sistem üzərində qurulur. Təfəkkür düşünən ruhdur, mənəvi prosesdir, gerçəkliyin insan beynində az-çox adekvat inikasıdır. Məntiq isə təfəkkürü öyrənən, onun qanunauyğunluqlarını açıqlayan, ona yanaşma üsulunu seçən

fundamental elmdir. İnsanlar tarixi inkişafın müxtəlif dövrlərində təfəkkürə müxtəlif üsullarla yanaşmış və bu üsulun rasionallıq dərəcəsiindən asılı olaraq təfəkkürün obyektiv qanunauyğunluqlarını müxtəlif səviyyədə öyrənmişlər. Bu sahədə ilk addımı atmaq və təfəkkür haqqında elmin ilk konturlarını müəyyənləşdirmək şərəfi qədim yunan alimi Aristotelə nəşib olmuşdur. Tarix boyu alimlər bu nəzəriyyəni öyrənərək onu təkmilləşdirməyə çalışmışlar. Nəhayət, Lütfi Zadə təfəkkürün öyrənilməsinə yeni prizmadan yanaşaraq Aristotel məntiqinin tarixi dəyərini azaltmadan onun haqqında daha mükəmməl nəzəriyyə yaratmışdır [6, s.28]. Deməli, Aristotelin binar məntiqi ilə Zadənin qeyri-səlis məntiqi arasında onların intellektual məziyyətlərini qoruyub saxlayan varislik əlaqəsi mövcuddur. Onların hər iksinin ali məqsədi insan məntiqinin təxmini modelini yaradaraq onun işləmə prinsipini izah etməkdir. Danılmaz həqiqətdir ki, hazırda mövcud olan təfəkkür modellərindən ən rasionali təfəkkürün qanunauyğunluqlarını daha mükəmməl, daha adekvat əks etdirəni Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiq modelidir. Bununla belə, bəşəriyyətin intellektual inkişafında Aristotel məntiqinin rolunu nə azaltmaq, nə də inkar etmək olar. Elmin tarixi inkişafına Aristotel məntiqinin təsiri çox böyük və əhəmiyyətli olmuşdur. Unutmaq olmaz ki, elmi ədəbiyyatın əksəriyyəti hələ də Aristotel məntiqi üzərində qurulur. Bu, o deməkdir ki, hər iki məntiq bəşəriyyətin intellektual həyatına sədaqətlə xidmət etməkdədir: elə məsələlər var ki, onların həllində Aristotel məntiqi, elə məsələlər də var ki, onların həllində fəzzi məntiq daha keyfiyyətli nəticələr verir.

Zadənin müasir elmin mühüm paradigmalarına çevrilmiş qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi yalnız nəzəri deyil, həm də mühüm praktiki əhəmiyyət kəsb edir.

İstər məntiq, istərsə də riyaziyyat elminin inkişafına yol açaraq onların yeni formasını ortaya qoyan bu nəzəriyyələrin praktiki tətbiqləri artıq göz önündədir. Hər iki nəzəriyyə XXI əsrin ruhuna tam uyğun gələn yeni texnologiyaların yaradılmasında önəmli rol oynayır. Bu baxımdan həmin nəzəriyyələrin əsasında yaranmış səslə idarə olunan helikopterlər, pultla idarə olunan maşınlar, super kompüterlər və s. yeniliklər müasir cəmiyyətin ictimai həyatında mühüm rol oynayır.

Beləliklə, qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsi üzrə araşdırmalarımızı yekunlaşdıraraq deyə bilərik ki, Zadə nəzəriyyələrinin əsas fəlsəfi mahiyyəti onların insan təfəkkürünü daha dürüst əks etdirməsindən, reallığa daha çox adekvat olmasından ibarətdir. Tarixin obyektiv gedişinə uyğun olaraq Lütfi Zadə öz bacarığı, fəhmi, dərrakəsi ilə insan təfəkkürünün işləmə prinsiplərinin və bu sistemdə fəaliyyət göstərən obyektiv qanunauyğunluqların mahiyyətini daha yaxşı dərk edərək onların riyazi modellərini müvafiq simvollarla daha adekvat əks etdirə bilmişdir.

### ƏDƏBİYYAT

1. *A.E.Алтунин, М.В.Семухин.* Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Изд. Тюменского государственного университета, 2002
2. *L.A.Zadeh.* Fuzzy sets. Information and control. 1965, v.8 №3, pp.338-353
3. *П.Вопенка.* Математика в алтернативной теории множеств. М.: Мир, 1983
4. *Л.Заде.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976, 167 с.
5. *V.Kosko.* Fuzzu thinking. The New scince of fuzzy logic. New York, 1993
6. *L.A.Zadeh.* Outline of a New approach to the Analysis of Complex Sistem and Decision Processes – JEEE Trans, syst. Man. Cubern, vol SMC-3, 1973, Jan. pp.28-44

## Təbiət elmləri

UOT 595.42

*A.N.Ağayeva*

*Sumqayıt Dövlət Universiteti*

*ayselagayeva83@gmail.com*

### TENİİDOZ TÖRƏDİCİSİNİN (*TAENIA HYDATIGENA*) ABŞERON VƏ ONA BİTİŞİK XIZI RAYONU ƏRAZİLƏRİNDƏ TƏDQİQAT MƏNTƏQƏLƏRİ VƏ HÜNDÜRLÜK QURŞAQLARI ÜZRƏ YAYILMASININ ÖYRƏNİLMƏSİ

*Açar sözlər:* *teniidoz, invaziya, hündürlük qurşaqları, kaproloji müayinə, tam helmintoloji yarma*

Azərbaycanda, xüsusilə şəxsi və fermer təsərrüfatlarının geniş inkişaf etdirildiyi Abşeron-Xızı iqtisadi rayonunda teniidozun öyrənilməsi üzrə bəzi məlumatların olmasına baxmayaraq son illərə qədər bu problem demək olar ki, öyrənilməmiş qalmışdır. Aparılan tədqiqatlar isə 40-50 il bundan əvvəl aparıldığından tarixilik baxımından köhnəlmişdir və hazırkı təsərrüfat sisteminin mənzərəsini tam əks etdirmir. Bu məqsədlə tədqiqatlara başladığıq, adıçəkilən ərazilərdə teniidozun öyrənilməsini qarşımıza məqsəd qoyduq, şəxsi və fermer qoyunçuluq təsərrüfatlarında tam helmintoloji müayinələr apardıq. Tədqiqatlar zamanı ilk olaraq həmin ərazilərdə məntəqələr üzrə yoluxmanı öyrəndik. Cədvəl 1-dən göründüyü kimi, *Taenia hydatigena* növü invaziyanın yüksək ekstensivliyi ilə Altıağac (16,3%), Qızıldərə (12,9%), Tudar (12,5%), nisbətən aşağı ekstensivliklə isə Hövsan (5,4%), Zirə (8,8%) və digər kəndlərdə qeydə alınmışdır.

Daha sonra *Taenia hydatigena* növünün qoyunlar arasında yayılması hündürlük qurşaqları üzrə öyrənilmişdir. Bu məqsədlə üç hündürlük qurşağı üzrə tədqiqatlar aparılmışdır: düzənlik, alçaqdağlıq və dağlıq. Tədqiqatın nəticələri 2-ci cədvəldə verilmişdir. Cədvəldən göründüyü kimi, *Taenia hydatigena* növü invaziyanın həm ekstensivliyinə (13,7%), həm də intensivliyinə (1-34 qovuc) görə alçaqdağlıq zona düzənlik və dağətəyi zonalarda üstünlük təşkil edir.

*A.N.Ağayeva*

**ИЗУЧЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗБУДИТЕЛЯ ТЕНИИДОЗА  
(*TAENIA HYDATIGENA*) НА ТЕРРИТОРИЯХ АБШЕРОНСКОГО И  
ПРИЛЕГАЮЩЕГО К НЕМУ ХЫЗЫНСКОГО РАЙОНОВ ПО  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИМ ПУНКТАМ И ВЫСОТНЫМ ПОЯСАМ**

**Ключевые слова:** тениидоз, инвазия, высотные пояса, капронологическое обследование и полное гельминтологическое вскрытие

Несмотря на то, что есть некоторые данные по изучению тениидоза в Азербайджане, особенно в экономическом регионе Абшерон-Хызы, где широко развиваются частные и фермерские хозяйства, эта проблема почти не изучалась до недавнего времени. Исследования же, проведенные 40-50 лет назад, устарели с исторической точки зрения и не полностью отражают картину нынешней хозяйственной системы. С этим намерением, мы задались целью изучить тениидоз в указанных областях, провели полные гельминтологические исследования в частных и фермерских овцеводческих хозяйствах. Во-первых, мы по пунктам изучили заражение на этих территориях. Как видно из таблицы 1, тип *Taenia hydatigena* характеризуется высокой экстенсивностью инвазии в Алтагач (16,3%), Гызылдере (12,9%), Тудар (12,5%), а относительно низкой экстенсивностью в Говсан (5,4%), Зира (8,8%) и других деревнях.

Затем по высотным поясам было изучено распространение разновидностей *Taenia hydatigena* среди овец. Результаты исследования приведены в таблице 2. Как видно из таблицы, как по экстенсивности (13,7%), так и по интенсивности (1-34 пузыря) инвазии разновидности *Taenia hydatigena* в плоскогорьях преобладают над равнинными и предгорными зонами.

*A.N.Ağayeva*

**STUDYING OF DISTRIBUTION OF THE TAENIASIS'S PATHOGENS  
(*TAENIA HYDATIGENA*) IN TERRITORIES ABSHERON AND ADJACENT  
KHYZY REGIONS ON RESEARCH POINTS AND HIGH-ALTITUDE ZONES**

**Keywords:** taeniasis, invasion, high-altitude zones, capronological examination and full helminthological autopsy

Despite the fact that there are some data on studying of a taeniasis in Azerbaijan, especially in Absheron-Khizi economic region where private and farmer farms are widely developed, this problem has not hardly been studied until recently. Studies conducted 40-50 years ago are outdated from a historical point of view and do not fully reflect the picture of the current economic system. With this intention, we set out to study taeniasis in the indicated areas, carried out complete helminthological studies in private and farmer sheep farms. Initially, we have studied the points of infection in these areas. As can be seen from table 1, type *T. hydatigena* is characterized by high extensiveness of invasion in Altagach (16.3%), Gyzyldere

(12.9%), Tudar (12.5%), and relatively low extensiveness in Hovsan (5.4% ), Zira (8.8%) and other villages.

Then, the distribution of *Taenia hydatigena* species among sheep was studied in the high-altitude zones. Results of a research are given in table 2. As can we see from the table, both in extensivity (13.7%) and in intensity (1-34 bladders) invasions of *Taenia hydatigena* species in plateaus prevail over lowland and foothill zones.

Respublika ərazisində yaşayan 7 növ əhli gövşəyən heyvan növündə (qoyun da daxil olmaqla) 119 növ helmint aşkar olunmuşdur. Bu helmintlərdən 85 növü qoyunlarda parazitlik edir. Gövşəyən heyvanların helmint faunasının öyrənilməsi 3 əsas landşaft-ekoloji zonada (düzənlik, dağətəyi və dağlıq) və onların tərkibində 11 yarımzona (Əsədov,1959,1960,1970,1971,1975) olmaq şərtilə aparılmışdır. Bu zona və yarımzonalarda gövşəyən heyvanlarda helmintoz törədiciləri heyvandarlığa vurduğu ziyana görə müxtəlif landşaft-ekoloji zonalarda müxtəlif dərəcədə yayılmışdır. Azərbaycan Respublikası ərazisinin bu cür ekoloji-helmintoloji rayonlaşdırılmasında Abşeron düzənlik yarımadası və ona birləşən Xızı rayon əraziləri xüsusi yer tutur, çünki bu ərazilərdə bir çox helmintlərin yayılması üçün əlverişli şərait vardır. Həmçinin bu ərazilərdə qoyunçuluq təsərrüfatı sürətlə inkişaf etməkdədir.

Azərbaycanda, xüsusilə şəxsi fermer təsərrüfatlarının geniş inkişaf etdirildiyi Abşeron-Xızı iqtisadi rayonunda teniidozun öyrənilməsi üzrə bəzi məlumatların olmasına baxmayaraq son illərə qədər bu problem demək olar ki, öyrənilməmiş qalmışdır. Aparılan tədqiqatlar isə 40-50 il bundan əvvəl aparıldığından tarixilik baxımından köhnəlmişdir və hazırkı təsərrüfat sisteminin mənzərəsini tam əks etdirmir. Bu məqsədlə adıçəkilən ərazilərdə teniidozun öyrənilməsini qarşımıza məqsəd qoyduq, şəxsi qoyunçuluq təsərrüfatlarında natamam helmintoloji müayinələr apardıq [2, s.34]. Məqalədə teniidoz xəstəliyinin törədicilərindən biri olan *Taenia hydatigena* növü haqqında tədqiqatlar əks olunub.

Ümumiyyətlə, parazitin aralıq sahibi əhli və vəhşi cütdırnaqlılar, insandır. Deməli, qoyunlar da bura daxildir. Axırncı sahib isə əhli və vəhşi yırtıcılardır. Lokalizasiyası: axırncı sahiblərdə – nazik bağırsağ; aralıq sahiblərdə – piylik, müsaqirə, plevra, təsadüfi hallarda başqa orqanlarda – ağciyərlərdə, qida borusunun selikli qişasında, dalaqda, sidik kisəsində, diafraqmada, öd kisəsində, öd axarında, balalıqda, yumurtalıqda parazitlik edir. Yayıldığı yerlər: hər yerdə yayılmışdır [1, s.7-12].

### Material və metodika

Tədqiqat işləri Abşeron bölgəsinə (Abşeron yarımadası və Xızı rayonu, şəkil1) aid müxtəlif kənd və qəsəbələrdə aparılmışdır. Həmin ərazilərdə teniidoz törədicisini öyrənmək məqsədilə elmi-tədqiqat işlərinə 2016-2017-ci

illərdə başlanmışdır. Qoyunlar arasında helmintlə yoluxma natamam helmintoloji yarma üsulu ilə müəyyən edilmişdir [3, s.8]. Yarma zamanı ayrı-ayrı orqanlar əzilərək xırdalandı (şəkil 1), yuyuldu, helmintlər tapılaraq yığıldı və 70 faizli spirt məhlulunda konservləşdirilərək saxlanılmışdır [4, s.43].

Tədqiqat işləri həmin ərazilərin müxtəlif məntəqələrindəki qoyunçuluq təsərrüfatlarında və Baytarlıq Elmi Tədqiqat İnstitutunun Parazitologiya laboratoriyasında aparılmışdır (şəkil 2).



**Şəkil 1. Tədqiqatın aparıldığı Abşeron bölgəsi (göy rəngli ərazi)**



**Şəkil 2. Helmintlərin toplanması**

### **Alınan nəticələr və onların müzakirəsi**

*Taenia hydatigena* növü tədqiqat zamanı tərəfimizdən Abşeron yarımadasında Zirə kəndi ərazisində tədqiq edilmiş 79 baş qoyundan 7-də (8,8%): qida borusunun selikli qişasında 3 qovuc, piylikdə 14 qovuc, ağciyərdə 4 qovuc aşkar edilmişdir. Hövsan kəndi ərazisində tədqiq edilmiş 55 baş qoyundan 3-də (5,4%): piylikdə 7 qovuc, qida borusunun selikli qişasında 2 qovuc, ağciyərlərdə 2 qovuc, Novxanı kəndi ərazisində tədqiq edilmiş 84 baş qoyundan 11-də (13,1%): qida borusunun selikli qişasında 5 qovuc, piylikdən 24 qovuc, dalağın üzərindən 2 qovuc aşkar edilmişdir. Ceyranbatan qəsəbəsi ətrafında tədqiq edilmiş 21 baş qoyundan 2-də (9,5%): piylikdə 2-23 qovuc, Z.Tağıyev qəsəbəsi ərazisində tədqiq edilmiş 69 baş qoyundan 7-də (10,1%): qida borusunun selikli qişasında 3-5 qovuc, piylikdən 5-10 qovuc, ağciyərin üzərindən 1-3 qovuc, plevradan 2 qovuc, Qobu ərazisində tədqiq edilmiş 36 baş qoyundan 3-də (8,3%): qida borusu üzərindən 1 qovuc, piylikdən 4-9 qovuc və ağciyərlərin üzərindən 3 qovuc, Güzdək ərazisində tədqiq edilmiş 24 baş qoyundan 2-də (8,3%) 1-12 fərd: qida borusunun selikli qişasından 1 qovuc, piylikdən 12 qovuc və ağciyər üzərindən 2 qovuc miqdarında aşkar edilmişdir. Bu növ Altağac qəsəbəsi ərazisində tədqiq edilmiş 43 baş qoyundan 7-də (16,3%) 1-34 fərd: qida borusunun selikli qişası üzərində 1-3 qovuc, piylikdə



5-34 qovuc, dalaqda 4 qovuc, Qızıldərə kəndi ərazisində tədqiq edilmiş 62 baş qoyundan 8-də (12,9%) 1-14 qovuc: qida borusu üzərində 1-2 qovuc, piylikdə 4-15 qovuc, plevrada 3 qovuc və Tudar kəndi ərazisində tədqiq edilmiş 48 baş qoyundan 6-da (2,5%) 3-32 qovuc: qida borusunun selikli qişasında 1-4 qovuc, piylikdə 2-32 qovuc və ağciyərlərin üzərində 1-4 qovuc miqdarında aşkar edilmişdir. Tədqiqatın nəticələri 1 sayılı cədvəldə verilmişdir.

**Cədvəl 1. Qoyunlarda *Taenia hydatigena* növünün Abşeron yarımadası və ona bitişik Xızı rayonu ərazilərində tədqiqat məntəqələri üzrə yayılması**

Tədqiqat məntəqələri	Tədqiq edilmişdr	Yoluxmuşdur	İnvaziyanın ekstensivliyi, %-lə	İnvaziyanın intensivliyi, ədədlə
Zirə	79	7	8,8	3-14
Hövsan	55	3	5,4	2-7
Maştağa	42	-	-	-
Müşviqabad	29	-	-	-
Fatmayı	48	-	-	-
Novxanı	84	11	13,1	2-24
Mehdiabad	20	-	-	-
Xırdalan	17	-	-	-
Ceyranbatan	21	2	9,5	2-23
Z. Tağıyev	69	7	10,1	1-10
Yeni Yaşma	29	-	-	-
Qobu	36	3	8,3	1-9
Sulutəpə	33	-	-	-
Güzdək	24	2	-	1-12
Şurabad	12	-	-	-
Müşviqabad	20	-	-	-
Altağac	43	7	16,3	1-34
Qızıldərə	62	8	12,9	1-15
Tudar	48	6	12,5	-
Cəmi:	771	56	7,3	1-34

Cədvəldən görüldüyü kimi, *Taenia hydatigena* növü invaziyanın yüksək ekstensivliyi ilə Altağac (16,3%), Qızıldərə (12,9%), Tudar (12,5%), nisbətən aşağı ekstensivliklə isə Hövsan (5,4%), Zirə (8,8%) və digər kəndlərdə qeydə alınmışdır.

Tədqiqat zamanı *Taenia hydatigena* növünün qoyunlar arasında yayılması hündürlük qurşaqları üzrə də öyrənilmişdir. Tədqiqatın nəticələri 2-ci cədvəldə verilmişdir.

**Cədvəl 2. Qoyunlarda *Taenia hydatigena* növünün hündürlük qurşaqları üzrə yayılması**

Ekoloji zonalar	Tədqiq edilmişdir	Yoluxmuşdur	Yoluxmanın ekstensivliyi, %-lə	Yoluxmanın intensivliyi, ədədlə
Düzənlik zona 28-100 m	303	19	6,3	2-23
Dağətəyi zona 100-250-300 m	315	16	5,1	1-24
Dağlıq zona 300- 350-1200 m	153	21	13,7	1-34
Cəmi:	771	56	7,3	1-34

Cədvəldən görüldüyü kimi, *Taenia hydatigena* növünün invaziyanın həm ekstensivliyinə (13,7%), həm də intensivliyinə (1-34 qovuc) görə alçaqdağlıq zona düzənlik və dağətəyi zonalardan üstünlük təşkil edir. Bizim fikrimizə görə, bu, həm alçaqdağlıq zonada qoyunçuluqla məşğul olan təsərrüfatların sayının çox olması, həm də təsərrüfatlarda *Taenia hydatigena* növünün axırncı sahiblərindən olan çoban itlərinin çox olması ilə əlaqədardır. Həm də alçaqdağlıq zonada vəhşi itkimilərin (çaqqal, canavar, tülkü) də sayı çoxluq təşkil edir. Nəticədə, teniidoz törədicilərinə yoluxmuş əhli və vəhşi itkimilər mütəmadi olaraq invaziya törədicisinin yumurtalarını təsərrüfatlara və otlaq sahələrinə səpirlər ki, bu da qoyunların yoluxmalarına səbəb olur [5, s. 24].

### ƏDƏBİYYAT

1. Məmmədov A.Q., Hacıyev Y.Q., Şirinov N.M., Ağayev A.A. Baytarlıq parazitologiyası. Bakı: Azərneşr, 1986, 433 s.
2. Məmmədov A.Q. Azərbaycanda kənd təsərrüfatı heyvanlarının helmint və helmintozlarının zonalar üzrə yayılması və helmintozlarla mübarizənin gücləndirilməsi üçün təkliflər. Bakı: BDU, 1975, 235 s.
3. Ассадов С.М. Гелминтофауна жвачных животных СССР и ее эколого-географический анализ. Баку: Изд-во АН. Азерб. ССР, 1960, 510 с.
4. Барабаш А.Ф., Лукьянова Г.А. Профилактика домашних животных. Москва: Асткер, 2005, 331 с.
5. Ивашин В.М., Орипов А.О., Сонин М.Д. Определитель гельминтов мелкого рогатого скота. Москва: МГУ, 1990, 279 с.

УДК 541.8, 539.199

*Э.А.Эйвазов, В.И.Гусейнов, С.Ш.Курбанов*

*Азербайджанский государственный педагогический университет  
cjh\_58@mail.ru*

## ОСОБЕННОСТИ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В МАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

*Ключевые слова:* магнитные полупроводники, эффект Холла, подвижность, коэффициент Холла, изотерм

В ферримагнитной поликристаллической системе  $\text{Co}_{07}\text{Cu}_{03}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  ( $0,0 \leq X \leq 0,5$ ) в интервале температур ( $110 \text{ K} \leq T \leq T_c$ ) и внешнего магнитного поля  $H \leq 10\text{e}$  был исследован поперечный эффект Холла. Из изотермов  $E_x=f(H)$  определены нормальный ( $R_0$ ) и аномальный ( $R_s$ ) коэффициенты Холла. Установлены температурные зависимости  $R_0$  и  $R_s$ . Показано, что в исследованной области аномальный коэффициент в несколько раз больше нормального.

*E.A.Eyvazov, V.I.Hüseynov, Qurbanov S.Ş.*

## MAQNİT YARIMKEÇİRİCİLƏRDƏ XOLL EFFEKTİNİN MƏXSUSİYYƏTİ

*Açar sözlər:* maqnit yarımkeçiricilər, Xoll effekti, yürüklük, Xoll əmsalı, izoterm

Ferrimaqnit polikristal  $\text{Co}_{07}\text{Cu}_{03}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  ( $0,0 \leq X \leq 0,5$ ) sistemində ( $110 \text{ K} \leq T \leq T_c$ ) temperatur intervalında və  $H \leq 10e$  xarici maqnit sahəsində eninə Xoll effekti tədqiq olunmuşdur.  $E_x=f(H)$  izotermələrindən normal ( $R_0$ ) və anomal ( $R_s$ ) Xoll əmsalları müəyyən olunmuşdur. Tədqiq olunan oblastda anomal əmsalın normaldan bir neçə dəfə çox olduğu göstərilmişdir.

*E.A.Eyvazov, V.I.Guseynov, S.Sh.Gurbanov*

## FEATURES OF THE EFFECT OF A HALL IN MAGNETIC SEMICONDUCTORS

*Keywords:* magnetic semiconductors, Hall effect, mobility, Hall coefficient, isotherm

In the ferrimagnetic polycrystalline system  $\text{Co}_{07}\text{Cu}_{03}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  ( $0,0 \leq X \leq 0,5$ ) in the temperature range ( $110 \text{ K} \leq T \leq T_c$ ) and an external magnetic field  $H \leq 10e$ , the transverse Hall effect was investigated. From the isotherms  $E_x=f(H)$ , the normal ( $R_0$ ) and anomalous ( $R_s$ ) Hall coefficients are determined. The temperature dependences of

$R_0$  and  $R_s$  are established. It is shown that in the studied area the anomalous coefficient is several times greater than the normal one.

### **Введение**

Среди многочисленных твердых тел магнитные полупроводники (МП) обладают уникальной особенностью. Все известные виды магнитного порядка встречаются в МП, а величина электропроводности их изменяется в широком интервале (от металла до полупроводника). Многочисленными экспериментами было установлено, что в этих веществах энергетический спектр электронов в значительной мере связан со степенью магнитного порядка, и наоборот. Такая взаимосвязь делает МП уникальными материалами для практических целей.

В частности, многие магнитные полупроводники в области оптической прозрачности кристалла обладают гигантским спонтанным Фарадеевым вращением плоскости поляризации, что позволяет их применение в создании ячейки памяти для современных, быстродействующих ЭВМ.

Практическая значимость МП не ограничивается указанным, они уже широко используются для дистанционного управления, для изготовления транзисторов, лавинных и туннельных диодов, вариконов и т.д. управляемые магнитным полем. Для примера можно указать элемент памяти с квантовым характером записи информации на кристаллах селенохромита кадмия [1]. Уже реализован р-п переход и созданы барьеры Шоттки на магнитных полупроводниках. [6]

С научной точки зрения магнитные полупроводники интересны тем, что в силу малой подвижности электронов и относительно сильной связи электронов проводимости с локализованными магнитными моментами, электроны могут поляризовывать определенную микрообласть, т.е. автолокализоваться. Такой автолокализованный электрон называется флуктуоном.

Помимо этого, обычную зонную теорию твердых тел нельзя применять к магнитным полупроводникам.

В то время когда кинетические свойства немагнитных, обычных полупроводников связаны взаимодействием между токоносителями и фононами или дефектами и достаточно хорошо описывается теорией возмущения, в магнитных полупроводниках наряду с указанными взаимодействиями имеет место и сильное взаимодействие носителей с локализованными магнитными моментами, что не учитывается в теории возмущения. Имеющиеся экспериментальные исследования в основном посвящены МП с одним магнетоактивным ионом.

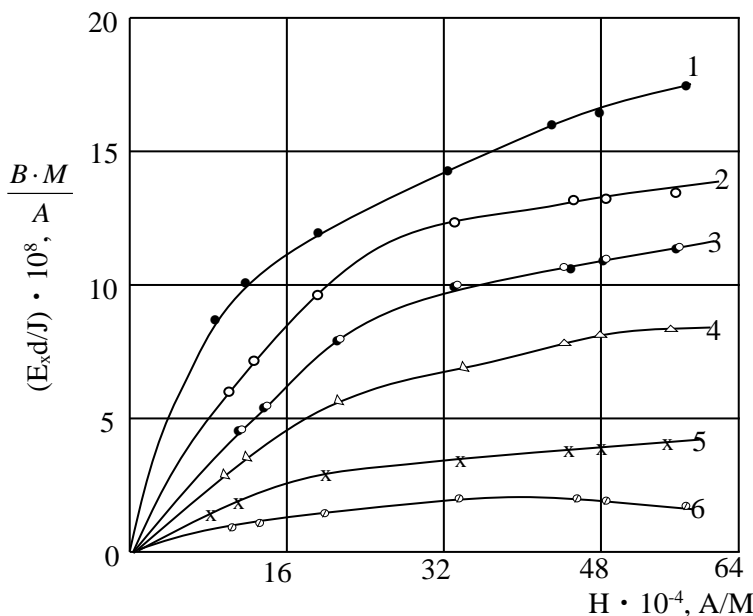
Кинетические и магнитные свойства МП с несколькими магнитными ионами коренным образом отличаются от аналогичных свойств МП с одним магнитным ионом. Так, например, при анионном замещении по ряду O-S-Se температура магнитного фазового перехода МП с одним магнитным ионом увеличивается то указанное замещение в МП с несколькими магнитными ионами приводит к обратному эффекту, что в литературе исследовано эпизодически.

Уместно отметить, что в настоящее время, несмотря на имеющиеся многочисленные исследования, валентные состояния катионов в таком казалось бы простом кристалле как  $\text{CuCr}_2\text{S}_4(\text{Se})$ , однозначно не определены. Поскольку в кристаллах магнитное упорядочение носит коллективный характер и связь между магнитоактивными ионами осуществляется через анионы, то можно полагать, что анионное замещение, существенно должно повлиять на магнитные и кинетические свойства. Имеющиеся в литературе многочисленные исследования по анионнозамещенным халькошпинелям с двумя магнитоактивными ионами не отвечают на вопрос: почему точка Кюри в этих материалах при замещении O-S-Se уменьшается? Поэтому выявление роли анионов в формировании магнитной структуры в магнитоупорядоченных материалах является актуальной задачей в области физики твердого тела.

### Экспериментальные результаты и их анализ

Стандартной методикой в интервале температур  $110\text{K} \leq T \leq T_c$  на составах  $X=0,0; 0,20; 0,25$  и  $0,50$  системы  $\text{Co}_{0,7}\text{Cu}_{0,3}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  был исследован поперечный эффект Холла (Режим синтеза и данные по структурному анализу ранее нами проведены в [2]).

Зависимость холловского потенциала от напряженности приложенного магнитного поля при всех выбранных температурах имеет схожий характер. В качестве примера эта зависимость для состава  $X=0.2$  приведена на рис.1



**Рис.1.** Зависимость холловского потенциала от напряженности магнитного поля для состава  $X=0.2$

(1- $T=110$  K;                      2- $T=128$  K;                      3- $T=160$  K;  
 4- $T=195$  K;                      5- $T=260$  K;                      6- $T=295$  K)

Видно, что при температурах  $T < T_c$ , в области технического намагничивания ( $T \leq 450$  Э), холловский потенциал с ростом напряженности магнитного поля, практически линейно увеличивается как у ферромагнитных материалах, а в области парапроцесса этот рост замедляется и намечается тенденция к насыщению. Это, в частности свидетельствует о том, что в системе  $Co_{0.7}Cu_{0.3}Cr_2S_{4-x}Se_x$  как и в ферромагнитных металлах Эффект Холла, в основном, определяется намагниченностью, а не внешним магнитным полем.

Из экспериментальной зависимости э.д.с Холла от напряженности магнитного поля по методике, описанной в [3.] были определены нормальный ( $R_0$ ) и аномальный ( $R_s$ ) коэффициенты Холла. Согласно этой методике, коэффициенты  $R_0$  и  $R_s$  могут быть определены как тангенс угла наклонов высоко- и низко-температурных участков кривой  $E_x=f(H)$ . Отметим, что при этом необходимо убедиться в малости вклада парапроцесса на в эффект Холла. Это связано тем, что согласно [3] приращение э.д.с Холла  $\Delta E_x$  соответствующее парапроцессу может быть записано в виде

$$\Delta E_x = R_0 \Delta H_1 + R_s \Delta M \quad (1)$$

Где  $\Delta M = M - M_s$  и  $\Delta H_1 = H - H_s$  ( $M_s$  и  $H_s$  - соответственно намагниченность и поле технического насыщения). Так как восприимчивость парапроцесса

$$\chi_p = (\Delta M / \Delta H_1), \text{ то } \Delta E_x = (R_0 + R_s \chi_p) \Delta H_1 \quad (2)$$

Из (2) видно, что в области парапроцесса тангенс угла наклона прямой  $E_x = f(H)$ , численно равный отношению  $(\Delta E_x / \Delta H_1)$  зависит от  $R_0$  и величины  $(R_s \chi_p)$ . Другими словами, наклон высокополевого участка кривой  $E_x = f(H)$  в действительности равен не  $R_0$ , как это принято в [1], а  $R_0 + R_s \chi_p$ . Оценки показывают, что в нашем случае  $R_s \chi_p \ll (\Delta E_x / \Delta H_1)$  и поэтому вторым членом в правой части (2) можно пренебречь и наклон высокополевого участка  $E_x = f(H)$  приравнять  $R_0$ .

Температурная зависимость  $R_0$  и  $R_s$ , определенная описанной методикой, приведена на рис.2.

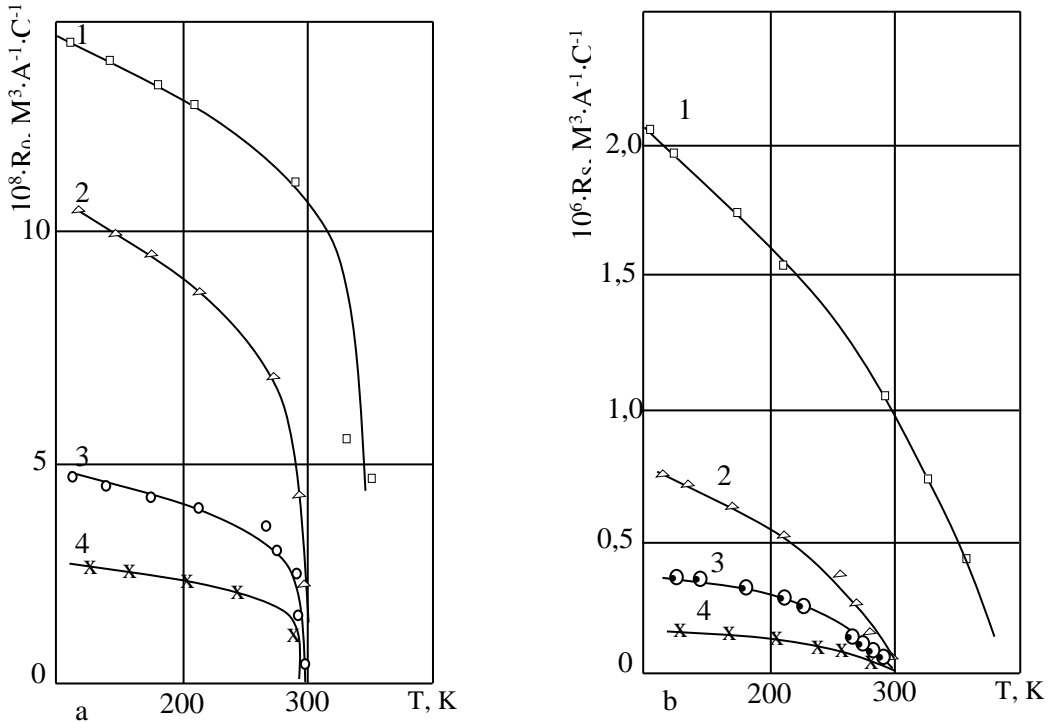


Рис. 2. Зависимости  $R_0(T)$ (a) и  $R_s(T)$  (b). Состав:  $X=0,00; 0,20; 0,25; 0,50$

Во всей исследованной температурной области аномальный коэффициент Холла в несколько раз больше чем нормальный и с увеличением температуры отношение  $(R_s/R_0)$ , в низкотемпературной

области уменьшается. Как следует из рис. 2 характер зависимости  $R_0=f(T)$  и  $R_s=f(T)$ , для всех составов практически одинаковы и в области температур  $T < T_c$  с ростом температуры  $R_0$  и  $R_s$  уменьшается. При сравнительно низких температурах ( $T^* \leq 200K$ ) величины  $(dR_s/dT)$  и  $(dR_0/dT)$  значительно меньше, чем в интервале температур  $T^* < T < T_c$ . Методом наименьших квадратов был установлен аналитический вид зависимостей  $R_0=f(T)$  и  $R_s=f(T)$ . Оказалось, что каждую из кривых  $R_0=f(T)$  и  $R_s=f(T)$  можно с погрешностью  $\sim 3\%$  описать двумя уравнениями: в первой области ( $100K < T < T_i^*$ ) обе зависимости достаточно хорошо задаются уравнением вида  $R_0, R_s = A - BT^{3/2}$ , во второй области ( $T^* < T \leq T_c$ ) уравнением  $nR_0, R_s = (a - bT)^n$ . Для температурной зависимости  $R_0$  во второй области  $n=1/4$ , а для  $R_s(T)$  в этой области  $n=1/2$ . Значения соответствующих коэффициентов  $A_i, B_i, a_i$  и  $b_i$  приведены в таблицах 1 и 2.

**Таблица 1.**

Значения коэффициентов  $A_i$  и  $B_i$  в уравнении  $R_0, R_s = A_i - B_i T^{3/2}$  в низко-температурном интервале, для разных состав системы  $Co_{0,7}Cu_{0,3}Cr_2S_{4-x}Se_x$

X	Из $R_0 = A - BT^{3/2}$		Из $R_s = A - BT^{3/2}$		Интервал Температуры К
	$A \cdot 10^2$	$B \cdot 10^6$	A	$B10^5$	
0	14,57	4,60	2,380	21,04	100÷250
0,2	11,94	10,97	0,456	6,00	100÷240
0,25	4,70	1,62	0,350	4,324	100÷220
0,5	2,51	2,14	0,116	1,380	100÷230

**Таблица 2.**

Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  в зависимостях  $R_0 = (a_1 - b_1 T)^{1/4}$  и  $R_s = (a_2 - b_2 T)^{1/2}$  в интервале  $T_i^* \leq T \leq T_c$  для разных состав из системы  $Co_{0,7}Cu_{0,3}Cr_2S_{4-x}Se_x$

X	Из $R_0 = (a_1 - b_1 T)^{1/4}$		Из $R_s = (a_2 - b_2 T)^{1/2}$		Интервал Температуры К
	$a \cdot 10^8$	$b \cdot 10^8$	a	$b10^5$	
0	10115	288,90	6,7960	1925,210	200÷353
0,2	19397,20	67,59	1,0620	356,410	240÷298
0,25	1306,79	4,634	0,1590	54,857	220÷290
0,5	77,50	0,279	0,0312	11,210	230÷276

Экспериментальные значения  $R_0$  и  $R_s$  в низкотемпературной области в координатах  $R_0, R_s=f(T^{3/2})$  приведены на рис.3. Видно, что вплоть до



температур  $\sim 220\text{K}$  экспериментальные значения хорошо укладываются на прямую  $R_0, R_s = A_i - B_i T^{3/2}$

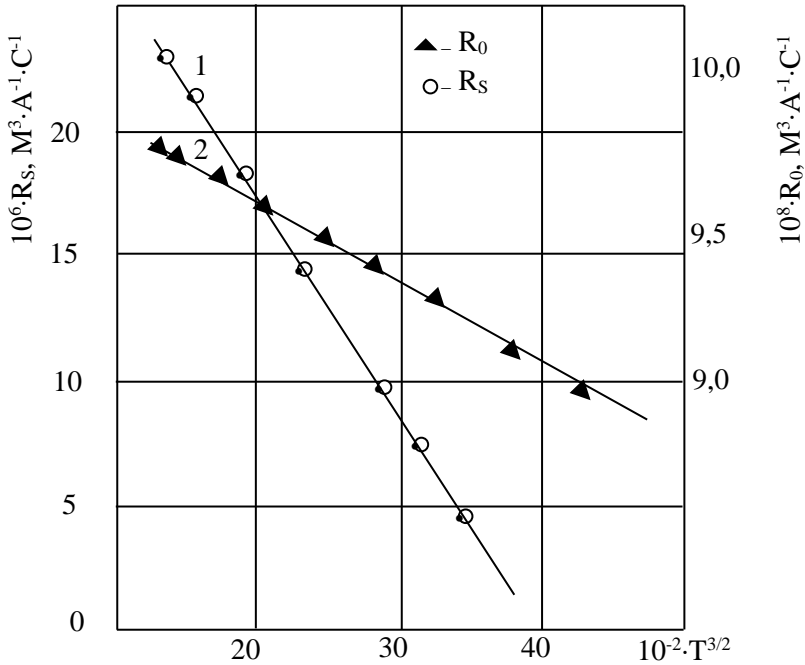


Рис.3. Зависимости  $R_0, R_s = f(T^{3/2})$  для состава  $X=0,20$

На этих рисунках прямые линии соответствуют, вычисленным на ЭВМ по выше описанной методике, значениям  $R_0$  и  $R_s$ .

Аналитические выражения, установленные нами для температурной зависимости коэффициентов  $R_0$  и  $R_s$  в высокотемпературной области, также удовлетворительно описывают экспериментальные данные. Изложенные экспериментальные закономерности, в целом не согласуются с выводами соответствующих теорий. Гальваномагнитные эффекты в магнитных полупроводниках, особенно в хромовых халькошпинелях с несколькими магнитоактивными ионами, в литературе изучены слабо.

Коротко рассмотрим основные положения теории эффекта Холла в магнитных полупроводниках.

Теория эффекта Холла в магнитных полупроводниках развита рядом авторов и их результаты, отчасти противоречивы [4; 5].

Природа нормального эффекта Холла в МП в обычных (немагнитных) полупроводниках аналогичны и к настоящему времени хорошо разработана. Согласно общепринятой теории нормальный эффект обусловлен влиянием внешнего магнитного поля на состояние

токоносителей. В магнитных полупроводниках эффект Холла должен существовать и при отсутствии внешнего поля. Среднее поле, действующее на носитель в среде, равно магнитной индукции  $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$ . Ту часть холловского потенциала, которая пропорциональна индукции  $\vec{B}$ , в магнитных материалах называют нормальным эффектом Холла. Поскольку реальное поле, действующее на электрон (дырки), отлично от среднего магнитного поля  $\vec{B}$ , появляется дополнительный вклад в холловский потенциал. Этот дополнительный потенциал называется аномальным эффектом Холла.

В настоящее время существуют две интерпретации температурной зависимости аномального коэффициента Холла в ферромагнетиках, согласно одной из которых  $R_s$  связан с электросопротивлением  $R_s(T) \sim \rho^n$  ( $\rho$  – электросопротивление,  $n = 1, 2$ ) [3], а другой – с квадратом на магничности  $R_s(T) \sim M_s^2(T)$  ( $M_s$  – спонтанная намагничность) [5], [2]. С учетом отличия в статистике носителей тока в металлах и полупроводниках, авторы [4] разработали теорию спонтанного Холл эффекта в ферромагнитных полупроводниках. При этом были рассмотрены случаи рассеивания на примесях и на фононах, в предположении справедливости обычной теории переноса (достаточно большая длина свободного пробега носителей тока). Согласно [4] аномальный коэффициент Холла определяется выражением

$$R_s = -A \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \left( \frac{m^*}{m_0} \right)^{-1} \cdot \rho \sim \rho \quad (3)$$

где  $\mu$  – подвижность носителей

Величина  $A$  практически не зависит от температуры (по сравнению с температурной зависимостью  $\rho$ ). Поэтому температурная зависимость, в основном, будет определяться температурной зависимостью удельного сопротивления  $\rho$ . В нашем случае в температурной области  $T < T_c$ , где исследован эффект Холла и определен аномальный коэффициент  $R_s$ , с увеличением температуры  $R_s$  уменьшается, а  $\rho$  растет, что не соответствует выводам теории Абельского – Ирхина. [4]

По-видимому, это несоответствие наших результатов с теорией, прежде всего, связано с вырожденностью наших материалов при  $T < T_c$ .

Согласно нашим электрическим измерениям система  $\text{Co}_{0,7}\text{Cu}_{0,3}\text{Cr}_2\text{S}_4$ - $\text{Se}_x$  в ферромагнитной области является вырожденным полупроводником.

В принципе вырождение может наступить из-за большой степени легирования, или благодаря расщеплению энергетических зон (или уровней), а также совместным действием обоих указанных факторов. В случае сильного легирования в аномальный эффект Холла значительный вклад могут вносить пространственные флуктуации электростатического потенциала дефектов, вызванные хаотичностью их распределения. Однако, из-за незнания детального хода потенциала кристаллической решетки и структуры энергетических зон в настоящее время эта задача теоретически не решена.

Поскольку система  $\text{Co}_{0,7}\text{Cu}_{0,3}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  при  $T < T_c$  является вырожденным полупроводником и обладает металлическим ходом проводимости, для анализа результатов по эффекту Холла в принципе можно пользоваться и соответствующей теорией для ферромагнитного металла. Наличие спонтанного поля Холла в ферро- и ферримагнитных металлах объясняется современной теорией, тем что в них, наряду с рассеянием носителей тока на примесях, дефектах и тепловых колебаниях решетки, имеет место рассеяние на неоднородностях магнитной спиновой системы. Такое рассеяние приводит к возникновению поля Холла, пропорционального спонтанной намагниченности. Экспериментально установлено, что в металлических ферромагнетиках спонтанный коэффициент Холла  $R_s$  линейно зависит от квадрата спонтанной намагниченности. Температурный ход  $R_s$  в нашем случае наводит на мысль о линейной зависимости спонтанного коэффициента  $R_s$  от намагниченности. Анализ литературы показывает, что температурная зависимость намагниченности ферромагнитных веществ в низкотемпературной области и вблизи  $T_c$  имеет такой же вид, что и аналогичные зависимости, установленные нами для  $R_s$ .

### **Заключение**

В ферримагнитной области в системе  $\text{Co}_{0,7}\text{Cu}_{0,3}\text{Cr}_2\text{S}_{4-x}\text{Se}_x$  аномальный эффект Холла значительно больше, чем нормальный. С ростом температуры аномальный ( $R_s$ ) и нормальный ( $R_0$ ) коэффициенты уменьшаются по схожим закономерностям: в низкотемпературной области по закону  $R_0, R_s = A - BT^{3/2}$ , а в районе точки Кюри  $R_0, R_s = (a - bT)^n$ . Сопоставление с выводами соответствующих теорий свидетельствует об определяющей роли намагниченности и флуктуации магнитного порядка в возникновении аномального эффекта Холла.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Никифоров К.Г.* Многокомпонентные магнитные полупроводники. Калуга, 2000, 276 с.
2. *Эйвазов Э.А., Сафаров А.Ф., Пашабекова У.С.* Парамагнитная восприимчивость  $\text{Co}_{1-y}\text{Cu}_y\text{Cr}_2\text{S}_4$  // Изв. АН СССР, Неорг. материалы, 1978, т.14, №10, с.1922-24
3. *Вонсовский С.В.* Магнетизм. М.: Наука, 1971, 1032 с.
4. *Абельский С.Ш., Ирхин Ю.П.* К теории спонтанного холл-эффекта в ферромагнитных полупроводниках. ЖЭТФД 963, т. 44, вып.1, с. 230-234
5. *Нагаев Э.А., Соколова Э.Б.* Коллективный магнитоэкситонный переход под действием света в полосе прозрачности кристалла. ФТТ, 1977, в. 3, с.732-737
6. *Боков В.А.* Физика магнетиков. Санкт-Петербург, 2002, 270 с.

UOT 547.718:621.892

*N.Ə.Əkbərov, L.F.Zeynalova*  
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*  
*adpu-kimya@mail.ru, zlali@inbox.ru*

## TIIRAN VƏ TIETANLARIN BƏZİ FUNKSIONALƏVƏZLİ TÖRƏMƏLƏRİNİN SİNTEZİ, XASSƏLƏRİ VƏ TƏTBİQİ

*Açar sözlər:* tiiran, tietan, 1,2-epitio-3-xlor propan, dialkilditiokarbamat, tetrametilen silan, 3- tietanil-N,N - dietilditiokarbamat, transmissiya yağı

Sürtgü yağları üçün yeyilməyə və siyrlməyə qarşı daha effektiv yen tip aşqarlar sintez etmək məqsədi ilə 1,2-epitio-3-xlorpropanın (ETXP-nın) tərkibində eyni vaxtda həm kükürd həm də azot atomları saxlayan dialkilditiokarbamatlarla reaksiyası tədqiq edilmişdir. ETEXP-nın dialkilditiokarbamatlarla reaksiyası müxtəlif şəraitdə – protonlu və aprotonlu həlledicilər mühitində öyrənilmişdir. Aparılan elmi-tədqiqat nəticəsində məlum olmuşdur ki, əgər ETEXP-nın natrium-dietilditiokarbamatla reaksiyası quru benzolda (susuz şəraitdə) 60-70°C temperaturda 3 saat müddətində aparılarsa, reaksiya məhsulu yalnız müvafiq tiiranlardan – üçüzlü heterotsiklik kükürdüzvi birləşmələrindən ibarət olur. Bu reaksiya göstərilən şəraitdə su mühitində aparılarsa, tiiran-tietanın yenidən qruplaşması (və ya izomerləşməsi) baş verir və nəticədə, müvafiq tiiran-tietan qarışığı alınır.

Sintez edilən dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietanların (1-4)MS-20 transmissiya yağının siyrlmə və yeyilmə xassələrinə təsiri sınaqdan keçirilmişdir. Aparılan tədqiqatlar nəticəsində məlum olmuşdur ki, dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietan törəmələri də sürtgü yağlarının siyrlmə və yeyilmə xassələrinə əsaslı dərəcədə təsir edir. Tiiranlarda yağlayıcı xassə daşıyan fraqment üçüzlü tiiran həlqəsi, tietanlarda isə dördüzlü tietan heterotsiklidir.

*H.A.Акберов, Л.Ф.Зейналова*

## СИНТЕЗ, СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТИИРАНОВ И ТИЭТАНОВ

*Ключевые слова:* тииран, тиетан, 1,2- эпитио-3-хлорпропан, диалкилдитиокарбамат, тетраметиленсилан, 3-тиетанил-N,N-диетилдитиокарбамат, трансмиссионное масло

Для синтеза более эффективных противоизносных и противозадирных присадков к смазочным маслам была исследована реакция 1,2- эпитио-3 хлор пропана (ETXP) с диалкилдитиокарбаматами, одновременно имеющих атомы серы и азота. Реакция 1,2- эпитио-3 хлор пропана с диалкилдитиокарбаматами изучалась в различных средах с протонными и апротонными растворителями. В результате проведенного научного исследования было известно, что если реакция ETEXP-на с диетилдитиокарбаматами проводится в сухом бензоле (в

безводной среде) при температуре 60-70<sup>0</sup>С в течение 3 часов продукт реакции состоит только из соответствующих тиранов-триплетных гетероциклических сераорганических соединениях. Если эта реакция проводится в водной среде, происходит перегруппировка тиран-тиэтана и в результате получается соответствующая смесь тиран-тиэтана. Было протестировано влияние синтезированного диэтилдитиокарбамата замещенного тиран и тиэтана на свойства вырождения и разложения трансмиссионного масла.

В результате проведенных исследований было известно, что диэтилдитиокарбамат замещенные производные тиран и тиэтана также оказывают значительное влияние на свойства смазочных масел и свойства дегенерации смазочных масел. Фрагмент, несущий смазывающее вещество в тиране, представляет собой тройное кольцо тирана, а в тиэтанах – четвертичное гетероциклтиэтана.

*N.A.Akberov, L.F.Zeynalova*

### **SYNTHESIS, PROPERTIES AND APPLYING OF SOME FUNCTIONAL DERIVATIVES OF TYRANTS AND THIETHANS**

**Keywords:** *thiran, thietan, 1,2-epitio-3-chloropropane, dialkyldithiocarbamate, tetramethylenesilane, 3-thietanyl-N,N-diethyldithiocarbamate, transmission oil*

For the synthesis of more effective anti-wear and extreme pressure additives to lubricating oils, the reaction of 1,2-epitio-3 chloropropane (ETCP) with dialkyldithiocarbamates with sulfur and nitrogen atoms was studied. The reaction of 1,2-epithio-3 chloropropane with result of the scientific study, it was known that if the reaction of ECPA with diethyldithiocarbamate is carried out in dry benzene (in an anhydrous medium) at a temperature of 60-700C for 3 hours, the reaction product consists only of the corresponding thiranes, triplet hetero-cyclic organic-sulfur compounds. If this reaction was carried out in an aqueous medium, the thiran-ethane is rearranged and the result is a corresponding mixture of thiran-ethan. The effect of the synthesized diethyldithiocarbamate substituted thirane and ethane on the properties of the degeneration and decomposition of gear oil was tested.

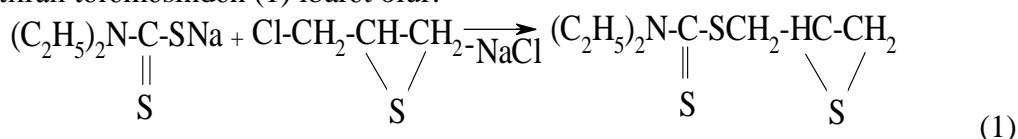
As a result of the research, it was known that diethyl dithiocarbamate substituted derivatives of tiirane and ethane also have a significant impact on the properties of lubricating oils and degeneration properties of lubricating oils. The fragment bearing the lubricant in tiirane is a triple ring of tirane, and in ethanakh is a quaternary heterocycle of ethane.

Sürtkü yağları üçün daha effektiv aşqarlar sintez etmək sahəsində aparılan elmi işlərin /1-6/ məntiqi davamı olaraq 1,2-epitio-3-xlorpropanın (ETXP) tərkibində kükürd saxlayan müxtəlif nukleofil reagentlərlə reaksiyaları daha çox məqsədaüygündür. Belə ki, ETXP-nın nukleofil reagentlərlə reaksiyaları zamanı şəraitdən asılı olaraq tiiran və ya tietan törəmələri – uyğun olaraq üç- və ya dördüzvlü heterotsikik kükürdüzvi birləşmələr alınır [2]. İlk

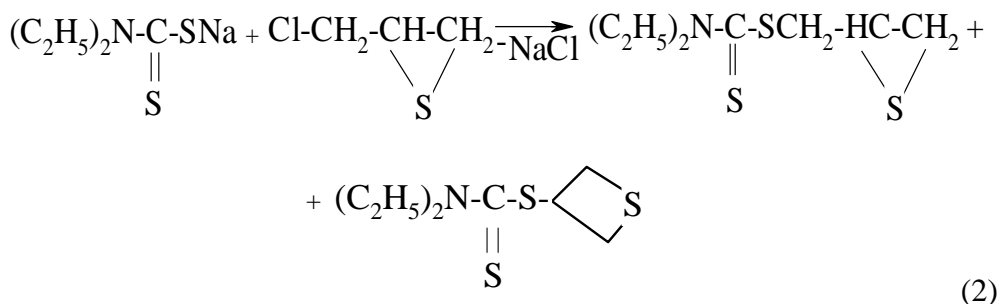
dəfə AMEA Aşqarlar Kimyası İnstitutunda aparılan elmi-tədqiqat işləri nəticəsində məlum olmuşdur ki, tiiran və tietan törəmələri sürtgü yağlarının yeyilməyə və siyirməyə qarşı davamlılığını xeyli artırır [3]. Digər tərəfdən, son illər bu məqsəd üçün dialkilditiokarbamat törəmələrindən də geniş istifadə edilir [10].

Yuxarıda deyilənləri nəzərə alsaq, sürtgü yağları üçün yeyilməyə və siyirməyə qarşı daha effektiv yeni tip aşqarlar sintez etmək məqsədi ilə ETXP-nın tərkibində eyni vaxtda həm kükürd, həm də azot atomları saxlayan dialkilditiokarbamatlarla reaksiyası nəzəri və praktik əhəmiyyət kəsb edir.

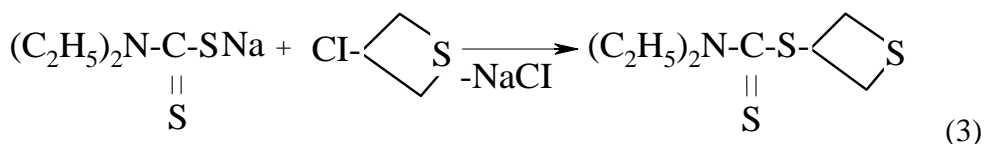
ETXP-nın dialkilditiokarbamatlarla reaksiyası müxtəlif şəraitdə – protonlu və aprotonlu həlledicilər mühitində öyrənilmişdir. Aparılan elmi tədqiqatlar nəticəsində məlum olmuşdur ki, əgər ETXP-nin natrium-dietilditiokarbamatla reaksiyası quru benzolda (susuz şəraitdə) 60-70<sup>0</sup> C temperaturda 3 saat müddətində aparılırsa, reaksiya məhsulu yalnız müvafiq tiiran törəməsindən (1) ibarət olur:



Bu reaksiya göstərilən şəraitdə su mühitində aparılırsa, tiiran-tietan yenidən qruplaşması (və ya izomerləşməci) baş verir və nəticədə müvafiq tiiran-tietan qarışığı (2) alınır:



Reaksiya qarışığında tietan törəməsinin alınması qarşılıqlı sintez yolu ilə də sübut olunmuşdur. Bu məqsədlə natrium-dietilditiokarbamatla 3-xortietanın reaksiyası 80-90<sup>0</sup> C-də 5 saat müddətində su mühitində aparılmış və nəticədə, yalnız 3-tietanil-N,N-dietilditiokarbamat (3) alınmışdır:



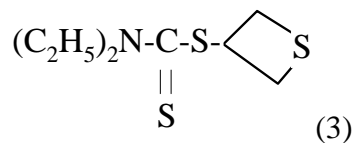
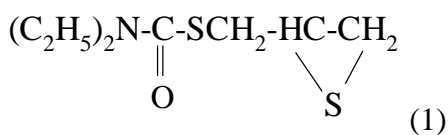
Qeyd etmək lazımdır ki, ETXP-nin natrium-dietilditiokarbamatla reaksiyası nəticəsində alınan müvafiq tiiran-tietan qarışığını vakuum distilləsi ilə ayırmaq mümkün deyil. Ona görə də reaksiya qarışığının tərkibi əvvəlcə narın qaz, sonra isə qaz-maye xromatoqrafiyası metodu ilə tədqiq edilmişdir. Reaksiya qarışığının tərkibini narın qaz xromatoqrafiyası metodu ilə tədqiq etdikdə (elyüent kimi –  $V_{\text{heksan}}:V_{\text{etanol}} = 5:1$  sistemindən istifadə edilmişdir), iki ləkənin alınması müşahidə edilir. Bu da bir daha sübut edir ki, reaksiya məhsulu iki maddənin qarışığından ibarətdir.

Sintez edilmiş 3-əvəzli tietanların və tiiranların (1,3) təmizliyi «Svet-4» buxarfazalı xromatoqrafiya cihazında təyin edilmişdir. Analizin şəraiti aşağıdakı kimidir: bərk daşıyıcı kimi dənəciklərinin ölçüsü 0,5-0,25 mm olan 5%-lipolifenil efiri (Xromaton N-AW), ölçüləri  $200 \times 0,3$  sm olan kolonkanın temperaturu  $160^\circ\text{C}$ , qazdaşıyıcısı – su buxarı, su buxarının təzyiqi  $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0,1 - 0,15 \text{ kq/sm}^2$ , verilən nümunənin miqdarı  $v = 0,1 \text{ mql}$ , dartılıb nazıqləşdirmənin sürəti  $V = 240 \text{ mm/s}$ .

Narın təbəqəli xromatoqrafiya (NTX) Sulifol UV-254 plastinkasında aparılmışdır. Elyüent kimi etilsprirtinheksanillə 1:5 nisbətindəki qarışığı götürülmüşdür.

Yod buxarları ilə plastinkanı aydınlaşdırdıqda, həmişə 3-əvəzli tietanlar və tiiranlar üçün birləşmə alınır. Lakin ETXH-in dietilditiokarbamatlarla su mühitində aparılan reaksiyasında əmələ gələn məhsulların narın təbəqəli xromatoqrafiyasında iki ləkə aydınlaşır.

Reaksiya qarışığının tərkibini gaz-maye xromatoqrafiyası metodu ilə analiz etdikdə məlum olur ki, qarışığın kütləcə 69%-ni tiiran törəməsi (1), qalan hissəsini isə tietan törəməsi (3) təşkil edir.



Reaksiya qarışığından tiiran və tietan törəmələrini absorbsiya xromatoqrafiyası üsulu ilə ayırmaq mümkün olur. Birləşmələri ayırmaq üçün uzunluğu 120 sm, diametri 2,5 sm olan və bir tərəfində fraksiyalari bir-birindən ayırmaq üçün kranı olan kolonkadan istifadə edilmişdir. Absorbent kimi alüminium-oksit götürülmüşdür. Absorbentin kolonkaya doldurulması aşağıdakı qaydada aparılır: əvvəlcə silikagelin heksanillə suspenziyası kranı açıq olan kolonkaya hissə-hissə əlavə edilir. Kolonka dolduqdan sonra reaksiya qarışığı pipetka vasitəsilə ora əlavə edilir. Reaksiya qarışığının ayrı-ayrı komponentlərə ayrılması məqsədilə elyüentdən istifadə edilir. Komponentləri ayırmaq üçün 70-dən 100 ml-ə qədər ayrılmış fraksiya yığılır. Təbii ki, əvvəlcə,



narın təbəqəli xromatoqrafiya ilə hər bir ayrılan birləşmənin fərqliliyi yoxlanılır. Sonra isə yığılmış fraksiya su nasosunda həll edilmədən azad olmaq üçün qovulur. Qalıq isə spektroskopik üsullarla tədqiq edilir.

Təmizlənmiş tiiran və tietan törəmələrinin fiziki-kimyəvi sabitləri cədvəl 1-də verilmişdir.

Cədvəl 1. Dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietan törəmələrinin fiziki-kimyəvi sabitləri

Birləşmənin №-si	Çıxım, %	$n_D^{20}$	Təyin edilmişdir, %				Empirik formulu	Hesablanmışdır, %			
			C	H	N	S		C	H	N	S
1	69	1,6015	43,21	6,99	6,57	43,63	$C_8H_{15}NS_3$	43,4	6,83	6,33	43,44
2	76	1,6146	43,68	6,65	6,21	43,25	$C_8H_{15}NS_3$	43,4	6,83	6,33	43,44
3	85	1,6107	43,31	6,73	6,47	43,72	$C_8H_{15}NS_3$	43,4	6,83	6,33	43,44

Sintez edilmiş birləşmələrin İQ spektrlərinin çəkilməsində «Spesorz-75 IR» spektrofotometr cihazından istifadə edilmişdir. Spektrlər maye təbəqəsində və ya vazelin yağında həll edilməklə, *KBr*, *NaCl* və *LiF* prizmalarından istifadə etməklə,  $3700-700\text{ sm}^{-1}$  sahəsində çəkilmişdir.

PMR spektrləri tezliyi 60 MQs olan «VarianT-60» spektrofotometrində çəkilmişdir. Daxili standart vasitəsi kimi tetrametilsilandan (TMS) istifadə edilmişdir. Həllədiçi olaraq karbon 4-xloriddən istifadə edilərək  $\delta$  şkalasında  $\pm 0,03$  m.h. dəqiqliyi ilə ölçmə aparılmışdır.

S-(1,2-Epitiopropil)-N,N-dietilditiokarbamatın (1) İQ spektrində  $1550\text{ sm}^{-1}$  zolağı C=S rabitəsinin valent rəqslərini xarakterizə edir.  $665\text{ sm}^{-1}$  intensiv zolağı isə üçüzlü tiiran həlqəsində yerləşən C-S rabitəsinin valent rəqslərinin olduğunu sübut edir.  $1230\text{ sm}^{-1}$  zolağı isə C-N rabitəsinin valent rəqslərinə uyğun gəlir. Bu tiiranın PMR spektrində  $(C_2H_5)_2N$  fraqmentində iki metil qruplarında olan protonların siqnalı triplet halında 1,1-1,35 m.h. sahəsində müşahidə edilir.

$HC\text{---}CH_2$  fraqmentindəki metilen qrupunda olan iki protonun siqnalı iki dublet

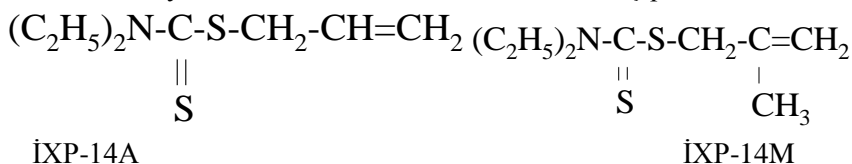
halında 2,45 və 2,60 m.h.sahəsində aşkar olunur. 3,60-4,75 m.h. sahəsində müşahidə edilən multiplet C—S—CH<sub>2</sub> və N(CH<sub>2</sub>)<sub>2</sub> qruplarında yerləşən üç metilenin və tiiran həlqəsindəki metil protonu S siqallarının bir-birinin üzərinə düşməsini göstərir.

3-Tietanil-N,N-dietilditiokarbamatın (3) İQ spektri uyğun tiiranın (1) İQ spektrinə oxşayır. Lakin ondan fərqli olaraq,  $720$  və  $1440\text{ sm}^{-1}$  sahədə intensiv zolaqlar müşahidə edilir. Bu da dördüzlü tietan həlqəsindəki C—S rabitəsinin valent rəqslərinin

olduğunu sübut edir.

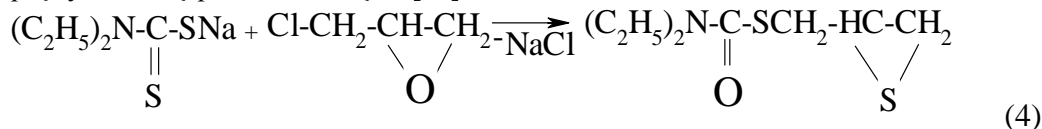
3-Tietanil-N,N-dietilditiokarbamatın (3) PMR spektrində ən qvvətli sahədə – 1,1-1,40 m.h. (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>)<sub>2</sub>N fraqmentində olan iki metil qruplarındakı altı protonun siqnalı triplet halında müşahidə edilir. Amin hissəsindəki iki metilen və tietan həlqəsindəki ekvivalent iki metilen qrupundakı səkkiz protona məxsus olan siqnallar multiplet halında 3,1-3,7 m.h. sahəsində aşkar olunur. Ən zəif sahədə 5,4-5,9 m.h. kvintet halında müşahidə olunan siqnal isə tietan həlqəsindəki yeganə metin protonunun olduğunu təsdiq edir.

Ədəbiyyatdan [10] məlumdur ki, natrium-dietilditiokarbamatla allil- və ya metallilxloridin reaksiyaları əsasında İXP-14A və İXP-14M aşqarları sintez edilmişdir:



İXP-14A aşqarları əsasında TAD-17 İXP transmissiya yağı hazırlanmış və “Jiquli” markalı minik maşınlarının ötürücülərində istifadə edilmişdir. Hal-hazırda TAD-17 İXP transmissiya yağı Rusiyanın Yaroslavl şəhərində sənaye miqyasında istehsal edilir və bir çox maşın və mexanizmlərdə yağlayıcı kimi tətbiq edilir [4].

İlk dəfə AMEA Aşqarlar Kimyası İnstitutunun əməkdaşları natrium-dietilditiokarbamatla 1,2-epi-3-xlorpropanın reaksiyasından 42% çıxımla siyirməyə qarşı yeni bir aşqar sintez etmişlər [11]:

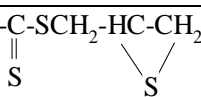
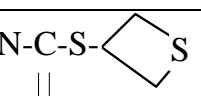
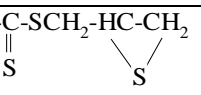
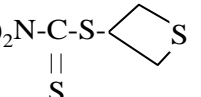
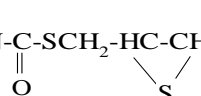


Lakin sintez edilən bu birləşmə (4) transmissiya yağlarının yalnız siyirmə xassələrini yaxşılaşdırır. Ümumiyyətlə, molekulunda dialkilditiokarbamat fraqmenti olan əksər aşqarlar transmissiya yağlarının yalnız siyirmə xassələrini yaxşılaşdırır. Hətta İXP-14A və İXP-14M kimi aşqarlar əsasında transmissiya yağları hazırlanarkən yağə mütləq yeyilmə xassələrini yaxşılaşdıran aşqarlar, məsələn, DF-11 aşqarı əlavə edilir.

Aparılan elmi-tədqiqatların məntiqi davamı olaraq eyni bir molekulda dietilditiokarbamat fraqmenti ilə yanaşı, transmissiya yağlarının siyirmə və yeyilmə xassələrinə əhəmiyyətli dərəcədə təsir edə bilən tiiran və tietan kimi funksional qrupların da olması bu sahədə olan məlumatları daha da zənginləşdirmiş olardı.

Bu məqsədlə sintez edilən dietilditiokarbamatəvzəli tiiran və tietanın (1-4) MS-20 transmissiya yağının siyirmə və yeyilmə xassələrinə təsiri sınaqdan keçirilmişdir. Aparılan sınaqların nəticələri cədvəl 2-də verilmişdir. Tədqiq olunan maddələrin quruluşu ilə onların funksional xassələri arasındakı əlaqəni məyyən etmək və həmçinin, aşqarın qatılığının onun effektivliyinə təsirini öyrənmək üçün sınaq nümunələri hər 100 qram MS-20 transmissiya yağına 0,025 və 0,034 mol aşqar (aşqarın yağda təxminən 5-7%-li məhlulu) nisbətində hazırlanmışdır.

Cədvəl 2. Dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietanın (1-4) MS-20 transmissiya yağının siyirlmə və yeyilmə xassələrinə təsiri

Birləşmənin №-si	Birləşmənin formulu	Aşqarın qatılığı (mol/100 q MS yağı və ya %-lə qatılıq)	İs	P <sub>B</sub> , N	P <sub>Ə</sub> , N	D <sub>i</sub> , mm
1	$(C_2H_5)_2N-C-SCH_2-CH_2-CH_2$ 	0,025; 5,53 0,034; 7,51	80 85	1382 1410	4381 4381	0,71 0,75
3	$(C_2H_5)_2N-C-S-$ 	0,025; 5,53 0,034; 7,51	66 69	1145 1234	3097 3479	0,52 0,58
2	$(C_2H_5)_2N-C-SCH_2-CH_2-CH_2$  $+ (C_2H_5)_2N-C-S-$ 	0,025; 5,53 0,034; 7,51	65 72	1234 1234	3479 4381	0,60 0,64
4	$(C_2H_5)_2N-C-SCH_2-CH_2-CH_2$ 	0,025; 5,13 0,034; 7,00	79 83	1382 1382	4381 4381	0,68 0,71
	Anqlamol-99	6,50	60	1392	3900	0,38
	İXP-14A	5,50	65	1098	4380	0,80
	MS-20 yağı (aşqarsız)	-	31	744	1558	0,77

Cədvəl 2-dən göründüyü kimi, S-(1,2-epitiopropil)-N,N-dietiltiokarbamatın (4) MS-20 yağındakı 5,13%-li (0,025 mol/100q yağ) məhluluna uyğun nümunənin siyirlmə xassələri bu yağın özünün siyirlmə xassələrindən qat-qat (2,5 dəfədən artıq) yüksəkdir - İ<sub>s</sub> =79, P<sub>B</sub> =1382 N, P<sub>Ə</sub> =4381 N. Lakin bu aşqar yeyilmə xassələrinə az təsir edir. Nəzərdən keçirilən bu birləşmədə karbonil qrupunu tion qrupu ilə əvəz etdikdə yağlayıcı xassələr az dəyişir.

Qeyd etmək lazımdır ki, 3-Tietanil-N,N-dietilditiokarbamatın (3) siyirlmə xassələri uyğun S-(1,2-epitiopropil)-N,N-dietiltiokarbamatın (4) siyirlmə xassələrindən xeyli aşağı (İ<sub>s</sub> =66, P<sub>B</sub> =1145 N, P<sub>Ə</sub> =3097 N), yeyilmə xassələri isə xeyli yüksəkdir (D<sub>i</sub>=0,52 mm). Bu hal digər funksionaləvəzli tiiran və uyğun tietanlarda da müşahidə edilir.

Dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietan qarışığının (2) siyirlmə xassələri (İ<sub>s</sub> =65, P<sub>B</sub> =1234 N, P<sub>Ə</sub> =3479 N) müvafiq tiirandan (1) geri gəlir. Lakin uyğun tietanın (3) siyirlmə xassələrindən xeyli yüksək olub, "Anqlomol-99" ilə bir səviyyədə durur.

Beləliklə, aparılan tədqiqatlar nəticəsində məlum olur ki, dietilditiokarbamatəvəzli tiiran və tietan törəmələri də sürtgü yağlarının siyirmə və yeyilmə xassələrinə əsaslı dərəcədə təsir edir. Tiiran birləşmələrində yağlayıcı xassə daşıyan fraqment üçüzlü tiiran həlqəsi, tietan birləşmələrində isə dördüzlü tietan heterotsiklidir.

## ƏDƏBİYYAT

1. *Акперов Н.А.* Синтез и исследование смазывающих свойств различных функционально замещённых тиранов // Нефтепереработка и нефтехимия. 2005, №9, с.25-29
2. *Акперов Н.А.* Синтез и применение различных функционально-замещённых тиранов и тиэтанов // Процессы нефтехимии и нефтепереработки. 2005, №3 (22), с.35-51
3. *Allahverdiyev M.Ə., Fərzəliyev V.M., Əkbərov N.Ə., Mustafayev K.N.* Azərbaycan patenti i.2000 0260, Transmissiya yağına siyirmə aşqarı
4. *Аллахвердиев М.А., Фарзалиев В.М., Халилова А.З.* О реакции эписхлоргидрина с диэтилдитиокарбаматом натрия // Ж.Ор.Х., 1984, Т.20, с.350-1351
5. *Allakhverdiyev M.A., Farzaliyev V.M., Shirinova N.A., Akperov N.A., Mustafayev K.N., Babayev S.S.* Thiranes and thietanes new effective additives to transmission oils // Azerbaijan Chemical Journal, 2000, №1, pp.26-29
6. *Əkbərov N.Ə.* Tiiran və tietanların bəzi törəmələrinin sntezi və onların antimikrob xassələrinin tədqiqi // Kimya problemləri, 2005, №5, s.136-140
7. *Фарзалиев В.М., Аллахвердиев М.А., Акперов Н.А., Бабаев С.С.* Антиокислительная активность тиранов и тиэтанов в реакциях ингибированного окисления кумола // Нефтехимия, 1995, Т.35, №2, с.136-140
8. *Фарзалиев В. М., Аллахвердиев М. А., Акперов Н. А., Лукша В.Б., Кулиев М.Г.* Антиокислительные свойства некоторых производных тиэтанов и тиранов // Нефтехимия, 1990, Т.30, №5, с.706-711
9. *Фарзалиев В.М., Аллахвердиев М.А., Акперов Н.А.* Серосодержащие гетероциклические соединения в качестве противозадирных и противоизносных присадок к смазочным маслам / Тез. докл. IV Московской научно-техн. конференции по триботехнике-машиностроению. М., 1989, с.68
10. *Кулиев А.М.* Химия технологии присадок к маслам и топливам. Л.: Химия, 1985, 312 с.
11. *Кулиев А.М., Гасанзаде Г.Р., Намазов И.И., Алиева Р.Г., Агасиев Р.А., Расулова М.А., Мустафаев И.П.* и др. (не подлежит опубликованию в открытой печати), А.С.52533 26 (СССР) Трансмиссионное масло.

*UOT 663.26*

*İ.Ə.Ələsgərov, N.M.Bədəlova, A.A.Rəhimova, Ə.B.Bayramova, İ.İ.Həsənova*  
*AMEA Gəncə Bölməsi*  
*elesgerov.55@mail.ru*

## **ALTERNATİV ENERJİ MƏNBƏYİ KİMİ AQROSƏNAYE TULLANTILARININ TƏDQIQI**

*Açar sözlər:* üzüm cecəsi, bioqaz, sellüloza, nişasta, zülal, liqnin, metan, sönmüş əhəng

Məqalədə şərab sənayesinin tullantısından bioqazın alınması üsulundan danışılır. Tədqiqat nəticəsində təyin edilmişdir ki, üzümün ilkin işləməsindən sonra əmələ gələn tullantılara müəyyən əlavələr etsək, bioqaz almaq mümkündür.

Təmizlədikdən sonra alınan bioqazı müəssisələrin isidilməsi üçün istifadə etmək olar. Nəticədə, müəyyən edilmişdir ki, zərərli sənaye tullantıları üçün əlverişli şəraitin yaradılması və az tullantılı elmi-texnoloji proseslərin istehsalına şərait yaratmaq mümkündür.

*И.А.Алескеров, Н.М.Бадалова, А.А.Рагимова, А.Б.Байрамова, И.И.Гасанова*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ АГРОПРОМЫШЛЕННЫХ ОТХОДОВ КАК ИСТОЧНИК АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ЭНЕРГИИ**

*Ключевые слова:* выжимки винограда, биогаз, целлюлоза, крахмал, белок, лигнин, метан, гашённая известь

В данной статье исследовано получение биогаза из отходов винодельческой промышленности. В результате исследований было определено, что добавив некоторые компоненты к отходам, полученным после первичной обработки винограда, можно получить биогаз.

После очищения полученный биогаз может быть использован в целях обеспечения предприятия топливом. В результате установлено, что создание благополучной среды для вредных производственных отходов на окружающую среду и производства малоотходных научно-технологических процессов допустимо.

***İ.A.Aleskerov, N.M.Badalova, A.A.Rahimova, A.B.Bayramova, İ.İ.Gasanova***

## **THE INVESTIGATION OF AGROINDUSTRIAL OUTPUTS AS AN ALTERNATIVE ENERGY SOURCE**

**Keywords:** *pressing of grape seeds, biogas, cellulose, starch, protein, lignin, metan, slaked lime*

This article deals with the research of obtaining biogas from waste wine industry. As a result it was determined that it is possible to obtain biogas by adding some of the components to the waste obtained after primary processing of grapes.

After refreshing of biogas could be use for demands for energy sources. In this conclusion it is possible of formation of useful environment for solving of problem production of ungarbage scientific-technologic processes.

Məlumdur ki, neft məhsulları yanacaq kimi xalq təsərrüfatının bütün sahələrində geniş istifadə olunur. XX əsrin sonlarından başlayaraq xam neft mənbələrində istehsal həcmnin azalması, daha çətin şəraitdə çıxarılan neftin maya dəyərinin baha başa gəlməsi problemləri, alternativ enerji mənbələri axtarılması zərurətini yaradır.

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti müasir dövrdə dünyanın inkişaf etmiş ölkələrinin həllinə çalışdıqları bu problemlə əlaqədar 2012-2020-ci illər üçün ölkəmizdə alternativ və bərpa olunan enerji mənbələrindən istifadəyə dair Dövlət Strategiyasının hazırlanması haqqında Sərəncam imzalamışdır [1].

Bu sərəncamın tələblərinə uyğun olaraq respublikamızın qərb regionunda qeyri-neft sahələrinin inkişafı üçün çox əlverişli şərait mövcuddur. Xammala qənaət, təbii sərvətlərdən səmərəli istifadə və ətraf mühitin qorunması məqsədi ilə tullantıların zərərsizləşdirilməsi, təkrar emalı, təkrar istifadəsi, həmçinin az tullantılı və ya tullantısız texnologiyaların tətbiqi istiqamətində zəruri işlər görülməli və bu problem tədqiqatçı alimlərimizin daima diqqət mərkəzində olmalıdır.

Təqdim olunan məqalədə bioqaz alınması məqsədilə aqrosənaye tullantılarından alternativ enerji mənbəyi kimi istifadə imkanları tədqiq edilmişdir. Tədqiqat obyektini kimi respublikamızın qərb bölgəsində fəaliyyət göstərən və ətraf mühitə öz zərərli təsirini göstərən və şərab istehsalı zamanı yaranan tullantılar – üzüm cecəsi götürülmüşdür. Elmi araşdırmalara əsasən şərabçılıq sənayesində üzümün ilkin emalı zamanı şərab zavodlarında külli miqdarda üzüm cecəsi – daraqlar, qabıq və toxum alınır [2; 3; 7].

Aşağıdakı cədvəllərdə üzüm cecəsinin üzvi və mineral kimyəvi tərkibi verilmişdir.

**Cədvəl 1**  
**Üzüm cecəsinin kimyəvi tərkibi (%-lə)**

Tərkibi	Daraq	Qabıq	Toxum
Su	55-80	60-80	25-50
Azotlu maddələr	0,2-2,0	0,8-2,0	0,8-1,2
Azotsuz maddələr	2,1	20,0	19,0
Sellüloza	5,0	4,0	28,0
Kül	1-2	0,5-1,0	1,2-2,9
Şəkər	cüzi	cüzi	-
Alma turşusu	0,3	-	-
Çaxır turşusu	cüzi	cüzi	-
Aşı və boyaq maddələri	1,2-5,4	0,5-4,0	2,8
Yağlar	-	0,1	10-24

**Cədvəl 2**  
**Üzüm cecəsinin orta mineral tərkibi (%-lə)**

Tərkib	K <sub>2</sub> O	Na <sub>2</sub> O	CaO	MgO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	CO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Cl	SiO <sub>2</sub>
Qabıq	48	3	16	4	1,5	20	5	0,5	2
Toxum	31	4	34	9	0,5	24	6	0,5	1
Daraq	36	7	13	3	-	9	3	-	-

Tərəfimizdən mövzu ilə əlaqədar ədəbiyyat məlumatları diqqətlə nəzərdən keçirilmiş, təhlil edilmiş və şərabçılıq sənayesi istehsalat tullantıları xammal kimi istifadə edilərək bioqaz alınması tədqiq olunmuşdur. Ədəbiyyatlarda anaerob (havasız) mühitdə sellüloza, nişasta, zülal, yağ, liqnin və taninlərin fermentlərin təsirindən daha sadə üzvi birləşmələrə, onlar da öz növbəsində formiat, asetat və yağ turşusuna, hidrogen və karbon qazına, sonuncuların isə xüsusi mikroorqanizmlərin – *Bacillus cellulosae hydrogenicus* və *Bacillus cellulosae methanicus* fəaliyyəti nəticəsində metan və karbon qazına çevrilməsi prosesi ətraflı verilmişdir [4; 5; 6].

Cədvəl 1 və 2-dən göründüyü kimi, üzüm cecəsinin tərkibindəki daraq, qabıq və toxumun kimyəvi tərkibində bioqaz alınması üçün bütün xammallar – su, azotlu və azotsuz maddələr, sellüloza, yağlar, kül (mineral maddələr), aşı və boyaq maddələri kifayət qədərdir. Üzüm cecəsinə əlavə olaraq çürümüş heyvan və ya quş peyini, sönmüş əhəng, ağac yonqarı və su qatılıqda isə anaerob mühitdə fəaliyyət göstərən mikroorqanizmlər üçün əla qida mühiti yaranır.

Elmi araşdırmalar nəticəsində tərəfimizdən bioqaz alınması üçün aşağıdakı qida tərkibi müəyyən olunmuşdur.

**Cədvəl 3**  
**Bioqaz alınması üçün komponentlərin qida tərkibi**

<b>№</b>	<b>Komponentin adı</b>	<b>Miqdarı</b>
1	Su	1 litr
2	Üzüm cecəsi	600 q
3	Ağac yonqarı	200 q
4	Çürümüş peyin	50 q
5	Sönmüş əhəng	150 q

Komponentlərin miqdarı cədvəl 3-də verilən nisbətdə qarışdırılır və qızcırma prosesini aparmaq üçün xüsusi qabda yerləşdirilir. Metan qazına “qızcırma” prosesi şəraitdən asılı olaraq 15-21 gün müddətinə başa çatır. Alınmış qaz qarışığı xüsusi hazırlanmış məhlulun içərisindən keçirilərək təmizlənilir, metan qazı isə xüsusi qablara yığılır və qaz yanacağı kimi müəssisənin tələbatı üçün istifadə edilir.

Beləliklə, şərabçılıq sənayesinin istehsalat tullantılarının metan “qızcırması” ilə emalı həmin müəssisənin enerji-qaz yanacağına olan tələbatını tam ödəməyə, tədqiqatçı alimlər tərəfindən hazırlanmış az tullantılı elmi-texnoloji proseslərin həyata keçirilməsinə, tullantıların ətraf mühitə zərərli təsiri probleminin həllinə zəmin yaratmış olar.

### ƏDƏBİYYAT

1. *2012-2020-ci illər üçün Azərbaycan Respublikasında alternativ və bərpa olunan enerji mənbələrindən istifadəyə dair Dövlət Strategiyasının hazırlanması haqqında Azərbaycan Respublikası Prezidentinin Sərəncamı*. Bakı şəhəri, 29 dekabr 2011-ci il, [www.president.az](http://www.president.az).
2. *Вторичные Материальные Ресурсы пищевой промышленности*. Справочник. Москва, 1984
3. *Fətəliyev H.* Şərabçılıq. II hissə. Bakı, 1995
4. *Сассон А.* Биотехнология: свершения и надежды. Перевод с английского. Москва, 1987
5. *Реннеберг Р., Реннеберг Н.* От пекарни до биофабрики. Москва, 1990
6. *Гриневич А.Г., Басенко А.М.* Техническая микробиология. Минск, 1986
7. *Герасимов М.А.* Технология вина. Москва, 2001, 624 с.



UOT 595.42

**G.Ə.Əlizadə**

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*  
*gulnar.alizade1993@mail.ru*

## **BÖYÜK QAFQAZIN AZƏRBAYCAN HİSSƏSİNİN LEPTUS CİNSİNƏ AİD OLAN ERİTREİD (ACTINEDIDA: ERYTHRAEIDAE) GƏNƏLƏRİ**

*Açar sözlər: Böyük Qafqaz, Azərbaycan, Leptus, eritreid gənələr, sürfə*

Məqalədə Böyük Qafqazın Azərbaycan hissəsində tapılan və *Leptus* Latreille, 1776 cinsinin növlərindən məlumat verilir. Azərbaycanda *Leptus* cinsinə aid 6 növ, Böyük Qafqaz təbii vilayətində isə 5 növ (*Leptus rubricatus*, *L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*, *L.longipilis*) aşkar edilib. 5 növdən 3-də təkcə (*L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*) sürfələr, 2 növündə (*L.rubricatus*, *L.longipilis*) isə yetkin fərdlər tapılıb. 3 növ (*L.slivovi*, *L.longipilis*, *L.rubricatus*) Qafqaz faunası üçün yenidir.

**G.A.Ализаде**

## **КЛЕЩИ-ЭРИТРЕИДЫ РОДА LEPTUS БОЛЬШОГО КАВКАЗА В ПРЕДЕЛАХ АЗЕРБАЙДЖАНА**

*Ключевые слова: Большой Кавказ, Азербайджан, Leptus, клещи-эритреиды, личинка*

В статье приводятся сведения о видах рода *Leptus* Latreille, 1776, найденных в Азербайджанской части Большого Кавказа. В Азербайджане обнаружено 6 видов р. *Leptus*, а в природной области Большого Кавказа – 5 видов (*Leptus rubricatus*, *L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*, *L.longipilis*). Из 5 видов у 3 (*L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*) найдены только личинки, а у 2 (*L.rubricatus*, *L.longipilis*) – зрелые индивиды. 3 вида (*L.slivovi*, *L.longipilis*, *L.rubricatus*) – новые для фауны Большого Кавказа.

**G.A.Alizadeh**

## **ERYTHRAEID MITES (ACTINEDIDA: ERYTHRAEIDAE) OF THE LEPTUS SPECIES IN AZERBAIJAN PART OF THE GREATER CAUCASUS**

*Keywords: the Greater Caucasus, Azerbaijan, Leptus, Erythraeid mites, larvae*

There is information in the Article about *Leptus* Latreille and its 1776 species found in Azerbaijan part of the Greater Caucasus. 6 species of *Leptus* were discovered in Azerbaijan, and 5 species were discovered in the region of the Greater Caucasus (*Leptusrubricatus*, *L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*, and *L.longipilis*). There

were only found the larvae in 3 of 5 species 5 (*L.slivovi*, *L.molochinus*, *L.clethrionomydis*), and the adult ones in 2 species (*L.rubricatus*, *L.longipilis*). 3 species (*L.slivovi*, *L.longipilis*, and *L.rubricatus*) are new for the Caucasian Fauna.

### **Material və metodika.**

Material aşağıdakı üsullarla toplanıb. Bitkilərdən eritroid gənələri çırpma üsulu ilə, ayrı-ayrı bitkilərin və ya onların hissələrinin fərdi baxılması ilə toplayırlar. Hər növ bitkidən 10 nümunə müayinə edilir. Daşların altından, torpağın səthindən, ağac və kolların gövdəsindən, ağacların qabığından eritroid gənələrini fiksasiya edən maye ilə isladılmış yumşaq nazik kiçik fırça ilə toplayırlar. Torpaqda, həmçinin döşəmədə, xəzəldə, mamırlarda, şibyələrdə və ağac ovuntusunda rast gəlinən eritroid gənələrinin toplanılması fotoeklektorla və ya siftoarla (Vinkler aparatı) aparılır. Torpaqda yaşayan eritroid gənələrinin toplanması üçün həm də içində fiksasiya edən maye olan ov qabları (Barber duzaqları) istifadə olunur. Bütün yığılmış material 70-75%-li etil spirtində təsbit (fiksasiya) edilir və etikətlənir. Gənələrin saxlanması üçün həmçinin 10-20 % süd turşusu istifadə olunur.

Gənələrin təyin olunması və morfoloji xüsusiyyətlərinin öyrənilməsi üçün onlardan For mayesində daimi preparatlar hazırlanır. Preparatlar hazırlayanda və materialın təyinatında MBS-1, MBİ-3, Olympus CX-41, MBİ-15U4.2 mikroskoplar istifadə olunur. Növlərin təyinatı uyğun olan təyinedici cədvəllərin köməyi ilə aparılır. MBİ-3 və MBİ-15U4.2 mikroskoplarla işləyəndə fazalı kontrast, yağ və su immersiyası istifadə edilir. Gənələri okulyar-mikrometrlə ölçürlər. Şəkilləri RA-5 rəsm aparatının köməyi ilə çəkilir.

*Leptus silivovi* Beron, 1975 – Quba rayonu, Cimi kəndi, palıd-vələs meşəsi (şərq palıdı ilə), ağac ovuntusu, 1 sürfə 29 iyul 1990-cı il (toplayıb O.Aslanov); Quba rayonu, Cimi kəndi, palıd meşəsi (şərq palıdı ilə), bitkilər, 1 sürfə, 5 avqust 2018-ci il; Quba rayonu Susay kəndi, Qızılağac meşəsi, otbişən (*Opilio species*) 1 sürfə və 2 nimfəxrizalis (pup I), 4 avqust 2018; Şabran rayonu, Ərəblər kəndi, dağətəyi meşə – çöl, bitkilər, bir sürfə, 9 iyun 2018-ci ildə toplanılıb.

*Leptus clethrionomydis* Haitlinger, 1987 – Zaqatala rayonu, efir-yağ sovxoz zavodu, çay plantasiyası, çay kolu 1 sürfə 2017-ci ilin may ayında toplanılıb.

*Leptus molochinus* (= *L.ignotus*, 1903) (C.L.Koch, 1837) – Xaçmaz rayonu, Murşudoba kəndi, otbişənin ayağında, 1 sürfə 15 şavqust 1985-ci il (toplayıb Z.Musayeva); Quba rayonu, İspik kəndi, fıstıq meşəsi, mamır, 1 sürfə, 5 avqust 2018-ci il; Quba rayonu, Uzunmeşə kəndi, qızılağac-vələs meşəsi (boz qızılağac ilə), bitkilər, 1 sürfə, 4 avqust 2018-ci ildə toplanılıb.

*Leptus rubicatus* (C.L.Koch, 1837) – Zaqatala rayonu, Pərvizvan kəndi, dağ enliyarpaq meşəsi, döşəmə, 1 yetkin fərd, fevral 1986-cı il (toplayıb

İ.Kulagina); Zaqatala rayonu, Pərzivan kəndi, dağ enliyarpaq meşəsi, döşəmə, 1 yetkin fərd, aprel, 1986-cı il (toplayıb İ.Kulagina); Qax rayonu, İlus kəndi, daşların altı, 1 yetkin fərd, 5 iyun 2013-cü il (toplayıb O.Aslanov); Balakən rayonu, Zaqatala qoruğu, dağ enliyarpaq meşəsi, torpaq duzağı, 1 yetkin fərd, 2-3 iyun 2015-ci il (toplayıb N.Sneqovaya); Siyəzən rayonu, Zarat qəsəbəsi, beşbarmaq dağı, dağətəyi gəngiz səhrası, gəngiz, 3 yetkin fərd, 26 avqust 2017-ci ildə toplanılıb.

*Leptus longipilis* (Berlese, 1910) – Zaqatala rayonu, Pərzivan kəndi, dağ enliyarpaq meşəsi, döşəmə, 1 yetkin fərd 1986-cı ilin fevral ayında (toplayıb İ.Kulagina) toplanılıb.

Fəsilə: Erythraeidae Robineau – Desvoidy, 1828.

Yarımfəsilə: Leptinae Southcott, 1957.

Cins: *Leptus* Latreille, 1776.

Yetkin fərdlərdə və deytonimfalarda propodosomun hər tərəfində 1 cüt göz var; onlar alın kilinin ön yarısının səviyyəsində yerləşir. Yetkin fərdlərdə və deytonimfalarda alın kilinin 2 sensilyar sahəsi var. Dorsal qılıcılarda setulalar pulcuqlara, dişçiklərə çevrilib və ya balıq sümükləri formasında olur. Pedipalpın pəncəsi slindrikdir [10].

Sürfə: Prpodosomun hər tərəfində bir cüt girdə göz var. Onlar dorsal qalxandan posterolateral istiqamətdə yerləşir. Dorsal qalxan az və ya çox dərəcədə üçbucaqlıdır, önə doğru genişlənir, iki cüt qeyri-sensilyar qılıc (skutale) və iki cüt sensilla daşıyır. Onlardan bir cütü qalxanın ön qütbünə, digər cütü isə qalxanın dal qütbünə istiqamətlənib. Sensillalar sapvaridir və incə setulalara malikdir. Ayaqlar 7 segmentlidir, yəni bud iki yalançı buğuma bölünüb. Çanaq qılıc formulası 1-1-1-dir. 3 pedotarsal caynaq var. Ön caynaq oraqvari, sadə və ya bütün tərəfləri boyunca xırda setulalar daşıyır. Orta caynaq (empodium) uzun, oraqvari, ön caynaqla müqaisədə daha nazikdir. Arxa caynaqda qarmaqvari element yoxdur, ventral setulalara malikdir. Qnatosom xeliserlərin özülləri ilə birlikdə önə doğru dimdikvari çıxıntıya keçir; xeliseral barmaqlar uclarında kiçik deşici hissə ilə tamamlanır (terebellum). Bazal qılıcılar (pedipalpın çanaq qılıcıları) yoxdur. Pedipalpın suprakoksaleləri var. Suprakoksalelər həmçinin I cüt ayağın çanağında da müşahidə edilir. 1 və ya 2 cüt ön hipostomal qılıc var. Həşəratların və digər buğumayaqlıların ektoparazitləridir. Tipik növü *Acarus phalangii* de Geer, 1778 [10; 11].

*Leptus slivovi* Beron, 1975.

Sürfə: İdiosom yumurtavaridir. Uzunluğu 465 mkm, eni isə 348 mkmdir; ümumi uzunluq (ağız hissələrinin ucundan idiosomun arxa qütbünə qədər) 625 mkmdir. Dorsal qalxan zəif xitinləşib, içəriyə doğru əyilmiş ön kənarı ilə, itiuclu anterolateral küncləri ilə, zəif dalğavari anterolateral kənarları ilə, zəif batıqlı posterolateral kənarları ilə əhatələnib. Ön sensillalar AL və PL skutalelərin özüllərinin arasındakı məsafənin ortasında yerləşir. Skutalelər

kütuclu, paralel yerləşən, çoxlu incə setulalarla təhciz olunub. Sensillalar bütün uzunluq boyu möhkəm setulalarla örtülüdür. Gözün buynuz təbəqəsinin eni 16 mkmdir. İdiosomun dorsal səthində skutalelərə oxşar 142 qılıcıq var. Onlar az və ya çox dərəcədə nizamsız yerləşiblər.

İdiosomun ventral səthi: Sternalelər uzun və itiüclüdür. Yaxşı setulalaşmışdır. Onların ikisi I cüt ayaqların çanaqlarının arasında və üçü isə II cüt ayaqların çanaqlarının arasında yerləşir. II və III cüt ayaqların çanaqlarının arasında 5-16 bir-birinə oxşar olan iti və ya kütuclu interkoksalelər yerləşir (36-50 mkm). Ayaqlar normal, skobalelər yaxşı setulalaşmışdır. Ayaqların uzunluğu: I – 815 mkm, II – 760 mkm, III – 890 mkmdir.

Qnatosom: Xeliserlərin özülləri yastıvari və yumurtavaridir. Qabağa çıxan ön hissəyə malikdir və onlar məsaməlidir. Uzunluğu 162 mkm, eni isə 118 mkmdir (birlikdə). Pedipalpın baldırının caynağı normaldır. Qnatosomal suprakoksalelər kütuclu payacıq formasındadır, uzunluğu 4 mkmdir.

Yayılma: Şimali (Norveç), Mərkəzi (Polşa) və Cənubi (Bolqarıstan) Avropa [6]; Qafqaz (Azərbaycan); Asiya: Qazaxıstan [2; 4; 8; 11].

Quba rayonu, Susay kəndində *Leptus slivovi* növünün nimfoxrizalis (pup I) mərhələsi tapılıb. Bunların mürrəkkəb həyat tsikli var. Pup I mərhələsi sürfədən sonra gələn qeyri-hərəkətli mərhələdir. Nimfoxrizalisdən sonra deytonimfa mərhələsi gəlir. Növ Qafqaz faunası üçün yenidir.

*Leptus clethronomydis* Haitlinger, 1987.

Sürfə: İdiosom yumurtavaridir, uzunluğu 650 mkm, eni isə 440 mkmdir; tam uzunluğu (qnatosomun ucuna qədər) 800 mkmdir.

Dorsal qalxan zəif xitinləşib, məsaməlidir, demək olar ki, üçbucaqlıdır, girdələmiş bucaqlara malikdir. Skutalelər kütuclu, paralel tərəfli və ya orta hissəsi müəyyən dərəcədə genişlənmişdir. Bunlar uzun, itiüclu, zəif dərəcədə önə çıxan setulalarla təhciz olunub. Ön sensillalar yoxdur. Ön sensillaların özülləri AL skutalelərin özüllərinin arxasında yerləşir; arxa sensillalar nazik və distal yarısında kiçik setulalara malikdir.

Gözlər: Buynuz təbəqəsinin eni 18 mkmdir. İdiosomun dorsal tərəfi 62 qılıcıq ilə təhciz olunub. Qılıcıqlar kütuclu paralel tərəfli və ya orta hissədə zəif enliləşiblər. Arxa qılıcıqların əksəriyyəti toppuzvari formasını qəbul etməyə meyillidir və uzun mişarvari setulalara malikdir.

İdiosomun ventral səthi: Sternalelər uzun, iyvaridir və uzun setulalar ilə təhciz olunub. II və III cüt ayaqların çanaqlarının arasında 4 sternalelərə oxşar qılıcıq var (interkoksale). III cüt ayağın çanağının arxa hissəsində 25 arxa ventral qılıcıq var. Uzunluğu 38-48 mkmdir. Koksalelər yaxşı setulalaşib. I cüt ayağın koksalesi itiüclu, II və III cüt ayaqların koksaleləri kütuclu və nazikdir.

Ayaqlar: II cüt ayağın uzunluğu 530 mkm, III cüt ayağın uzunluğu 615 mkmdir. I cüt ayağın suprakoksalesi kütuclu konik formalı payacıqdır. Və onun uzunluğu 4 mkmdir.

Qnatosom: Xeliserlərin özülləri nazik, məsaməli, arxaya doğru olduqca yastılaşmışdır. Uzunluğu 136 mkm, eni (birlikdə) 78 mkmdir. İki nazik ucuna doğru darlaşan sadə *ventral hipostomale* var. Onun uzunluğu 30 mkmdir. Pedipalpın qılıcığ formulası 0, 1, 1, 3, 8-dir. Pedipalpın suprakoksalesi kütüclü payacıqdır və uzunluğu 4 mkmdir.

Yayılma: Mərkəzi Avropa: Polşa (Avropa kürən tarla siçanında – *C. glareolus* üzərində tapılıb) [1; 3; 6; 8; 11].

*Leptus molochinus* (C.L.Koch, 1837).

Sürfə: Bədənin uzunluğu (qnatosomla birlikdə) 640-2770 mkmdir. Bədənin eni 320-1600 mkmdir (Haitlinger 1987). Dorsal qalxan adətən armudvari formada olur; ön kənarı içəriyə doğru əyilmişdir; yan kənarları qabarıqdır; Posterolateral kənarları nisbətən batıqdır; anterolateral küncləri qabarıq və itidir. Skutalelər (qalxanın qeyri-sensilyar qılıcıqları) möhkəm dəyənəkvari, aydın səkində piqmentləşmiş çoxlu sərt itiüclü setulalarla təhciz olunub; arxa skutalelər ön skutalelərdən daha uzun və möhkəmdir; ön skutalelər qalxanın anterolateral künclərinin arxasında müşahidə edilir. Ön sensillalar AL və PL skutalelərin arasındakı məsafənin yarısının səviyyəsində yerləşir. Arxa sensillalar qalxanın dal qütbündən çıxır. Orta hissədə yerləşən kiçik oyuğu idarə edir. Skutal sensillalar nazikdir, onların distal hissəsində çoxlu xırda qabarıqlı setulalar yerləşir.

Gözlər: Buynuz təbəqənin eni 13 mkmdir.

İdiosomun dorsal səthində 73 qılıcığ yerləşir.

İdiosomun ventral səthi: *Sternale* I xovludur, müəyyən dərəcədə uzun setulalarla təhciz olunub; *sternale* II buna oxşardır; II və III cüt ayaqlarının çanaqlar arası sahəsində 4 qılıcıqdan (*interkoksale*) ibarət sıra var. III cüt ayaqların çanaqlarının arasında və onların arxasında təxminən 31 xovlu qılıcığ var. Çanaqların qılıcığ formulası 1, 1, 1-dir. Çanaq qılıcıqları *koksale* adlanır. Koksale I nazikdir, ucuna doğru darlaşır və xovlu setulalarla örtülüdür; koksale II və III onlarla oxşardır, ancaq daha çox iyvari formasındadır. Ayaqların uzunluğu (çanaqlar və caynaqlar daxil olmaqla) I – 500 mkm, II – 505 mkm, III – 550 mkmdir. I cüt ayaqların suprakoksaleləri kütüclü payacıqlardır.

Qnatosom: Xeliserlərin özülü çevrəsində kolbavaridir. Onların arxa qutaracağı kifayət qədər yastı, hamar, xırda məsaməlidir. Uzunluğu 158 mkm, eni (birlikdə) 87 mkmdir. Xeliserlərin barmaqlarının ucları zəif dərəcədə dartılmışdır. Qnatosomun ventral tərəfində 1cüt iynəvari hipostomale yerləşir (27 mkm). Pedipalpın qılıcığ formulası 0, 1, 1, 3, 8-dir. Pedipalpın bud qılıcığı (femorale) xovlu, itiüclüdür, uzunluğu 50 mkmdir; pedipalpın dizindəki qılıcığ (genuale) nazik, itiüclü, setulalıdır və uzunluğu 48 mkmdir. Pedipalpın badırının caynağı uc hissəsində zəif itiləmiş qarmaq ilə təhciz olunub. *Leptus molochinus* (syn. *L.ignotus*) növünün sürfəsi müxtəlif buğumayaqlılarda parazitlik edir. Həmçinin o, avropa kürən tarla siçanında tapılıb.

Yayılma: Avropa (İrlandiya, Böyük Britaniya və İslandiya adaları ilə); Qafqaz: Azərbaycan; Şimali Amerika: ABŞ; Qrenlandiya adası [2; 8; 9; 11].

*Leptus rubricatus* (C.L.Koch, 1837).

Yetkin fərd: Ön sensilyar sahə üçbucaqlıdır. O 1 cüt sensilla və 6 normal qılıcıq daşıyır. Arxa sensilyar sahə girdəvaridir və 1 cüt sensilla daşıyır.

Dorsal opistosomal qılıcıqlar eyni tiplidir, lələkvaridir, onların uzunluğu müxtəlifdir (25-65 mkm). Setulalar balıq tıxlarının şəklini alıb. Opistosomun arxa hissəsində setulalar ucuna doğru kəsilməmişdir. Onlar sütünlərə toplanıb və hər sütündə isə 10-12 balıq tıxı var [7].

Cinsi dəlik uzundur, onun qapaqları azsaylı qılıcıqlarla örtülüdür. Anal dəliyi girdə, skleritləşmiş, qılıcıqlarla örtülüdür.

Növ Qafqaz faunası üçün yenidir.

Yayılma: Mərkəzi və Şimal-Şərqi (Latviya) Avropa [6]; Cənubi Qafqaz: Azərbaycan.

*Leptus longipilis* (Berlese, 1910).

Yetkin fərd: Dorsal opistosomal qılıcıqlar çox uzundur (yetkin fərddə 150 mkm-ə qədər, deytomifada isə 110 mkm-ə qədər), nazik, qılıcıqvari, ucuna doğru kəsikdir, ucunda girdə dişçiklərdən ibarət olan tac var [7].

Növ Qafqaz faunası üçün yenidir.

Yayılma: Mərkəzi (Polşa və Macarıstan) və Cənubi (İtaliya) Avropa [6]; Cənubi Qafqaz (Azərbaycan).

## ƏDƏBİYYAT

1. *Aslanov O.X., Musayeva Z.Y.* Azərbaycan akarofaunasının öyrənilməsinə dair / Azərbaycan Zooloqlar cəmiyyətinin I qurultayının materialları. Bakı: Elm, 2003, s.144-146

2. *Асланов О.Х.* Клещи рода *Leptus* (Acariformes: Actinedida: Erythraeidae) Азербайджана – проблемы почвенной зоологии / Материалы XVIII Всероссийского совещания по почвенной зоологии. Москва: Товарищество научных изданий КМК, 2018, с.19-20

3. *Aslanov O.Kh.* The first Record of *Leptus slivovi* (Acariformes: Erythraeidae) in Kazakhstan. 2015, *Vestnik Zoologii* 49, (3) p.285

4. *Beron P.* Erythraeidae (Acariformes) larvaires de Bulgarie. *Acta Zool. Bulg.*, 1975, 1: 45-75

5. *Fauna Europaea.* [http:// fauna – eu.org/](http://fauna-eu.org/).

6. *Gabrys G.* A key to postlarval Erythraeidae (Acari, Actinotrichida) of Poland. *Rocznik Museum Gornoslasklegow Bytomiu Przyroda*, 2016, vol 22: 1-22

7. *Haitlinger R.* The genus *Leptus* Latreille, 1796 and *Charletonia* Oudemans, 1910 (Acari, Prostigmata, Erythraeidae) in Poland (larvae). *Pol. Pismo. Entomologiczne*. 1987, Tom 57: 339-349

8. *Haitlinger R.* A new records of mites (Acari: Prostigmata: Calyptostomatidae, Erythraeidae, Johnstonianidae, Microtrombidiidae, Podothrombidiidae, Trombidiidae)

from Estonia, Latvia and Lithuania. ZeszytyNaukoweUniwersytetuPrzyrodniczego we WroctawiuBiologiaHodowlazwierza, T. LXI – 61, NR 2010, 579: 49-55

9. *Southcott R.V.*, Studies on thesystematic and biology of the Erythraeoidea (Acarina) with a critical revision of the genera and subfamilies. /Austral. J.Zool.1961, v.9, №3, p.367-610

10. *Southcott R.V.* Revision of the larvae of *Leptus* Latreille (Acarina: Erythraeidae) of Europe and North America, with descriptions of post – larval instars // Zoological Journal of the Linnean Society, 1992. 105: 1-153

UOT 582.28

*Ş.F.Əsədova*

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
bioloq82@mail.ru*

## **TAXIL BİTKİLƏRİ ÜZƏRİNDƏ MƏSKUNLAŞAN PATOMİKOKOMPLEKSİN NÖV MÜXTƏLİFLİYİ VƏ YAYILMA QANUNAUYĞUNLUQLARI**

*Açar sözlər: taxıl bitkisi, mikromiset, patomikokompleks, növ müxtəlifliyi, rastgəlmə tezliyi, serkosporelloz, məhsuldarlıq*

Tədqim olunan iş taxıl bitkilərinin mikoloji aspektdən analizinə həsr olunmuşdur. Məlumdur ki, taxıl bitkiləri üzərində mikromisetlərin saprotrof növləri ilə yanaşı, potensial patogenliyə malik nümayəndələri də məskunlaşırlar. Odur ki, taxıl bitkiləri üzərində formalaşan patomikokompleks növ müxtəlifliyinə görə də tədqiq olunmuşdur. Aydınlaşdırılmışdır ki, taxıl bitkiləri üzərində patogenliyə meyli olan 15 cinsə aid 24 mikromiset növü yayılmışdır. Tədqiq olunan mikromisetlər arasında yayılmasına görə *Cereosporella herpotrichoides* Fron göbələyi dominant mövqe nümayiş etdirir. Bu göbələk növü eyni zamanda serkosporelloz xəstəliyinin bilavasitə törədicisidir. Serkosporelloz xəstəliyi zamanı taxıl bitkilərinin gövdəsi üzərində uzununa istiqamətdə parlaq qonur rəngli çoxsaylı oval ləkələr əmələ gəlir. Məlum olmuşdur ki, ekoloji mühit parametrlərindən, taxıl bitkisinin əkilmə müddətindən, bitkinin becərmə üsullarından, taxıl bitkisinin növ və ya sort mənsubiyyətindən asılı olaraq serkosporelloz xəstəliyi geniş diapazonda variasiya edir. Serkosporelloz xəstəliyi taxıl bitkisinin vegetasiyası dövrünün sünbülləmə fazasında daha kəskin xarakter alaraq gövdənin qaralmasına, fotosintetik fəaliyyətin zəifləməsinə və nəticədə, məhsuldarlığın aşağı düşməsinə səbəb olur.

*Ш.Ф.Асадова*

## **ВИДОВОЕ РАЗНООБРАЗИЕ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАТОМИКОКОМПЛЕКСА, ЗАСЕЛЁННОГО НА ЗЕРНОВЫХ РАСТЕНИЯХ**

*Ключевые слова: злаковое растение, микромицеты, патомикокомплекс, видовое разнообразие, частота встречаемости, заболевание церкоспореллеза, производительность*

Представленная работа посвящена анализу зерновых растений с точки зрения микологического аспекта. Стало очевидно, что наряду с сапротрофными типами микромицетов, на зерновых растениях также заселяются представители потенциально патогенных популяций. Таким образом, это также было изучено для разнообразия разновидностей патомикокомплекса, сформированного на



зерновых растениях. Было выяснено, что распространено 24 вида микромицетов, которые относятся к 15 породам, которые имеют патогенную тенденцию на зернах. Гриб *Cereosporella herpotrichoides* Fron доминирует в связи с распространением среди изученных микромицетов. Этот вид гриба также является прямой причиной болезни церкоспореллеза. При болезни церкоспореллеза на стволе зерновых растений в продольном направлении появляются многочисленные овальные пятна ярко-коричневого цвета. Стало известно, что в зависимости от параметров окружающей среды, времени посадки растений, методов выращивания растений, сортов и разновидностей злаковых растений заболевание церкоспореллеза варьирует в широком диапазоне. Заболевание церкоспореллеза в фазе седиментации вегетационного периода зерновых растений приводит к потемнению ствола, ослаблению фотосинтетической активности, в итоге – к снижению производительности.

*Sh.F.Asadova*

## DIVERSITY AND DIFFUSION PATTERNS OF THE PATHOMYCOCOMPLEX ON THE CEREALS

**Keywords:** *cereal plant, micromycetes, pathomycomplex, species diversity, frequency of occurrence, cercosporellosis, fertility*

The presented work is devoted to the analysis of mycology grain crops.

It has become clear that, along with saprotrof types of micromycetes on grain crops, potentially pathogenic populations are also populated. Thus, it has also been studied for the variety of pathomycomplex species formed on grain crops.

It was found that 24 species of micromycetes are distributed, which belong to 15 breeds that have a pathogenic tendency on grains. *Cereosporella herpotrichoides* Fron mushroom dominant position due to the spread among the micromiscates studied. This kind of fungus is also a direct cause of cerebro-pancreatic disease. During Serkosporellosis disease, numerous oval spots with bright brown color appear on the body of grain crops in longitudinal direction. It has been discovered that cercosporellosis – lose disease differs in a wide range, depending on the environmental parameters, the cultivation period of the plant, the plant cultivation methods, the type of plant variety or the type of cereal. Serkosporellose disease causes the body to become more sharp in the sedimentation phase of the vegetization period of the grain plant, weakening of the photosynthetic activity and ultimately declining productivity.

Dünya əhalisinin sürətlə artması, qida məhsullarına olan tələbatı xeyli artırmışdır ki, bu da artıq ərzaq problemi kimi ciddi bir məsələyə çevrilmişdir. Bununla əlaqədar olaraq, BMT-nin Ərzaq Təhlükəsizliyi Proqramının əsas prioritet prinsiplərindən biri strateji əhəmiyyət daşıyan kənd təsərrüfatı bitkilərinin əkin sahələrinin ümumdünya miqyasında genişləndirilməsidir. Son zamanlar bioekoloji tarazlığın qlobal miqyasda pozulması, fitopatogen göbələklərin fəallaşmasına səbəb olmuşdur ki, bu da avtotrof blokda, o

cümlədən kənd təsərrüfatı bitkilərində çox ciddi patologiyaların meydana çıxmasına real zəmin yaradır [1; 4; 9; 11; 13].

Qeyd etmək lazımdır ki, respublikamızın iqtisadiyyatında aqrar sektor önəmli yer tutur və demək olar ki, bütün regionlarda kənd təsərrüfatı bitkiləri geniş miqyasda becərilir. Eyni zamanda qlobal miqyasda ekoloji vəziyyətin pisləşməsi nəticəsində baş verən neqativ hallar respublikamızdan da yan keçməmişdir. Odur ki, kənd təsərrüfatı bitkilərinin məhsuldarlıq proseslərini nəzərəcarpacaq dərəcədə azaldan bitki xəstəlikləri və onların törədiciləri ilə mübarizə son dərəcə mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bu istiqamətdə aparılan tədqiqatlar göstərir ki, texniki, aqrotexniki, kimyəvi və bioloji mübarizə üsullarından ayrı-ayrılıqda istifadə olunması heç də effektiv nəticələr vermir. Lakin bitki xəstəliklərinə qarşı mübarizədə yuxarıda qeyd olunan üsullardan inteqrə olunmuş halda istifadə olunması məqsədəuyğun hesab olunur və məhsuldarlıq proseslərinin intensivləşməsinə səbəb olur [7; 8; 12; 14].

Təqdim olunan işin məqsədi də respublikamızda becərilən kənd təsərrüfatı bitkilərinin, o cümlədən taxıl bitkilərinin məhsuldarlıq prosesinə əsaslı təsir göstərən mikokompleksin, xüsusən də patomikobiotanın növ müxtəlifliyinin, yayılma qanunauyğunluqlarının və məskunlaşdıqları bitkilərdə törətdikləri patologiyaların qiymətləndirilməsindən ibarət olmuşdur.

**Material və metodlar.** Tədqiqatın aparılmasında Muğan zonası rayonlarında becərilən taxıl bitkilərinin əkin sahələrindən istifadə olunmuşdur. Nümunələr müvafiq olaraq fitosanitar nöqtəyi-nəzərdən normal hesab olunan əkin sahələrindən və infeksiya fonu yüksək olan sahələrdən əldə olunmuşdur. Həmçinin nümunələr tədqiq olunan taxıl bitkilərinin həm vegetativ, həm də generativ orqanlarından götürülmüş və müqayisəli şəkildə xarakterizə edilmişdir. Nümunələrin əldə edilməsi üçün mikologiyada geniş istifadə edilən planlı marşrut və stasionar müşahidə metodlarından istifadə edilmişdir. Qeyd edək ki, nümunələrin götürülməsi ilin müxtəlif fəsillərində və bitkilərin vegetasiya dövrünün müxtəlif fazalarında həyata keçirilmişdir. Ümumilikdə, tədqiqatın gedişi müddətində 400-dən çox nümunələr götürülmüş və işin məqsədinə uyğun olaraq mikoloji analizlər aparılmışdır [2; 3; 5; 6; 10].

**Alınan nəticələr və onların müzakirəsi.** Taxıl bitkilərində müşahidə olunan patologiyalar arasında serkosporelloz xəstəliyi yayılma arealına görə geniş sərhədlərə malikdir. Serkosporelloz xəstəliyinin tipik simptomu olaraq taxıl bitkilərinin gövdəsi üzərində uzununa istiqamətdə oval ləkələrin əmələ gəlməsini göstərmək olar. Xəstəliyin etiologiyası dövründə gövdənin mərkəzi hissəsi parlaq rəngli, periferik hissəsi isə qonur rəngli kəməşəkilli ləkələrlə əhatə olunur. Məhz buna görə də serkosporelloz xəstəliyini adətən “gözcüklü ləkə” də adlandırırlar. Aparılan tədqiqatlar göstərir ki, ekoloji mühit parametrlərindən, taxıl bitkisinin əkilmə müddətindən, becərilmə xüsusiyyətlərindən, taxıl bitkisinin növ və ya sort mənsubiyyətindən asılı olaraq

serkosporelloz xəstəliyi geniş diapazonda variasiya edir. Bu isə infeksiya fonu yüksək olan taxıl tarlalarında serkosporelloz patologiyasının vizual diaqnostikasını son dərəcə çətinləşdirir.

Aparılan tədqiqatların əsas məqsədlərindən biri də serkosporelloz xəstəliyinin etiologiyasının müəyyənləşdirilməsindən ibarət olmuşdur ki, hansı ki, bu zaman *Cercospora herpotrichoides* Fron göbələyi ilə yanaşı, taxıl bitkilərinin mikabiotasının digər nümayəndələri də tədqiq olunmuşdur (cədvəl 1).

Müəyyənləşdirilmişdir ki, buğda bitkisinin müxtəlif orqanları, o cümlədən həm vegetativ, həm də generativ orqanlar üzərində formalaşan mikabiotanın taksonomik quruluşu, növ müxtəlifliyi və say tərkibi də bitkinin inkişaf mərhələlərindən asılılıq nümayiş etdirirlər.

Əkin sahələrində aparılan müşahidələr göstərir ki, serkosporelloz xəstəliyinin ilkin simptomları buğda bitkisinin kollanma dövründə açıq-aşkar təzahür edir. Belə ki, kollanma zamanı zərif yarpaqların və cavan gövdələrin səthləri üzərində tünd rəngli, kiçik ölçülü, zəif, seyrək şəkildə sulu ləkələr qeyd olunur. Bununla yanaşı, taxıl bitkilərinin alt yarus yarpaqlarının alt hissəsində getdikcə saralma müşahidə olunur. İnfeksiya fonu yüksək olan əkin sahələrindən fitopatogen göbələklərə yoluxmuş nümunələrin müqayisəli analizi göstərir ki, taxıl bitkiləri üzərində eyni zamanda *Fusarium avenaceum* (Fr.) Sacc. və *F.culmorum* (W.G.Sm) Sacc. göbələkləri məskunlaşırlar. Habelə qeyd etmək lazımdır ki, tədqiqatın gedişi zamanı bəzi hallarda xəstə yarpaqların üzərindən *Alternaria tenuissima* Nees və *Cladosporium herbarum* Link. göbələklərinin izolyatorları da ayrılmışdır.

Aparılan müqayisəli analizlər göstərir ki, serkosporelloz xəstəliyinə yoluxmuş bitki üzərində formalaşan mikrobiota daxilində *C.herpotrichoides* göbələyinin rastgəlmə tezliyi 38% təşkil edir. Bu istiqamətdə apardığımız tədqiqatlar sübut edir ki, *C.herpotrichoides* göbələyinin böyümə prosesi zəif dinamikaya malikdir və onun digər göbələklərlə konkurentlik qabiliyyəti çox aşağı səviyyədə olur.

Buğda bitkisinin sünbülləmə fazasında aparılan müşahidələr göstərir ki, serkosporelloz törədicilərinə yoluxma bitkinin aşağı hissəsində daha çox qeyd alınır. Qeyd edək ki, ilkin əmələ gələn ləkələr gözcüklər formasında olur. Eyni zamanda buğda bitkisinin yoluxmuş gövdələrinin mikoloji analizi göstərir ki, ayrılan izolyatların 95% -i *C. herpotrichoides* göbələyinə məxsusdur.

**Cədvəl 1. Taxıl bitkiləri üzərində məskunlaşan patomiokompleksin növ müxtəlifliyi və rastgəlmə tezliyi**

Sıra Nösi	Mikromisetlərin növləri	Rastgəlmə tezliyi(%-lə)
1	<i>Acremonium Strictum</i> W.Gams.	10,6
2	<i>Alternaria brassicae</i> (Berk) Sacc.	11,5
3	<i>Alternaria tenuissima</i> Nees.	18,5
4	<i>Aspergillus niger</i> Tugh	6,3
5	<i>Cercoporella herpotrichoides</i> Fron.	38,1
6	<i>Gliocladium roseum</i> (Lk) Bainier	20,7
7	<i>Gaeumannomyces graminis</i> Arx.	9,3
8	<i>Cladosporium herbarum</i> Lk	5,2
9	<i>Fusarium avenaceum</i> (Fr) Sacc.	6,7
10	<i>Fusarium culmorum</i> Sacc.	29,4
11	<i>Fusarium moniliforme</i> shelden	9,9
12	<i>Fusidium flagelliforme</i> Pidopl.	8,7
13	<i>Penicillium funiculosum</i> Phom.	18,5
14	<i>Puccinia graminis et Henn</i>	21,4
15	<i>Puccinia recondita</i> Rob .ex.Desm	11,3
16	<i>Erysiphe graminis</i> DC.F.Sp	24,3
17	<i>Erysiphe hordei</i> Marchal	19,2
18	<i>Monopodium uredopsis</i> Delaer	30,3
19	<i>Tilletia caries</i> DC.Tul	15,6
20	<i>Tilletia foetida</i> (Wall) Liro	8,9
21	<i>Tilletia controversa</i> Kuhn	12,3
22	<i>Ustilagio (Yens) Rostr.</i>	31,2
23	<i>Ustilagio nigra</i> Tapke	27,8
24	<i>Ustilagio hordee</i> (Pers) Lagern	8,7

Bununla yanaşı, yoluxmuş gövdə üzərində *Fusarium avenaceum* və *F.culmorum* Sacc. göbələklərinə də rast gəlinir.

Müəyyənləşdirilmişdir ki, taxıl bitkilərinin serkosporelloz xəstəliyi zamanı *C.herpotrichoides* göbələyi digərləri ilə müqayisədə dominant mövqe nümayiş etdirir. Bunun səbəbi serkosporelloz patologiyasının gedişi dövründə bitki orqanizmində turqor təzyiqinin kifayət qədər yüksək olmasıdır. Hansı ki, bu dövrdə bitki orqanizmində metabolik proseslər aktiv şəkildə həyata keçir. Yoluxmuş bitkinin belə fizioloji vəziyyətində mikokompleksin saprotrof nümayəndələri *C.Herpotrichoides* göbələyi ilə yoluxan sahələrdə məskunlaşmaq iqtidarında olurlar. Məhz buna görə də *C.herpotrichoides* göbələyi mikokompleks daxilində dominantlıq edir. Qeyd edək ki, sporulyasiya

dövründə serkosporelloz xəstəliyinin simptomları daha aydın olur. Hətta taxıl bitkilərinin vegetasiya dövrünün sonuna yaxın gövdənin aşağı hissəsində – buğumlararası sahələrdə ləkələrin ümumi miqdarı gözlənilmədən artır. Qeyd olunan ləkələrin mikroskop altında müşahidəsi zamanı onların parlaq rəngli, haşiyəli kənarlara malik olduğu görünür. Gövdə üzərində ləkələr tək-tək və ya qrup halında əmələ gəlir.

Müəyyənləşdirilmişdir ki, serkosporelloz xəstəliyinə yoluxmuş taxıl bitkilərinin gövdələri müəyyən müddət keçdikdən sonra qaralmağa başlayır. Eyni zamanda qaralmış ləkələrin daxilində çoxsaylı nöqtələr də müşahidə olunur. Habelə məlum olmuşdur ki, taxıl bitkilərinin müxtəlif xəstəliklərə yoluxması zamanı, yoluxmanın tipi, xəstəlik törədicisinin say tərkibi, onların rastgəlmə tezliyi heç də patogenin cins və ya növ mənsubiyyətindən asılılıq nümayiş etdirmir. Habelə müqayisəli şəkildə aparılan tədqiqatlar sübut edir ki, taxıl bitkiləri üzərində məskunlaşan mikokompleksin digər üzvləri, başqa sözlə, həm saprotrof, həm də patogen nümayəndələr dominantlıq əldə edən üzvün törətdiyi xəstəliyin etiologiyasına nə müsbət, nə də ki, hər hansı bir mənfi təsir göstərir.

Beləliklə, aparılan tədqiqatlar sübut edir ki, taxıl bitkilərinin, o cümlədən buğdanın serkosporelloz xəstəliyi bitkinin əsasən sünbülləmə dövründə daha şiddətli formada özünü göstərir. Belə ki, vegetasiya dövrünün sonrakı mərhələlərində xəstəliyin simptomları az nəzərə çarpır və müxtəlif xarakterli olur. Ona görə də taxıl bitkilərinin sünbülləmə fazasını *C.herpotrichoides* göbələyinin törətdiyi serkosporelloz xəstəliyi üçün maksimal dövr və ya əlverişli şərait hesab etmək olar. Odur ki, taxıl bitkilərinin sünbülləmə dövrü xüsusi nəzarətə götürülməli və zəruri hesab edilən “xəstəliklərdən mühafizə tədbirləri” həyata keçirilməlidir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Андреев Л.Н., Плотникова Ю.М. Ржавчина пшеницы: цитология и физиология. М.: Наука, 1989, 304 с.
2. Афонин А.Н., Грин С.Л., Дзюбенко Н.Н., Фролов А.Н. Агроэкологический атлас России и сопредельных государств: сельскохозяйственные растения, их вредители, болезни и сорняки. 2008, <http://w.w.w.agroatlas.ru/>
3. Афанасенко О.С. Методические указания по диагностике и методам полевой оценки устойчивости ячменя к возбудителям пятнистостей листьев. Л., 1987, 20 с.
4. Лебедева Т.В. Генетика устойчивости пшеницы к мучнистой росе // Идентифицированный генофонд растений и селекция. СПб: ВИР, 2005, с.527-543
5. Методы экспериментальной микологии / Под ред. В.И.Билай. Киев, 1982, 552 с.

6. Михайлова Л.А., Гультяева Е.И., Кокрина Н.М. Лабораторные методы культивирования возбудителя желтой пятнистости пшеницы *Puccinia triticina* // Микология и фитопатология. 2002, Т.36, с.63-67

7. Михайлова Л.А., Коваленко Н.М., Смурова С.Г. Источники устойчивости к желтой и темно-бурой пятнистости пшеницы // Технологии создания и использования сортов и гибридов с групповой и комплексной устойчивостью к вредным организмам в защите растений. СПб., 2010, с.159-184

8. Оучи С., Оку Х. Физиологические основы восприимчивости, индуцированной патогенами // Инфекционные болезни растений. Физиологические и биохимические основы. М.,1985, с.128-149

9. Плотникова Л.Я., Кнаус Ю.К. Клеточные механизмы иммунитета к бурой ржавчине видов-нехозяев и устойчивых видов злаков // Микология и фитопатология. 2007, Т.41, вып .5, с.461-470

10. Худокормова Ж.Н. Ретроспективный анализ развития бурой ржавчины (*Puccinia triticina* Rob. ex Desm. f. sp. tritici Erikss.) и устойчивость пшеницы и тритикале к патогену: Автореф. дис. ... канд. с-х наук, Краснодар, 2008, 24 с.

11. Anker C.C., Nix R.E. Prehoustroial resistance to the wheat leaf rust fungus *Puccinia triticina* in *Triticum monococum* (S.S) // *Euphytica*. 2001, v.117, p.209-215

12. Agrios G.N. *Plant Pathology*. Elsevier Acad. Press, 2005, 952 p.

13. Kosiak B., Tarp M., Skjerve E., Anderson B. *Alternaria, Fusarium* in Norwegian grains of reduced quality a matched pair sample study // *Internat. G.Food Microbiol*, 2004, v.93, pp.51-62

14. Nix R.E. Haustorium formation by *Puccinia hordei* in leaves of hypersensirive, partially resistant and nonhost genotype // *Phytopathology*, 1983, v.73, pp.64-66

UOT 373.1

**G.N.Hacıyeva**

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
qyulshan.qadzhiyeva@mail.ru*

## **ALİ PEDAQOJİ MƏKTƏBLƏRDƏ BİOLOGİYANIN TƏDRİSİ METODİKASI FƏNNİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ ÜZRƏ İŞİN MƏQSƏD VƏ VƏZİFƏLƏRİ**

*Açar sözlər: məqsəd, vəzifə, tələblər, təhsil, tələbə, metodika, ali pedaqoji məktəb, biologiyanın tədrisi metodikası, tədqiqat*

Ali pedaqoji məktəblərdə biologiyanın tədrisi metodikası fənninin məqsədi həmin fənnin öyrədilməsində yeni metod və formaların sistemli tətbiqi modelini hazırlamaq, biologiya müəllimi hazırlığının yüksəldilməsi üçün tələbələrin elmi-psixoloji, pedaqoji, metodiki biliklərinin inkişafına nail olmaqdır. Biologiyanın tədrisi metodikası fənninin vəzifələri müəllimlərin müasir tələblərə cavab verən pedaqoji kadrlar, çevik təfəkkürlü, dövlətin təhsil siyasəti baxımından həm nəzəri, həm də praktik cəhətdən yüksək peşəkar səviyyəli yaradıcı mütəxəssislər kimi hazırlanması üçün tədris mühitinin yaradılmasından və elmi-metodik cəhətdən təmin edilməsindən ibarətdir.

**G.H.Гаджиева**

## **ЦЕЛИ И ОБЯЗАННОСТИ ПРЕДМЕТА МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ БИОЛОГИИ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ**

*Ключевые слова: цель, задачи, требования, образование, студент, методика, высшая педагогическая школа, методика обучения биологии, исследование*

В высших педагогических учебных заведениях цель предмета методики преподавания биологии состоит из разработки модели системного применения новых методов и форм обучения данного курса, развития научно-психологических, педагогических, методических знаний студентов и, таким образом, повышения уровня подготовки учителей биологии. Задачами предмета методики преподавания биологии являются формирование учебной среды и научно-методическое обеспечение подготовки учителей как педагогических кадров, отвечающих современным требованиям, творческих специалистов с гибким мышлением и высоким профессиональным уровнем, соответствующих государственной образовательной политике как с теоретического, так и практического аспектов.

*G.N.Hacıyeva*

## **AIMS AND OBJECTIVES OF TEACHING THE METHODOLOGY OF TEACHING BIOLOGY IN HIGHER PEDAGOGICAL SCHOOLS**

**Keywords:** *goal, objectives, requirements, education, student, methodology higher, pedagogical, school, methodology of teaching biology, research*

The aim of the teaching methodology of biology in higher pedagogical schools is to develop the systematic application of new methods and forms in teaching the subject and to develop the students' scientific-psychological, pedagogical and methodological knowledge to improve the teaching of biology. Tasks of the teaching methodology of biology consist of the creation and scientifically-methodical provision of the teaching environment for the teaching of a pedagogical staff meeting modern requirements, flexible thinking, as well as theoretical and practical, as well as creative professionals in the educational policy of the state.

Pedaqoji ədəbiyyatda müxtəlif cür izah edilsə də, mahiyyət etibarilə “metodika” sözü qədim yunan sözü olub, “tədqiqat yolu”, “dərketmə qabiliyyəti”, təlim üsullarının məcmusu, elm, əşyalar və hadisələr haqqında yeni biliklərin toplanmasına yönəlmiş tədqiqat fəaliyyətidir. Elmin əsas funksiyası tədqiqat aparmaqdır. Təlimin nəzəriyyəsi və praktikası, şagirdin tərbiyyəsi və inkişafı biologiyanın tədrisi metodikasının tədqiqat obyektidir.

Didaktikadan fərqli olaraq biologiyanın tədrisi metodikasının biologiya elminin quruluşu, tərkibi və tədris fənlərindən təşkil olunmuş spesifik xüsusiyyətləri vardır. Biologiyanın tədrisi metodikası hadisə və proseslərə aid qanunları, orta məktəbdə biologiyanın tədrisini öyrədir. Bununla yanaşı, o, biologiya, psixologiya, pedaqogika, etika, estetika və başqa elmlərə də inteqrasiya edir.

Biologiyanın tədrisi metodikasının predmetinə orta məktəbdə biologiyanın tədrisi prosesi, onun metodları, vəzifələri, yolları və üsulları daxildir. Elmin predmeti dedikdə, onun öz obyektindən ayırd etdiyi, seçdiyi cəhətlərə hansı baxımdan, hansı nəzəri və ya praktik aspektlərdən yanaşması nəzərdə tutulur.

Orta məktəbdə biologiyanın təlimi çətin, çoxşaxəli pedaqoji sahədir. Bu, biologiyanın tədrisi prosesində meydana çıxan qanun, qanunauyğunluqlar, şagirdlərin təhsili, tərbiyyəsi və inkişafı arasındakı əlaqələri, şagirdlərin öyrənmə şəraitini araşdırır. Biologiyanın tədrisi metodikası – biologiyanın tərkib strukturunun müəyyən edilməsi vacib olan bilik və bacarıqlarla əlaqədar pedaqoji sahəsidir. Bu metod, məqsəd, vasitələr, tədris prosesinin formalarını və onun nəticələrini əks etdirir. Bu da davranış qaydalarını və qarşılıqlı fəaliyyətdə olan subyektləri – müəllim və tələbəni xarakterizə edir.

Biologiyanın tədrisi metodikası bir tədris fənni kimi orta məktəbdə



biologiya müəllimi hazırlanması üçün birinci dərəcəli əhəmiyyətə malikdir.

Bu fənnin tədrisi prosesində tələbələrdə professional bilik və bacarıqlar formalaşır. Onlar dərslər demək bacarığına malik olurlar.

“Biologiyanın tədrisi metodikası” pedaqoji fənn olaraq ümumtəhsil məktəblərində bu fənnin təlimi prosesini öyrənir və onu təkmilləşdirir, məktəbin təlim-tərbiyə sistemində biologiya təliminin məzmununu müəyyən edir. Təlim üçün seçilən materialı və həmin materialın hansı yaş mərhələsində verilməsini müəyyənləşdirir, “nəyi, harada, necə təlim etmək” sualına cavab verir.

Metodika nəzəriyyədir, təlim etmək isə təcrübədir. Nəzəriyyə təcrübənin rolunu işıqlandırdığı kimi, biologiyanın təlimi metodikası da təlim prosesini işıqlandırır və ona istiqamət verir. Biologiyanın tədrisi metodikasının əsasını biologiya elmi təşkil edir.

“Biologiyanın tədrisi metodikası” fənninin məqsədini pedaqoji prosesin ən zəruri anlayış və qanunauyğunluqları haqqında ümumi biliyə, peşə fəaliyyəti bacarığına və təhsil sahəsindəki yenilikləri, innovasiyaları, texnologiyaları təlim prosesində səmərəli tətbiqinə həm nəzəri, həm də praktik cəhətdən hazır olan, dünya pedaqoji fikrinin dəyər statusu qazanmış nümunələrini, təhsil-tərbiyə təcrübəsini öyrənən və təbliğ edən yüksəkixtisaslı biologiya müəllimi üzrə kadrların hazırlanması təşkil edir.

Pedaqoji irsin, təhsil-tərbiyə təcrübəsinin öyrənilməsində əsas məqsəd dünyanın müxtəlif ölkələrinin pedaqoji irsindəki ümumi kökləri aşkar etməkdən, pedaqoji ideyaların və pedaqoji təcrübənin transmilli və ümumbəşəri məzmununu üzə çıxarmaq, ən qədim dövrdən bu günə qədər müxtəlif ölkələrdə pedaqoji biliklərin və məktəb təcrübəsinin inkişaf dinamikasını müəyyənləşdirmək, gənc nəslin tərbiyəsi və təhsilinin tarixi təcrübəsini dünya miqyasında təhsil-tərbiyənin müasir problemlərinin həlli baxımından təhlil etmək, təhsil-tərbiyə nəzəriyyəsi və təcrübəsini formalaşdıran iqtisadi, sosial-siyasi amilləri təhlil etməyi öyrətməkdən ibarətdir.

Bu baxımdan ali pedaqoji məktəblərdə biologiyanın tədrisi metodikası fənninin məqsədi həmin fənnin öyrədilməsində yeni metod və formaların sistemli tətbiqinin modelini hazırlamaq, onu reallaşdırmaq biologiya müəllimi hazırlığının yüksəldilməsi üçün tələbələrin intellektual elmi-psixoloji, pedaqoji, metodiki biliklərinin inkişafına nail olmaqdır.

Biologiyanın tədrisi metodikası təhsilin məqsədini, “Biologiya” fənninin tərkibini və onun prinsiplərini müəyyən edir.

Təhsilin məqsədi cəmiyyətin inkişaf xarakterindən, mədəniyyətin inkişaf səviyyəsindən, maariflənmə və tərbiyənin bütün sistemlərindən asılıdır. Məqsədlərdən vəzifələr yaranır. Bu vəzifələrin həlli bacarıq və biliklərə yiyələnməklə ətraf aləmə dəyərli münasibət bəsləməyə gətirib çıxarır.

Məqsəd dedikdə, başlıca səylərin yönəldiyi nəticəyə çatmaq istəyi, yaxud hər hansı fəaliyyətin son nəticəsinin təsəvvürə gətirilməsidir. Hal-hazırda ali məktəblərdə biologiyanın tədrisi metodikasının məqsədi kimya, fizika, coğrafiya fənlərində olduğu kimi, dərsliklərdə, elmi metodiki ədəbiyyatda aydın şəkildə təsvir olunmuşdur.

Bu məqsədlər aşağıdakı şəkildə formalaşdırılır:

- ümumiləşdirilmiş formada biologiyanın tədrisi metodikasına əsaslanan baza biliklərə yiyələnmək;
- müxtəlif təhsil sistemində biologiyadan verilmiş inteqrasiyalı dərslər ilə tanış olmaq;
- ümumtəhsil sistemində təlim tərbiyə prosesinin forma və metodları haqqında anlayışları inkişaf etdirmək;
- dərslər və ekskursiyalar sisteminin tətbiqi ilə əlaqədar bacarıqları öyrətmək;
- məktəb nümayişetdirmə və laborator eksperimentin keçirilməsi ilə əlaqədar metodik vərdişləri təmin etmək;
- müxtəlif dərslər və tədris proqramının konsepsiyasını analiz etmə vərdişlərini formalaşdırmaq, tədrisdə əyaniliyi təmin edən tədris vəsaitlərini hazırlamaq.

Eyni zamanda ali məktəb biologiya kursunun təlimi məqsədlərinin işlənilib hazırlanmasında dörd əsas tələb nəzərə alınmalıdır:

Birincisi, məqsəd yetişməkdə olan nəslin təhsili, mənəvi tərbiyəsi və inkişafı, vətənpərvərlik və elmi dünyagörüşünün təşəkkülü, təfəkkürünün, idrak fəallığının, müstəqilliyinin və maraqlarının yaradılmasında əsas rol oynamalıdır.

İkincisi, məqsəd məktəb biologiya kursunun məzmunundan irəli gəlməlidir. Biologiyanın təlimi qarşısında həmin kursun məzmununa cavab verməyən məqsədlər qoymaq nəinki faydasızdır, həm də zərərli, çünki bu, təlimin başlıca məsələlərinin həllinə mane ola bilər.

Üçüncüsü, məqsəd şagirdlərin gücünə müvafiq olmalıdır. Şagirdlərin gücünə müvafiqlik o deməkdir ki, məktəblilər irəli sürülən məqsədlərə nail ola bilər, həm də bu nailiyyət onların zehni inkişafını təmin edir. Tələbat müəyyən edilərkən təkcə tələbələrin idrak qabiliyyəti və biologiyanın təliminə ayrılmış vaxt deyil, həm də metodikanın inkişaf səviyyəsi və dərs prosesinin vəsaitlərlə təchiz edilməsi nəzərdə tutulur. Hazırda Respublika məktəblərinin ixtiyarında biologiyaya dair rəngarəng təlim vasitələri vardır. Metodikaya və təlim avadanlığına, şagirdlərin bilik səviyyəsi və müəllimlərinin hazırlığının inkişafı ilə əlaqədar biologiya təliminə olan konkret tələblər daha da artmışdır.

Dördüncüsü, dərslərdə müxtəlif inkişafa və qabiliyyətə malik olan məktəblilərin məqsədlərini fərdiləşdirmək lazımdır. Bu, geridə qalan məktəblilərin təfəkkür və nitqinin inkişafına intensiv surətdə istiqamət verib,

biologiyaya xüsusi maraq göstərən istedadlı məktəblilərin tələbatını təmin etməkdə özünü göstərə bilər. Biologiyaya dair sinifdənkənar işlər də təlimin fərdiləşdirilməsi üçün daha geniş imkanlar yarada bilər.

Məktəb biologiyası ümumi təhsil sistemində tələbənin vacib bir sahə kimi qarşısında aşağıdakı məqsədləri qoymuşdur:

- canlı təbiət, onun öyrənilməsinin ümumi metodları, tədris bacarıqları haqqında biliklərə yiyələnməsi;
- dünyanın elmi şəklinin bu biliklər əsasında formalaşdırılması;
- insanın fiziki və mənəvi sağlamlığını qorumağa malik olan gigiyenik tərbiyənin sağlam həyat tərzinə uyğun formalaşdırılması;
- bioloji qanunauyğunluqları bilən insanlarda ekoloji savadın formalaşması, canlı orqanizmlər əsasında əlaqənin yaradılmasını;
- təbiət və cəmiyyətlə harmonik münasibətlərin yaranması;
- cəmiyyətin təhsil sistemində humanitarlaşdırma, texnologiyalaşdırma və informasiyalaşdırmasının təmin olunması;
- müasir dövrdə mənəvi və maddi dəyərlərin müəyyənləşdirilməsi;
- tələbələrə təbii elmi bacarıqların çatdırılması;
- məktəb bioloji təhsilin modernizə edilməsi, biologiya sahəsində elm və praktikanın müasir nailiyyətləri.

Müasir dövrdə metodika öz üzərinə aşağıdakı funksiyaları götürür:

- ixtisaslaşmış tədris proqramının müxtəlif sahələrinin öyrənilməsi zamanı tələbələrin bilik və bacarıqlarının inteqrasiyası;
- davamlı təhsil sistemində tələbəyə fərdi təhsil trayektoriyasının tərtib olunmasında yardım edilməsi.

Bu verilmiş yeni tapşırıqlar biologiyanın tədrisində çox böyük və ayrıca tədqiqatçılıq tələb edir.

Biologiyanın tədrisi metodikası haqqında danışırlarkən yalnız yeni məqsədlərin tərtib olunması ilə kifayətlənmək olmaz, şəxsiyyətin hərtərəfli inkişafı üçün psixoloji-metodiki yanaşma təhsil sistemində əsas mərhələlərdən biridir. Seçilmiş metodoloji istiqamətlər biologiyanın tədrisinin nəzəriyyə və metodikasında xüsusi təhsil sahəsi kimi baxılır.

Bu gün dünyanın, demək olar ki, əksər ölkələri gənc nəslin tərbiyəsi və təhsili sahəsində eyni məsələlərin həllini qarşıya qoymuşdur. Böyüyen nəslin təhsili və tərbiyəsinin yeni pedaqoji paradimalarını dövrün reallığına çevirməyi bacaran kadrların hazırlanması da bu fənnin qarşısında duran vəzifələrdəndir.

## ƏDƏBİYYAT

1. *Babayev M., Hüseyinov Ə., Məcidov M.* Biologiyanın tədrisi metodikasından mühazirələr. Bakı: BDU, 1998, 134 s.
2. *Əmirov M.* Ümumtəhsil məktəblərində tarixin fəal-interaktiv təlimi metodikası. Bakı: ADPU, 2014, 648 s.
3. *Hacıyeva H., Məhərrəmov Ə.* Ətraf aləmlə tanışlığın tədrisi metodikası. Bakı: Araz, 2006, 163 s.
4. *Hacıyeva H.M., Məhərrəmov Ə.M.* Ətraf aləmlə tanışlıq: Ali məktəblər üçün dərslik. Bakı, ADPU, 2003, 227 s.
5. *Hacıyeva H.M., Abdullayeva T.Q., İbrahimova X.Q.* Biologiyadan laboratoriya və praktik işlərin fəal təlim metodları ilə təşkili: VI-VII siniflər üçün dərs vəsaiti. Bakı, 2004, 153 s.

UOT 616

**L.S.Hüseynova**  
Azərbaycan Tibb Universiteti  
royahuseynova2006@gmail.com

## MUKOVİSSİDOZ XƏSTƏLİYİNİN GENETİK SKRİNİNQİ

**Açar sözlər:** mukovissidoz, skrining, mutasiya, gen, prenatal diaqnostika

Azərbaycan Respublikasında ilk dəfə olaraq yenidoğulmuşlar və xəstə uşaqlar arasında mukovissidoz xəstəliyinin genetik skriningi aparılmışdır. Mukovissidozu idarə edən CFTR genində delF508 mutasiyasına homoziqot, heteroziqot və həm də kompauant vəziyyəti aşkar edilmişdir.

Məqalədə yenidoğulmuşlar və xəstə uşaqlar arasında mukovissidozun profilaktikası yolları və eyni zamanda genetik riskli ailələrdə dölün prenatal diaqnostikası verilmişdir.

**Л.С.Гусейнова**

## ГЕНЕТИЧЕСКИЙ СКРИНИНГ МУКОВИСЦИДОЗА

**Ключевые слова:** муковисцидоз, скрининг, мутация, ген, пренатальная диагностика

Впервые у населения Азербайджанской Республики проведен генетический скрининг муковисцидоза среди новорожденных и больных детей. Выявлена мутация гена муковисцидоза delF508 гена CFTR в гомозиготном, гетерозиготном, в компаундном состояниях.

В статье описываются пути профилактики муковисцидоза среди новорожденных и больных детей, а также пренатальную диагностику плода в семьях с генетическим риском.

**L.S.Huseynova**

## GENETIC SCREENING FOR CYSTIC FIBROSIS

**Keywords:** cystic fibrosis, screening, mutation, gene, prenatal diagnosis

For the first time, the population of the Azerbaijan Republic underwent genetic screening for cystic fibrosis among newborns and affected children. A mutation of the delF508 of the CFTR gene for cystic fibrosis in the homozygous, heterozygous and compound states was revealed.

The ways of preventing cystic fibrosis among newborns and affected kids as well as prenatal diagnosis of the fetus in families with genetic risk are described in this article.

## Giriş

Mukovissidoz avropeoid insan populyasiyaları arasında ən geniş təsadüf edilən monogen təbiətli autosom-recessiv irsiyyət tipli genetik xəstəlikdir. Mukovissidoz irsi xəstəliyinin təsadüf olunma tezliyi 1:2500-5000 yenidoğulmuşdur. Heteroziqot daşıyıcılığının tezliyi 1:25-30 bərabərdir (2). 1989-cu ildə molekulyar-genetik metodların köməkliyi ilə mukovissidoz irsi xəstəliyinin geni aşkar edilərək CFTR (Cystic Fibrosis Transmembrane conductance Regulator) adlandırılmışdır. CFTR geninin sintez etdiyi zülal epitelial hüceyrələrin apikal membranında yerləşən xlor kanallarının fəaliyyətini rəqlə edir (10; 12).

Xəstəlik ağciyərləri və mədəaltı vəzinin funksiyasını zədələyir. Diaqnostik əlamət olaraq xəstə uşağın tərində xloridlərin və natriumun miqdarlarının artmasıdır. Mukovissidoz xəstələrinin 98%-də ağciyər və ya pankreatik simptomatika və tərdə xloridlərin miqdarının artması müşahidə edilir. Yalnız xəstələrin 2%-də tipik klinika ilə yanaşı, tərdə xloridlərin miqdarları normal qatılığa malikdirlər (7; 8; 9). Belə hallarda xəstəliyin diaqnostikası üçün molekulyar-genetik metodlardan istifadə edilərək CFTR genində mutasiya təyin edilməlidir.

CFTR geni 7 saylı xrosomun uzun çiyininin mərkəzində (7q31) ölçüsü 190 kb olaraq 27 ekzondan ibarətdir. CFTR geni ölçüsü 170 kilodalton olan böyük transmembran zülalın sintezində iştirak edir. Mukovissidoz xəstəliyində CFTR genində təsadüf edilən mutasiyaların 70%-ni zülalın 580-ci vəziyyətində fenilalanin aminturşusunun delesiyaı durur. F508 mutasiyalı zülal normal struktura malik olmadığından endoplazmatik retikulumdan çıxıbilmir, davamlılığında və aktivliyində dəyişikliklər müşahidə edilir. CFTR geni üçün mutasiyaların bütün tipləri aşkar edilmişdir. Aşkar edilmiş mutasiyaların təxminən yarısı missens mutasiyaların payına düşür (3; 6.).

CFTR geninin əsas mutasiyaları: del121kb, delf508, del1501507, 1677delTA, 2143delT, 2184insA, 394delTT, 3821delT, G542X, W1282X, N1303K, L138ins, R334W, 3849+10kb C→T mukovissidoza səbəb olan genetik defektlərin 75%-ni təşkil edir. Mutasiyalardan ən geniş təsadüf olunanı delf508-dir. Rusiyada delf508 mutasiyasının təsadüf olunma tezliyi 55-ə bərabərdir. Ümumiyyətlə, CFTR geninin 700-dən artıq mutasiyası identifikasiya edilmişdir ki, bunların da əksəriyyəti nadir təsadüf edilir. Mukovissidozun irsiyyət tipi autosom-recessivdir (1; 4; 11).

CFTR geninin bütün mutasiyaları beş sinfə bölünür:

1.Nonsens mutasiyalar (G542X, W1282X, R553X, 2143delT, 1677delTA);

2.Missens mutasiyalar (del F508, del I 507, N1303 K, S541 I, S549 R);

3. Apikal membrana çatan, lakin mutasiyanı aktivləşdirilə bilməyən CFTR tənzimlənməsində narahatlığa səbəb – missens mutasiyalar (G551 D, G1224 E, S1255 P);

4. Cl<sup>-</sup> ionlarının keçiriciliyinin çətinləşməsinə gətirib çıxaran mutasiyalar (R117 H, R334 W, R347 P);

5. CFTR sintezinin zəifləməsinə səbəb olan mutasiyalar (A455 E, 3849+10kb C-T, IVS8(5T0)).

1-3-cü sinif mutasiyaların təzahür formaları "ağır", 4-5-ci siniflərin mutasiyalarının təzahür formaları isə "yüngül" olur. CFTR geninin mutasiyalarını klinik təzahürlərinə görə dörd qrup üzrə qruplaşdırmaq olar:

- 1) Xəstəliyin inkişafına gətirib çıxarır;
- 2) CFTR ilə əlaqədar xəstəliklərin inkişafına gətirib çıxarır;
- 3) Klinik təzahürü olmur;
- 4) Müəyyən olunmamış bir klinik əhəmiyyətə malikdir.

Beləliklə, müvafiq klinik təzahürləri olan xəstələrdə mukovissidoz diaqnozunu müəyyənləşdirmək üçün mutasiyaların analizi aparılmalıdır (11).

Azərbaycan Respublikasının əhalisində mukovissidoz xəstəliyinin genetik diaqnostikası aparılmamış, CFTR geninin mutasiyaları öyrənilməmişdir.

Beləliklə, Azərbaycan Respublikasının əhalisində mukovissidoz irsi xəstəliyinin CFTR genlərinin genetikasının öyrənilməsinə qarşımıza məqsəd qoymuşuq.

### **Material və metodika**

Müayinə Səhiyyə Nazirliyinin Elmi-Tədqiqat Pediatriya İnstitutuna müraciət etmiş 138 xəstə uşaq və Bakı şəhərinin doğum evlərindən 548 yenidoğulmuş arasında aparılmışdır. Molekulyar diaqnostika məqsədilə material olaraq antikoagulyantlı venoz qandan istifadə edilmişdir.

Tədqiqat məqsədilə molekulyar genetik və biokimyəvi metodlardan istifadə edilmişdir.

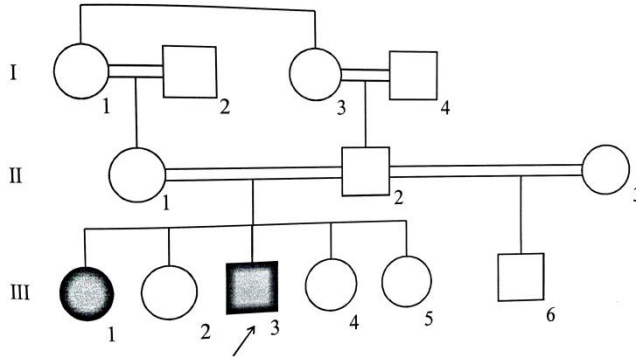
CFTR geninin mutasiyaları ROTOR-GENE aparatında aparılmışdır. Bu məqsədlə tərkibində CFTR geninin altı mutasiyasını saxlayan genetik paneldən istifadə edilmişdir (delF508, W1282X, N1303K, delT2143, 3849+10kb C→T, del2,3-21kb).

CFTR geninin polimorfizmi polimeraza zənsir reaksiyasına (PZR) əsaslanan molekulyar genetik metodların kompleksindən istifadə etməklə həyata keçirilmişdir. Venoz qandan genom DNT-si Almaniya istehsalı olan QIAampgenomic DNA və RNA reaktiv qarışığından istifadə edilmişdir (QIAGEN firması). Ayrılmış genom DNT-nin və amplifikasiya edilmiş DNT fraqmentlərinin intaktlığı 1,7%-li aqaroza gelində ABŞ istehsalı olan PowerPacBasicGelDoc<sup>IM</sup>EZ elektroforez aparatında elektroforez yolu ilə tədqiq edilmişdir. DNT fraqmentlərinin təmizlənməsi xüsusi maqnitlərin üzərində

aparılmışdır (Agencourt AMPure XP PCR purification və SPRIPlate 96 Super Magnet Plate). Təmizlənmiş DNT fraqmentlərinin ikinci dəfə amplifikasiyası aşağıda qeyd olunmuş rejimdə aparılmışdır: 95°S-2 dəqiqə, (95°S-30<sup>I</sup>, 55°S-30<sup>I</sup>, 77°S-2 dəqiqə 30 sikl və 72°S 10 dəqiqə, fasilə 4°S-də. Sonra əldə olunmuş amplifikat “GENOMELabGeXP™ Sequencing” aparatına keçirilib nukleotid ardıcılığı öyrənilmişdir (5).

### Nəticə və müzakirə

138 xəstə uşağın CFTR geninin mutasiyalarının identifikasiyası ROTOR-GENE aparatında tərkibində CFTR geninin altı mutasiyasını (delF508, W1282X, N1303K, delT2143, 3849+10kb C→T, del2,3 (21kb)) saxlayan genetik paneldə aparılmış və dörd xəstədə delF508 mutasiyasının homoziqot forması identifikasiya edilmişdir. DelF508 mutasiyasında fenilalanin aminturşusunu kodlaşdıran tripletin (kodonunun) delesiyası olduğundan sintez olunmuş CFTR zülalının 508-ci vəziyyətində fenilalanin aminturşusunun delesiyası (çatmamazlığı) müşahidə olunur. Nəsil ağacının tərtibi və geneoloji analizi xəstə uşaqların valideynlərində ikinci dərəcəli qan qohumluğunun olması aşkar edilmişdir. A.T. və A.N. bacı və qardaşın nəsil ağacı şəkil 1-də verilmişdir.



Şəkil 1. Homoziqot delF508 mutasiyalı A.T. probandın nəsil ağacı

A.T. probandın nəsil ağacından görünür ki, III-3 – probandda və bacısında – III-1 CFTR geninin delF508 mutasiyasının homoziqot formasıdır. Sibsələrdə – III-2, III-4, III-5 və atanın (II-2) ikinci arvadından (II-1) olan oğlan sibs (III-6) sağlamdırlar. A.T. probandın valideynlərində ikinci dərəcəli qan qohumluğu var: nənələri (II-1 və II-2) bacıdırlar.

CFTR xəstəliyinin müayinə olunmuş 138 xəstə uşaqların arasında fenotipik tezliyi 2,89%, gen tezliyi 0,0145 olmuşdur. Qeyd edək ki, Rusiya Federasiyasının Moskva şəhərində hər il 10, Sankt-Peterburq şəhərində 3-4 uşaq CFTR diaqnozu ilə doğulur.



Mukovissidoz irsi xəstəliyinin irsiyyət tipi autosom-resessiv olduğundan xəstəlik (homoziqota) nəsil ağacında üfqi istiqamətdə paylanır, hər iki cinsi eyni dərəcədə zədələyir və xəstə uşağın hər iki valideyni sağlamdır (heteroziqot). Praktiki sağlam (heteroziqot) valideynlərdə hər növbəti hamiləlikdə xəstə uşağın doğulma riski 25%-ə bərabərdir.

Beləliklə, ilk dəfə olaraq Bakı şəhərinin doğum evlərində 548 yenidoğulmuş və 138 xəstə uşaq arasında mukovissidoz irsi mübadilə xəstəliyinin genetik skriningi aparılmış, mukovissidoz xəstəliyində CFTR geninin bir – delF508 mutasiyası aşkar edilmişdir. CFTR geninin fenotipik tezliyi 2,89%, gen tezliyi 0,0145 olmuşdur (vahid daxilində). Azərbaycan Respublikasında ilk dəfə olaraq yenidoğulmuşlar və xəstə uşaqlar arasında mukovissidoz xəstəliyinin genetik skriningi aparılmışdır. Mukovissidozu idarə edən CFTR genində delF508 mutasiyasına homoziqot, heteroziqot və həm də kompaunt vəziyyəti aşkar edilmişdir.

Azərbaycan Respublikasının əhalisində mukovissidoz irsi xəstəliyinin profilaktikası məqsədilə genetik riskli ailələrin tibbi-genetik konsultasiyası, hamiləlik dövründə xəstəliyin ana bətnində prenatal diaqnostikası və yenidoğulmuşların genetik skriningi nəzərdə tutulur.

#### Nəticə

1. Azərbaycan Respublikasında ilk dəfə olaraq mukovissidoz xəstəliyində CFTR geninin mutasiyaları identifikasiya edilmişdir.
2. CFTR geninin delF508 mutasiyası aşkar edilmişdir.
3. CFTR geninin fenotipik tezliyi 2,89%, gen tezliyi 0,0145 olmuşdur.
4. Mukovissidozu idarə edən CFTR genində delF508 mutasiyasına homoziqot, heteroziqot və həm də kompaunt vəziyyəti aşkar edilmişdir.

#### ƏDƏBİYYAT

1. [https://meduniver.com/Medical/genetika/genetika\\_mukoviscidoza.html](https://meduniver.com/Medical/genetika/genetika_mukoviscidoza.html)
2. <http://www.nvesti.ru/wp-content/uploads/2019/01/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D1%87%D0%BD%D1%8B%D0%B5-%D0%B2%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8-1-6-2019-1.pdf>.
3. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/entrez/dispmim.cgi?id=219700>
4. Введение в молекулярную диагностику / Под редакцией академика РАН и РАМН М.А. Пальцева. Введение в молекулярную диагностику / Под редакцией академика РАН и РАМН М.А. Пальцева. «Изд. Медицина», 2011, 503 с. М.: Изд. Медицина, 2011, 503 с.
5. Геномика-медицине. Научное издание / Под ред. академика РАМН В.И.Иванова и академика РАН Л.Л.Киселева. М.: Академкнига, 2005, 392 с.

6. Борьба с наследственными болезнями / Доклад научной группы ВОЗ. Женева, ВОЗ, Доклад 865, 1997, с.33
7. Application information. Purification of GENOMELAB™GeXPSequencing Productions using SPRICleanSEQ<sup>R</sup> MagneticBeards. CEQ 2000, CEQ 2000XL, CEQ 8000, CEQ 8800 &GeXP Instruments BECKMAN COULTER. Application Team Europe.
8. *Boucher R.C.* Status of gene therapy for cystic fibrosis lung disease. // *J Clin Invest.* 1999. v.103. p.441-446
9. *Crystal R.* Gene Therapy for Cystic Fibrosis: Lessons Learned and Hurdles to success. // *Pediatric Pulmonology.* 1995. Suppl.12 p.67-68
10. *Crystal R.G., McElvaney N.G., Rosenfeld M.A. et al.* Administration of an adenovirus containing the human CFTR cDNA to the respiratory tract of individuals with cystic fibrosis // *Nature Genetics.* 1994. V. 8. p.42-51
11. *McKusick A.* Mendelian inheritance in man. Tenth edition, London, 2002, p. 2115.
12. *White G.A., O'Riordan C.R., Smith A.E.* Defective intracellular transport and processing of CFTR is the molecular basis of most cystic fibrosis // *Cell.* 1990. v.63, p.827-834

UOT 053

*İ.N.İsmayılov*

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
isanamazoglu@rambler.ru*

## **FİZİKANIN TƏDRİSİNDƏ “MOLEKULYAR-KİNETİK NƏZƏRİYYƏ”NİN ƏSASLARINA AİD FUNDAMENTAL TƏCRÜBƏLƏR, ONLARIN ELMİ-NƏZƏRİ VƏ METODİKİ ƏSASLARI**

*Açar sözlər: atom, molekul, Broun, Perren, Reley, Ştern təcrübələri, ölçü, kütlə, MKN*

Məqalədə Molekulyar fizikanın əsasını təşkil edən MKN-nin əsaslarına baxılaraq bəzi fundamental anlayışlara (Molekul və atom) münasibət bildirilmiş, onların materiyanın istilik hərəkətində olmasını təsdiq edən Broun hərəkətinin nəzəri əsaslarına aid Eynşteynin ideyalarına baxılmış, MKN-nin əsasları üzrə mövcud olan fundamental təcrübələr araşdırılaraq onların kompüter modellərinin mahiyyəti şərh edilmiş, müvafiq nəticə ilə ümumiləşdirilmişdir.

Aparılan təhlillər zamanı müəyən edilmişdir ki, fundamental təcrübələrin kompüter modellərinin multimedia texnologiyası ilə audiovizual və dinamik şəkildə canlandırılması şagirdlərin ən mürəkkəb fiziki prosesləri daha yaxşı başa düşmələrinə kömək edir, tədris prosesinin optimallaşdırılmasını təmin edir.

*И.Н.Исмаилов*

## **ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ И ИХ НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

*Ключевые слова: атом, молекула, опыт Броуна, Перрена, Релея и Штерна, измерение, масса, МКТ*

В статье рассматриваются основы МКТ, которые лежат в основе молекулярной физики и выражаются их отношение к некоторым фундаментальным понятиям (молекула и атом), которые отражают теоретическую основу Эйнштейна в действиях Броуна, которая подтверждает, что материя находится в движении тепла; исследуя фундаментальные эксперименты на основе МКТ интерпретируется суть их компьютерных моделей, обобщаются с соответствующими выводами.

В ходе анализа было установлено, что аудиовизуальное и динамическое совершенствование основных концепций компьютерных моделей с использованием мультимедийных технологий помогает учащимся лучше

понимать самые сложные физические процессы, оптимизировать учебный процесс.

*I.N.İsmayılov*

## **FUNDAMENTALS OF MOLECULAR-KINETIC THEORY IN TEACHING PHYSICS, AND THEIR SCIENTIFIC THEORETICAL AND METHODOLOGICAL FOUNDATIONS**

**Keywords:** *atom, molecule, experiment Brownian, Perren, Reley and Stern, size, mass, MKT*

The article discusses the foundations of MKT, which underlies molecular physics and expresses its relationship to some fundamental concepts (Molecule and atom), which reflect the theoretical basis of Einstein in Brown's actions, which confirms that matter is in motion of heat, and fundamental experiments based on MKT (Broun, Reley, Peren, Stern) and interpreted the essence of their computer models and summarized with the corresponding result.

During the analysis, it was found that the audiovisual and dynamic improvement of the basic concepts of computer models using multimedia technology helps students better understand the most complex physical processes and optimize the learning process.

Ümumtəhsil məktəblərinin fizika fənn kurikulumuna (proqramına) müvafiq olaraq X sinifdə «Molekulyar fizika» bölməsinin öyrənilməsi "Molekulyar kinetik nəzəriyyənin" (MKN) əsaslarına aid tədris materialları ilə başlayır.

Məlumdur ki, məktəbdə fizika fənninin öyrənilməsi VI sinifdən başlayır. Bu sinif üçün tərtib edilmiş fizika dərslində MKN-nin elementlərinə səthi də olsa toxunulur və bəzi əsas anlayışlar (*atom, molekul*) haqqında bəsit məlumat verilir. Bu zaman bir sıra məsələlərə: məsələn, qabdakı su buxarlanır, zaman keçdikcə külək və yağış dağı aşındırır, pilləkən xarab olur, bərk cismləri xırdalamaq mümkündür, qırılmış və ya parçalanmış cismi bəzən birləşdirmək olur, bəzən isə yox. Nə üçün? kimi suallara cavab vermək lazım gəlir.

Çoxlu sayda bu tipli məsələlərlə əlaqədar insanlar, qeyri-iradi olaraq fasiləsiz və fasiləli baş verən fiziki hadisələr haqqında düşünərək onlar arasındakı ziddiyyət və qarşılıqlı əlaqə haqqında müəyyən nəticələrə gəlmişlər. Bu da maddələrin quruluşu, daha doğrusu, maddi obyektlərin – bərk, maye və qaz cismlərin – quruluşu problemini həll etdi. Bu zaman təbii belə bir sual meydana çıxır, cism – fasiləsiz başlanğıcların birləşməsidir yoxsa ayrı-ayrı hissəciklər sistemidir?

Müşahidələr və düşüncələr nəticəsində bu sualın cavabı e.ə. V əsrdə mütəfəkkir Levkip, daha sonra isə onun şagirdi Demokrit tərəfindən irəli sürüldü.

Demokrit öz atom hipotezində iddia edirdi ki, hər bir cismin bölünmə həddi var. Onun fikrincə, bu hədd atomdur (*yunan dilində: atomos – bölünməz*). Bir əfsanəyə görə, sonsuz bölünmənin qeyri-mümkünlüyü ideyası Demokritin ağılına alma dilimləyərkən gəlib və bu da ən kiçik materiya hissəsini – “atom” – adlandırmasına səbəb olub. Görünməz, lakin müəyyən xassələrə malik (*hərəkətli və qarşılıqlı əlaqəli, “hiss edilən”*) cismlərin mövcud olması fikri həqiqətən də dahiyənədir. Maddənin diskret quruluşu, maddənin fəza boşluqları ilə ayrılan hissələrdən təşkil olunması fikri atom hipotezini təcəssüm etdirirdi və müşahidələr əsasında meydana gəlmişdi. Həmin dövrdə nə elm, nə elmi metod, nə də elmi eksperiment mövcud deyildi.

Atom hipotezi minilliklər boyunca unudulmuşdu. Bu heç də təsadüfi deyildi. Orta əsrlərdə təbiət araşdırmaları ağılaşırmaz idi, “Tanrı təbiəti yaradıb, təbiət qanunları yoxdur, Tanrı qanunları var. Təbiət yalnız eyhamdır”. Buna görə də Demokritin ölümündən bir neçə onillər sonra atom hipotezi Aristotel tərəfindən qəti rədd edilmişdi. Təbiətin necə “yaradıldığını”, yoxsa həmişə mövcud olduğunu anlamağa cəhd etmədən onu araşdıran təbiət elmləri meydana gəldi.

Aristotel öz nüfuzu sayəsində atom hipotezini unutturmağa nail olduqdan sonra yalnız XIII-XIV əsrlərdə yenidən atomizm tərəfdarları meydana çıxdı və yalnız XVII əsrdə elmə yenidən atom anlayışı daxil oldu və molekul anlayışı meydana gəldi (fransalı alim Pyer Qassendinin əsərlərində). Daha bir 100 ildən sonra atomizm ideyaları M.V.Lomonosovun tədqiqatları ilə inkişaf etdi. Lakin yalnız ingilis alimi Con Dalton atomları kəmiyyətcə təsvir etdikdən sonra atom hipotezinin yenidən canlanmasından danışmaq mümkün oldu. Uzun müddət ərzində atom nəzəriyyələri, əsasən, C.Dalton, A.Avoqadro (1776-1856), D.İ.Mendeleyev (1834-1907) və başqalarının araşdırmalarıyla inkişaf etdi. 1860-cı ildə kimyaçı-alimlərin konqresində “*atom*” və “*molekul*” anlayışlarının fərqi haqqında xüsusi qərar qəbul edildi. Atom və molekulyar nəzəriyyənin əsas tərəfdarı avstriyalı fizik L.Bolsman olmuşdur. O, bütün ömrünü molekulyar-kinetik nəzəriyyənin yaradılmasına həsr etmişdi, lakin maddə hissəciklərinin mövcudluğunu qəti şəkildə sübut edən təcrübələrin həyata keçirilməsini görmədən vəfat etmişdir.

Atomizm nəzəriyyəsinin əleyhdarları sırasında alman fiziki F.Ostvald (1853-1932), avstriyalı fizik və filosof E.Max (1838-1916) olmuşdur. 1901-ci ildə Ostvald kimi məşhur bir fizik-kimyaçı alim öz mühazirələrinin birində qeyd etmişdir ki, “Maddələrin quruluşunun atom nəzəriyyəsinə kitabxananın tozu içərisində çürüyərək məhv olmuş bir şey kimi atmaq lazımdır”.

Lakin atom nəzəriyyəsinin təşəkkülündə həlledici rol oynamış nəzəri və praktik tədqiqatlardan biri və əsası 1827-ci ildə mayedə asılı olan kiçik hissəciklərin hərəkətini aşkar edən ingilis botaniki R.Brounun (1773-1858)

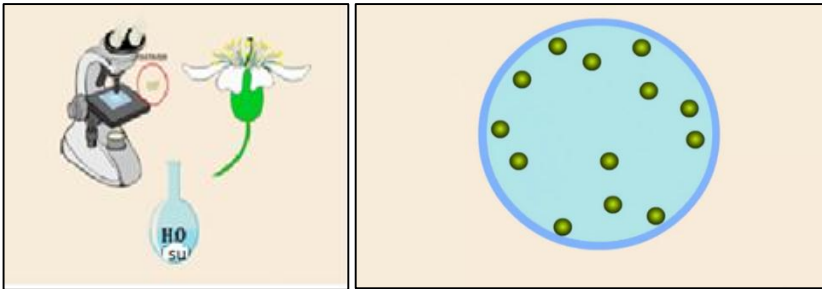
təcrübələri olmuşdur. Bu təcrübə sonralar MKN-nin yaranmasına səbəb olmuş və onun müddəalarının formalaşmasına imkan yaratmışdır.

Molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsasını çoxlu sayda təcrübi faktların ümumiləşdirilməsindən əldə edilmiş aşağıdakı müddəalar və nəzəriyyənin inkişafında xüsusi əhəmiyyət kəsb edən bir sıra anlayışlar (atom, molekul) təşkil edir:

1. Bütün maddələr çoxlu sayda atom və molekulardan ibarətdir.
2. Maddəni təşkil edən atom və molekul daimi xotik hərəkətdədir.
3. Molekullar (və ya atomlar) arasında qarşılıqlı təsir mövcuddur.

Molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsas müddəalarını təsdiq edən təcrübi faktlardan yalnız ikisi: Broun hərəkəti və diffuziya hadisəsi haqqında qısa məlumat verməklə də kifayətlənmək olardı. Lakin qeyd edək ki, bu sahədə xeyli təcrübələr aparılmışdır. Bir-biri ilə təmasda olan cismlər (bərk-bərk, bərk-maye, bərk-qaz, maye-maye, maye-qaz və qaz-qaz) heç bir xarici təsir olmadan, özbaşına bir-birinə nüfuz edə bilir. Bu hadisə diffuziya adlanır. Maddələri təşkil edən atom, yaxud molekul daimi xotik hərəkət etməsəydilər, sözsüz ki, diffuziya hadisəsi baş verə bilməzdi. Bu hadisə ilə MKN-nin müddəaları təsdiq edilmiş oldu.

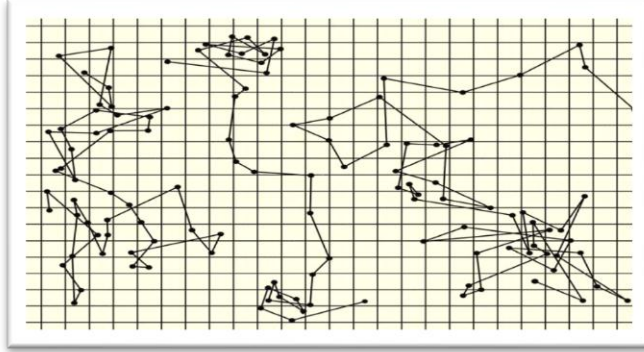
Molekulların hərəkətinin ən əsas sübutlarından biri broun hərəkətidir. Maddə hissəciklərinin arasıkəsilmədən xotik hərəkət etmə hadisəsi təcrübi olaraq 1827-ci ildə ingilis botaniki Broun tərəfindən müşahidə olunmuşdur. R.Broun mikroskop altında tərkibində çiçək tozcuqları olan kiçik bir maye damcısını (bu mayədə asılı vəziyyətdə çoxlu sayda bərk hissəcik var idi) nəzərdən keçirib gördü ki, bu hissəciklər bir yerdə dayanmır (şəkil 1), nizamsız hərəkət edir və bu zaman ziqzaq formalı mürəkkəb trayektoriyalar təsvir edilir.



**Şəkil-1**

Mayədə asılı hissəcikləri broun hissəcikləri, onların hərəkətini isə Broun hərəkəti adlandırdılar. Çiçək tozcuqlarının hərəkətini izah etmək məqsədilə Broun bütün mümkün hipotezləri önə sürdü, sonra isə onları eksperimentlər vasitəsilə yoxladı. Məsələn, o, hissəciklərin canlı olduğunu, onların hərəkətinin temperatur dəyişkənliyi və ya işıq dəyişkənliyi səbəbindən yaranan təzyiqli fərqi ilə maye axınının nəticəsi olduğunu və s. düşündü. Lakin müşahidələr göstərdi

ki, hissəciklər bir-birindən asılı olmadan fərqli istiqamətlərdə hərəkət edir (şəkil-2).



**Şəkil-2**

XIX əsrin ikinci yarısında Broun hərəkəti fransız fiziki A.J.Qyui tərəfindən ətraflı tədqiq edildi. Broun hissəciklərinin hərəkət xüsusiyyətində bir fərq yaratmaq üçün o, gündüzlər ağır ekipajların keçdiyi səs-küylü küçədə yerləşən laboratoriyada, gecələr isə sakit bir kənddə zirzəmidə təcrübələr apardı. Lakin heç bir fərq aşkar edə bilmədi. Ekipajların hərəkəti səbəbindən təkənlər broun hissələrinin hərəkətinə heç bir təsir göstərmədi, sadəcə ümumilikdə maye damcısını hərəkətə gətirdi.

Polşalı fizik Vodaşevskiy 1881-ci ildə göstərdi ki, Broun hərəkəti yalnız mayələrdə deyil, qazlarda da baş verir. O, mikroskop altında tərkibində kömür hissəcikləri olan tütün tüstüsünü nəzərdən keçirdi. Onlar Broun təcrübələrindəki çiçək tozcuqları ilə eyni tərzdə hərəkət edirdilər.

Havadakı tozcuqlar da Broun hərəkəti edir. Onu müşahidə etmək üçün pəncərəni qalın pərdə ilə bağlayıb günəş şüasının keçməsi üçün kiçik bir hissə saxlamaq lazımdır, bu zaman qaranlıq otaqda tozcuqların işıqda “rəqsini” görmək mümkün olacaq. Broun hərəkətinin səbəbinin düzgün izahı 50 il sonra belçikalı alim Karbonel tərəfindən verildi. O, göstərdi ki, mikroskopik hissəciklərə onları əhatə edən mayedəki molekul və atomlar tərəfindən təkənlər verildiyi üçün hərəkət edirlər. Bu izahın dolaylı sübutlarından biri broun hissəciklərinin hərəkət intensivliyinin ölçülərindən asılılığıdır. Bunu həm Broun, həm də digər tədqiqatçılar müşahidə etmişdir. Fransız Qyui eksperimentlə göstərdi ki, Broun hərəkətinin intensivliyi temperaturdan da asılıdır: hərəkət temperaturun artması ilə sürətlənir. Broun hərəkətinin səbəbi sualına yekun cavab 1911-ci ildə fransız fiziki Dyunuaye tərəfindən verildi. O, molekulların düz xətləli hərəkətinin bir-birləri ilə toqquşmaları nəticəsində pozulduğunu sübut etdi.

Beləliklə, broun hərəkəti molekulların mövcud olduğunu və hərəkət etdiyini, həmçinin bu hərəkətin fasiləsiz, nizamsız xarakterini sübut etdi. Broun

hərəkətinin nəzəriyyəsinin yaradılması və onun eksperimental sübutu maddə quruluşunun molekulyar-kinetik nəzəriyyəsinin qələbəsinə çevrildi.

Yalnız maddələrin diskret quruluşu hipotezi əsasında bu hissəciklərin hərəkətini izah etmək mümkün oldu. Lakin XIX əsrdə atom ideyaları sadəcə kiçik bir qrup elmi cəmiyyət nümayəndəsi tərəfindən qəbul edildiyi üçün Broun təcrübələrinin əhəmiyyəti XX əsrin əvvəllərində anlaşıldı, 1905-ci ildə A.Eynşteyn Broun hərəkətinin nəzəriyyəsinə yaratdı. O, mexanika qanunlarına istinad edərək isbat etdi ki, *hər bir zərbə intervallarına sərf olunan zaman zərrəciyin həmin andakı yerdəyişməsinin kvadratı ilə mütənəsbdir. Yəni  $\Delta\tau \sim (\Delta s)^2$  bunu bərabərlik şəklində ifadə etsək, onda yazıla bilər ki,  $\Delta\tau = k(\Delta s)^2$ .* Buradakı k-əmsali temperaturdan, mayedəki zərrəciklərin konsentrasiyasından və mayenin fiziki-kimyəvi xassəsindən asılıdır.

Bundan sonra A.Eynşteynin bu sahədə apardığı tədqiqatı ümumiləşdirərək riyazi formada ifadə olunan düsturu təqdim edərək şərh etməliyik.

Eynşteyn göstərmişdir ki, broun hissəciyinin yerdəyişməsinin kvadratının orta qiyməti  $\overline{(\Delta x)^2} = b \frac{T}{N_A} \Delta t$  düsturu ilə ifadə olunur. Bununla da o, Broun hərəkətinin nəzəri əsaslarını verərək bu sahədə aparılan tədqiqatları yekunlaşdırmışdır.

Broun hərəkətinin öyrənilməsindən aşağıdakı nəticələr çıxdı:

1. Broun hərəkətinin səbəbi hissəciklərin yerləşdiyi mühitin molekullarının hərəkətidir. Hər bir kiçik zaman anında broun hissəcikləri ilə molekullar toqquşur. Fərqli tərəflərdən hissəciyə zərbə endirən molekulların sayı qeyri-bərabərdir, modul və istiqamətlər fərqlidir; müvafiq olaraq hissəciyə müxtəlif tərəflərdən verilən impulslar bir-birini kompensasiya etmir və hissəciyə sıfıra bərabər olmayan son qüvvə (əvəzləyici qüvvə) təsir edir. Hissəcik bu qüvvənin təsiri istiqamətində hərəkət edir. Növbəti zaman anında kompensasiya olunmayan impuls hissəciyin başqa istiqamətə hərəkət etməsinə səbəb olur.

2. Broun hərəkəti molekulların istilik hərəkəti olub, heç vaxt dayanmır, daimidir.

3. Hissəciklərin molekullarla toqquşması təsadüfi olduğundan Broun hərəkəti nizamsızdır. Lakin çoxsaylı müşahidələr nəticəsində məlum olur ki, o, statistik qanuna tabe olur: broun hissəciyinin yerdəyişməsi müəyyən tərzdə zamandan asılıdır. Eyni zaman aralığında broun hissələrinin yerdəyişməsi eyni deyil, həmçinin onların OX oxunda proyeksiyaları da fərqlidir:  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_N$ . Yerdəyişmə proyeksiyalarını kvadrata yüksəltsək

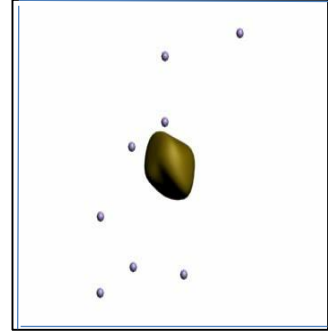
$$\overline{(\Delta x)^2} = \frac{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_N)^2}{N}$$



deməli, A.Eynşteyn və polşalı fizik-nəzəriyyəçi M.Smoluxovskinin nəzəriyyəsinə əsasən yerdəyişmə proyeksiyasının orta kvadratı  $(\Delta x)^2 - \tau$  zamanı ilə düz mütənasibdir.

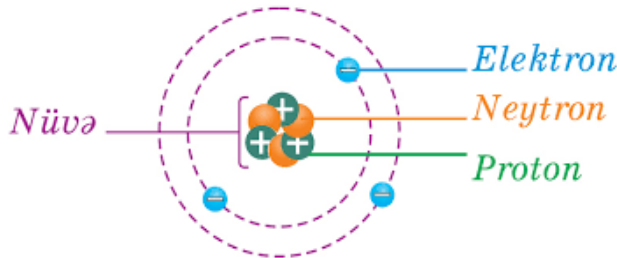
4. Broun hərəkətinin intensivliyi temperaturun yüksəlməsiylə artır, dəqiqliklə desək: hissəciyin yerdəyişməsinin orta kvadratı temperaturla düz mütənasibdir.

Bütün qeyd edilən məsələlərin qısa şərhindən sonra Broun hərəkətini əks etdirən kompüter modelini nümayiş etdirməklə şagirdlər verilmiş izahı əyani müşahidə edərək mikroaləmdə baş verən proseslərin şahidi olurlar (şəkil 3). Bu da onlarda biliklərin sistemli şəkildə formalaşmasını təmin edir. Hal-hazırda atom və molekulların mövcudluğu heç kimdə şübhə doğurmur. Lakin “müasir” atom, prinsip etibarilə, “Demokritin atomundan” fərqlənir, çünki XX əsrdə elmə atomun mürəkkəb quruluşu məlum oldu.



Şəkil-3

**Atom-** müsbət yüklü nüvədən və onun ətrafında hərəkət edən mənfi yüklü elektronlardan ibarət mürəkkəb əlaqəli sistemdir (şəkil-4).



Şəkil-4

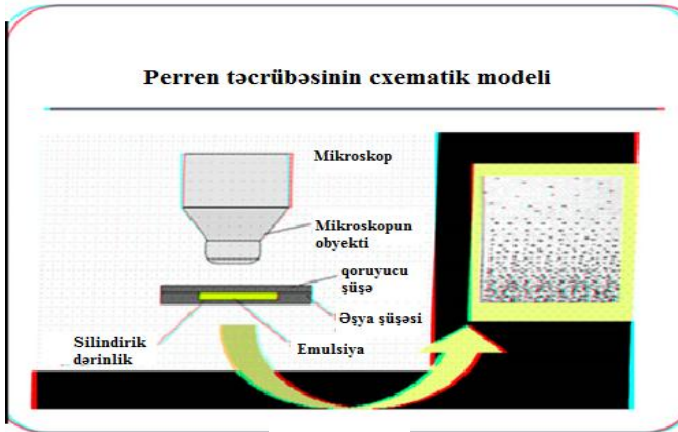
Atomun quruluşca tərifindən başqa onun mahiyyətə də izahı aşağıdakı kimidir: atomu elementin kimyəvi xassələrini daşıyan (əks etdirən) ən kiçik zərrəcik kimi də izah etmək olar.

**Molekul** – atomlardan ibarət mürəkkəb əlaqəli sistemdir. Molekula atomdan fərqli olaraq maddənin fiziki və kimyəvi xassələrini daşıyan və özündə saxlayan ən kiçik dayanıqlı zərrəcik kimi də baxmaq olar.

Atom-molekul anlayışı quruluşca və mahiyyətə formalaşmaqla bərabər onların bəzi parametrlərinin təyini bir sıra fizik-alimləri düşündürməyə başladı. Daha dəqiq desək, onların ölçülərini təyin etmək qarşıya məqsəd qoyuldu. Bu sahədə aparılan tədqiqatlardan biri molekulun kütləsinin təyini ilə əlaqədar fizika elminə fundamental təcrübə kim daxil olmuş fransız fizik-alimi Jan Batist

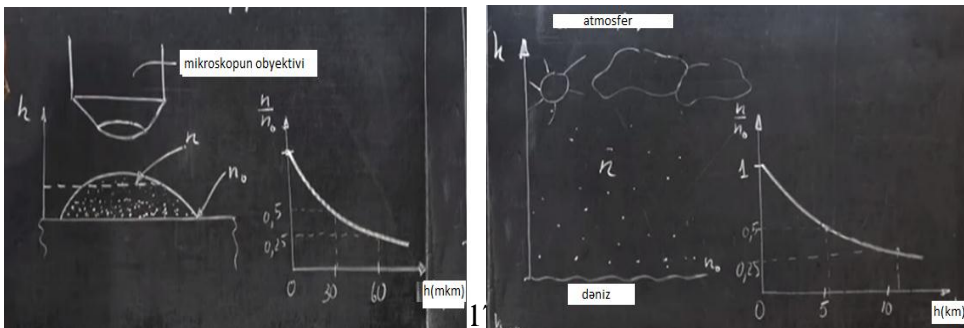
Perrenin adı ilə bağlıdır. Perren suda həll olunmuş qumiqut qatışıqlı mayenin bir damcısında broun hərəkətini müşahidə etmişdir. O, bir damcı qumiqut qatışıqlı mayeni şüşənin üzərinə tökərək ellips formasında yayılmış damcının içərisində broun hərəkətini mikroskopla müşahidə edərək 1908-ci ildə atom və molekulun kütləsini təyin etdi. Fizika tarixinə öz əhəmiyyətinə görə fundamental təcrübə kimi daxil olan bu təcrübənin modeli aşağıdakı kimidir (şəkil-5). Model nümayiş edilərək təcrübənin gedişi haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

Perren təcrübənin gedişi zamanı müşahidə etmişdir ki, zərrəciklər, əsasən damcının ellips formasında yayıldığı səthin ən aşağı təbəqəsində daha çox və sıx yerləşir. Foksun yönəldiyi qat çox aydın göründüyündən bu qatın alt və üst təbəqələrindəki qatlarda zərrəciklərin sıx və seyrək olduğu mikroskopla asanlıqla müşahidə edilmişdir (şəkil 5).



**Şəkil-5**

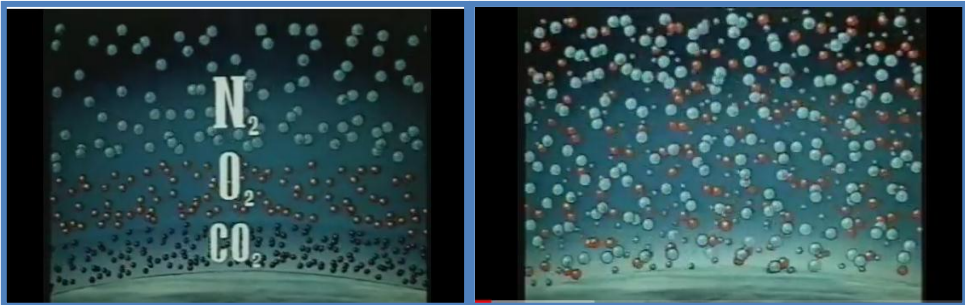
Mikroskopun obyektivində aydın görünürdü ki, aşağı səthdəki təbəqələrdə zərrəciklər yuxarı təbəqələrə nəzərən daha sıx yerləşirlər. Yəni yuxarı qaxdıqca zərrəciklərin seyrəkliyi mikroskopun obyektivində çox aydın görünürdü. Yaxşı olar ki, müəllim bu mənzərəni lövhədə çəkərək onun üzərində müvafiq əməliyyatları qrafiklər əsasında izah etsin (şəkil- 6 a, b).



**Şəkil-6(a,b)**

Şəkil 6(a) – da ellips formalı damcının üst təbəqəsindəki molekulların konsentrasiyası  $n$ , alt səthdəki molekulların konsentrasiyası  $n_0$ -la işarə edilməklə, onların nisbəti şaquli oxda (şəkil 6 b) damcının hündürlüyü şərti olaraq  $nm$ -lə üfiqi ox üzərində qeyd edilərək müvafiq qrafik qurulmuşdur. Bu zaman belə bir sual meydana çıxmışdır. Nə üçün zərrəciklərin konsentrasiyası damcı səthinin aşağı təbəqəsində daha sıxdır? Məlumdur ki, bu zərrəciklərə molekulların hərəkəti təsir edir. Əslində zərrəciklərin özünü də daha iri molekul kimi qəbul etmək olar. Perren daha sonra atmosferlə əlaqədar başqa bir təcrübəyə müraciət etmişdir. Şəkil 6(b)-də dəniz səviyyəsindən yuxarıda atmosferdə havanın atmosfer qatında molekulların konsentrasiyasını və yuxarıya qalxdıqca hər 5,5 km-dən atmosfer təzyiqinin dəyişməsinə müvafiq qrafik quraraq hər iki qrafikin eyni nəticə verdiyinə əmin olmuşdur.

Biz atmosfer havasının əhatəsində yaşayırıq. Onda soruşulur, bizi əhatə edən qazların atomları nə üçün ağırlıq qüvvəsinin təsirindən Yer təbəqəsinin üzərinə tökülmür. Çünki atmosferdə olan bütün qaz atomları broun hərəkətindədir. Onlar bir-birinə təsir edərək hərəkət etdikləri üçün bir-birini itələyirlər. Yəni atmosferi təşkil edən qaz molekul və atomları istilik hərəkətində olduqlarından, onlar xaosik hərəkət edir və bir-birinə endirdikləri zərbələrin təsirindən yerin səthinə tökülmürlər (şəkil 7).



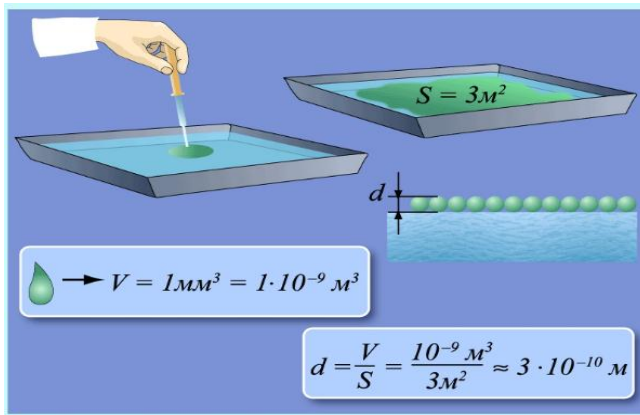
Şəkil-7. Atmosferdə hava molekullarının yerləşməsi

Yer atmosferində hava qatının yerləşməsi də Broun hərəkətinin hesabına baş verir. Həm də yerin səthində molekulların sıx yerləşməsi müşahidə edilir. Qaz molekullarının xaosik hərəkəti onların yer səthinə, maye damcısının içərisindəki zərrəciklərin onun alt səthinə tökülməsinə imkan vermir. Bunun əsas səbəbi broun hərəkətidir. Perren hər iki qrafiki müqayisəli təhlil edərək oksigen molekulunun kütləsini təyin edə bilmişdir. Bundan başqa o, qumiqut maddəsini suda həll edərək, ilk dəfə Molyar kütlədən və Avoqadro ədədindən istifadə etməklə də oksigen molekulunun kütləsini təyin etmişdir.

$$m_0 = \frac{m}{M} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{M}{N_A}$$

Oksigen molekulunun kütləsi  $O_2 = 5 \cdot 10^{-26} \text{ kq}$ , Azot molekulunun kütləsi isə  $m_{0N_2} = 2.14 \text{ a.k.v.} = 28 \text{ a.k.v.} = 28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 46,5 \cdot 10^{-27} \text{ kq}$  müəyyən edilmişdir. Beləliklə, MKN-nin ikinci müddəası öz təsdiqini hərtərəfli tapdı. Broun və Perrenin eksperimentlərini ona görə fundamental hesab etmək olar ki, onlar molekulyar-kinetik nəzəriyyənin əsasını qoydu və əsas müdələrin doğruluğunu təsdiq etdi.

Bu təcrübələrdən sonra molekulun ölçüsünün təyini ilə əlaqədar aparılmış fundamental təcrübələrdən biri də XX əsrin əvvəllərində, yəni 1890-cı ildə yerinə yetirilmiş, lord Reley tərəfindən aparılmış təcrübə hesab edilir. Bu təcrübə ilə Reley molekulyar fizikada çox böyük dönüş yaratdı. Bu vaxta qədər maddənin quruluşu ilə əlaqədar kimyada çoxlu təcrübələr aparılsa da, Releyə qədər heç kim belə təcrübə qoymağa təşəbbüs etməmişdir. Halbuki Ernest Max XIX əsrdə atom-molekul anlayışının qəti ələhinə idi. O, bu anlayışı mücərrəd hesab etməklə, onu yalnız təsəvvürdə canlandırmağı təklif edirdi. Bu təcrübə ilə Reley Maxizm ideyalarını alt-üst etdi. Təcrübə çox sadə olsa da, mahiyyətə olduqca qiymətli hesab edilirdi. O, bir damcı zeytun yağını ölçüləri məlum olan vannadakı suyun üzərinə tökərək bütün səthdə suyun yayılmasını mikroskopla izləmişdir (şəkil-8).



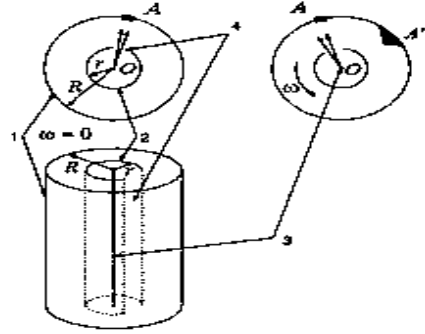
**Şəkil-8**

Suyun səthində yağ təbəqəsinin lipidləri tam suya bataraq molekulun ölçüsündə yayılana qədər izlənməmiş və onun həcmi ilə səthin nisbətindən istifadə olunaraq molekulun diametri hesablanmışdır.

Məktəbdə fizikanın tədrisində nəzəri təhlillə yanaşı, eksperiment və təcrübə nümayişinə də xüsusi yer verilməlidir. Praktikada əldə edilən biliklər həqiqət meyarı olur, başqa sözlə desək, təlim prosesində əldə edilən biliklərin təcrübədə yoxlanılması, onların doğruluğu şagirdlərdə çox böyük inam yaradır. Həmçinin hadisələrin canlı müşahidəsi nəticəsində şagirdlər fiziki hadisə və prosesin əsl mahiyyətini daha yaxşı anlayaraq mənimsəyirlər. Fizikanın tədrisi

eksperiment və təcrübə nümayişi əsasında qurulduqda şagirdlərdə fiziki hadisələri öyrənməyə maraq artır, həmçinin çoxlu sayda hiss üzvləri təlimdə fəaliyyət göstərdiyindən öyrənilən proses daha yaxşı yadda qalır.

Məlumdur ki, ümumtəhsil tam orta məktəbdə MKN-nin inkişafına aid mövcud fundamental təcrübələrdən biri də molekulların sürətinin təyininə həsr edilmiş Ştern təcrübəsidir. Molekulların hərəkət sürətini təcrübi yolla ilk dəfə 1920-ci ildə Ştern təyin etmişdir. Şternin istifadə etdiyi eksperimental qurğu bir-birinə sərt şəkildə bağlanmış, eyni fırlanma oxuna malik iki silindrdən ibarətdir (Şəkil-9). Daxili silindr boyunca ensiz yarıq açılmışdır və xarici silindrin daxili səthinə həmin yarığa perpendikulyar metal lövhə yerləşdirilmişdir. Silindrlərin oxu platin teldən ibarətdir və üzərinə gümüş təbəqəsi çəkilmişdir. Telə cərəyan verildikdə, o, isinir və gümüş buxarlanmaya başlayır. Beləliklə, daxili silindr gümüş atomlarının qazı ilə dolur.



Səkil-9

Gümüş atomlarının silindr daxilindəki hava molekulları ilə toqquşmaması üçün onun daxilindəki hava sorulur. Gümüş atomları həmin kəsikdən keçərək metal lövhənin üzərinə çökür. Silindrlər hərəkətə gətirildikdə isə gümüş atomları (1) silindrin daxili səthində əvvəlki yerə deyil, hərəkətsiz silindrlər halında meydana gələn zolaqdan bir qədər uzağa düşəcəkdir, çünki gümüş atomlarının silindr (2)-dən (1)-ə doğru hərəkəti üçün lazım olan müddətdə silindrlər müəyyən bucaq altında dönəcəkdir, bir qədər yerini dəyişəcəkdir. Proses bu cür izah edilir: gümüş atomları fərqli sürətə malikdir və silindr (1)-in daxili səthinə fərqli müddətdə çatırlar. Atomların sürəti nə qədər yavaş olarsa, onlar yarığın əks tərəfindəki yerdən o qədər uzağa çökəcəklər. Atomların sürəti nə qədər çox olarsa, həmin yerə o qədər yaxın olacaqlar.

Təcrübə göstərdi ki, həm “sürətli”, həm də “yavaş” atomlar az saydadır. Onların əksəriyyəti müəyyən orta sürətlə hərəkət edirlər. Sürəti  $v$  olan gümüş atomları  $R-r$  məsafəsini  $t = \frac{R-r}{v}$  müddətə qət edirlər.  $l = R\varphi$ ,  $\varphi = \omega t$  olduğundan  $l = \frac{R\omega(R-r)}{v}$  alınır. Cihazın öz ətrafında fırlanma tezliyi ilə dairəvi tezlik arasındakı  $\omega = 2\pi\nu$  asılılığından istifadə etsək, təcrübədən atomların sürəti üçün aşağıdakı düstur alınır:

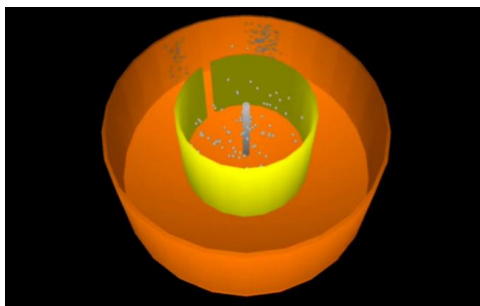
$$v = \frac{2\pi\nu R(R-r)}{l}$$

Ştern təcrübəsi müəyyənləşdirdi ki, 120 °C temperaturda əksər gümüş atomlarının sürəti 500-625 m/s intervalında olur. Təcrübə şərtləri dəyişdirildikdə, məsələn, telin temperaturu, hazırlandığı maddə dəyişəndə sürət də dəyişir, lakin atomların paylanma xarakteri dəyişmir. Buradan belə bir nəticə əldə edilir ki, molekulların sürətə görə paylanması müəyyən qanuna uyğundur. Sonra Maksvell nəzəri olaraq molekulların sürətə görə paylanması qanununu formalaşdırdı, bu qanun Maksvelin paylanma qanunu adlanır. Daha sonra bu qanun Şternin təcrübələri sayəsində eksperimental təsdiqini tapdı. Şternin təcrübəsi də fundamental fiziki eksperimentlərə aiddir və maddə quruluşunun molekulyar-kinetik nəzəriyyəsinin əsas müddələrinin doğruluğunu sübut edir.

Təcrübənin kompüter modeli ilə bütün proses əyaniləşdiyindən baş verən hadisələrin hesablanması asan və rahatdır. Şagirdlər isə təcrübənin mahiyyətini yüksək səviyyədə dərk edərək onu tam başa düşürlər.

Ümumiyyətlə, nəticə olaraq deyə bilərik ki, fizika təlimində istifadə olunan kompüter modelləri şagirdlərin fənnə maraqlarını artırmaqla onlarda tədris materialının öyrənilməsinə güclü həvəs oyadır, şagirdlərin məntiqi, bədii və obrazlı təfəkkürlərinin inkişafını təmin edir. Aparılan təhlillər zamanı müəyyən olunmuşdur ki, MKN-nin əsasları üzrə bütün fundamental təcrübələrin (*Broun, Peren, Reley, Ştern*) mahiyyəti kompüter modelləri əsasında daha asan başa düşülür. Həmin dövrdə molekulyar fizikanın inkişafı sahəsində nəhəng işlər görmüş adları qeyd edilən alimlərin həyat və yaradıcılıqları ilə birlikdə onların elmi ideyalarının fiziki mahiyyəti müqayisəli şəkildə izah edilərək başa salınması daha məqsədəuyğundur.

Bu zaman fundamental təcrübələrin kompüter modelləri vasitəsi ilə nümayişi fiziki hadisələrin elmi əsaslarının yaxşı başa düşülməsini təmin etməklə, şagirdlərin **obrazlı, məntiqi, əməli, yaradıcı, eksperimental və texniki təfəkkürünün** inkişaf etdirilməsində çox böyük əhəmiyyət kəsb edir, onlarda sistemli biliklərin formalaşdırılması təmin edilir. Bütün bu işlər nəticədə, fənnin daha yaxşı öyrənilməsinə marağı artırmaqla tədris materialının mənimsənilməsini asanlaşdırır.



Şəkil-10

## ƏDƏBİYYAT

1. *Əlizadə Ş.H.* Pedaqoji universitetlərdə “Məktəb fizika eksperimenti” II hissə. Bakı, 2011
2. Fizika. Yeni nəsil multimedia dərslisi (Mexanika və Molekulyar fizika). Bakı.: Bakınəşr, 2007
3. *İsmayılov İ.N.* Fizikadan nümayiş eksperimentinin izahında yeni informasiya texnologiyalarından istifadənin bəzi məsələləri // Pedaqoji Universitet Xəbərləri. Pedaqoji-psixoloji elmlər seriyası. Bakı, ADPU, 2009, №3
4. *İsmayılov İ.N.* Ümumtəhsil məktəblərində fizika təliminin müasir texnologiyaları. Bakı: Elm, 2012
5. *İsmayılov İ.N.* Ümumtəhsil məktəblərində fizikanın tədrisində yeni informasiya texnologiyalarından istifadənin nəzəri və praktik problemləri. Bakı: Mütərcim, 2013
6. *İsmayılov İ.N.* Fizikanın tədrisi metodikasının müasir problemləri. Bakı, 2016
7. *Мякишев Г.Я., Синяков А.З.* Физика. Молекулярная физика. Термодинамика. 10 класс. Учебник для углубленного изучения физики. М.: Дрофа, 2001
8. *Самойленко П.И.* Теория и методика обучения физике. М.: Дрофа, 2010
9. Теория и методика обучения физике в школе. Частные вопросы / Под ред. С.Е.Каменецкого. М.: АСАДЕМА, 2003
10. Фундаментальные опыты по физике в средних ПТУ / С.Л.Вольштейн, Н.И. Иванова, С.В.Позойский, В.В.Усанов. Минск: Выш. школа, 1982, 176 с.
11. Теория и методика обучения физике в школе: Частные вопросы / Под ред. С.Е.Каменецкого. М.: Академия, 2000

UOT 581.17:581.192.7:577.31

**Ş.S.Mahmudova**

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
mahmudovashirin656@gmail.com

## MÜHİTİN STANDART ŞƏRAİTİNDƏ *NITELLOPSIS OBTUSA* HÜCEYRƏLƏRİNİN PLAZMATİK MEMBRANININ ƏSAS ELEKTROFİZİOLOJİ PARAMETRLƏRİ

**Açar sözlər:** *Nitellopsis obtusa* plazmatik membranı, hüceyrə qılafı, potensial, müqavimət, tutum

*Nitellopsis obtusa* hüceyrələrinin standart şəraitdə membran potensialı  $\varphi_m$ , müqaviməti  $R_m$ , tutumu  $C_m$ -in qiymətləri çoxluğunun statistik təhlili, onların plazmatik membranın daşıma sisteminin komponentlərinə differensiasiyası verilmişdir.  $\varphi_m$ ,  $R_m$ ,  $C_m$ -in orta kəmiyyətləri müvafiq olaraq  $171 \pm 0,4$  mV,  $3,8 \pm 0,15$  Om·m<sup>2</sup>,  $0,93 \pm 0,12$  mkF·sm<sup>-2</sup> təşkil etmişdir.  $\varphi_m$ ,  $R_m$  arasında  $R_m = 0,032 - 0,03 \varphi_m$  asılılığı müəyyənləşdirilmişdir.  $C_m$ ,  $\varphi_m$  kəmiyyətləri arasında korrelyasiya aşkarlanmamışdır. Plazmatik membranın ion mübadiləsi fazası olan hüceyrə qılafının müqaviməti  $R_o = 0,34 \pm 0,01$  Om·m<sup>2</sup>, potensialı  $\varphi_o = -20 \pm 0,3$  mV olmuşdur. Onun V-A xarakteristikasının təhlilindən H<sup>+</sup>-pompaların daxili müqaviməti 4,0 Om·m<sup>2</sup>, qısaqapanma cərəyanı sıxlığı 0,09 A/m<sup>2</sup>, ENQ-si üçün 360 mV tapılmışdır.

**Ш.С.Махмудова**

## ОСНОВНЫЕ ЭЛЕКТРОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПЛАЗМАТИЧЕСКОЙ МЕМБРАНЫ В КЛЕТКАХ *NITELLOPSIS* *OBTUSA* В СТАНДАРТНЫХ УСЛОВИЯХ СРЕДЫ

**Ключевые слова:** плазматическая мембрана *Nitellopsis obtusa*, клеточная стенка, потенциал, устойчивость, емкость

В работе дан статистический анализ ценового множества мембранного потенциала  $\varphi_m$ , сопротивления  $R_m$ , емкости  $C_m$  клеток *Nitellopsis obtusa* в стандартных условиях и их дифференциации на компоненты транспортной системы плазматической мембраны. Средние величины  $\varphi_m$ ,  $R_m$ ,  $C_m$  соответственно составили  $171 \pm 0,4$  мВ,  $3,8 \pm 0,15$  Ом. м<sup>2</sup>,  $0,93 \pm 0,12$  мкФ см<sup>-2</sup>. Между  $\varphi_m$  и  $R_m$  была определена зависимость  $R_m = 0,032 - 0,03 \varphi_m$ . Корреляции между величинами  $C_m$  и  $\varphi_m$  не выявлено. Сопротивление клеточной стенки, являющейся ионообменной фазой плазматической мембраны, составило  $R_o = 0,34 \pm 0,01$  Ом.м<sup>2</sup>, потенциал  $\varphi_o = -20 \pm 0,3$  мВ. На основании его V-A характеристического анализа внутреннее сопротивление



насосов  $H$  + составило  $4,0 \text{ Ом}\cdot\text{м}^2$ , плотность тока короткого замыкания составила  $0,09 \text{ А} / \text{м}^2$ , ЭДС  $360 \text{ мВ}$ .

*Sh.S.Mahmudova*

**THE BASIC ELECTROPHYSIOLOGICAL PARAMETERS OF PLASMATIC MEMBRANE IN *NITELLOPSIS OBTUSA* CELLS IN THE ENVIRONMENTAL STANDARD CONDITIONS**

**Keywords:** *Nitellopsis obtusa* plasmatic membrane, cell wall, potential, resistance, capacity

In the work were given the statistical analyses of prices plurality of the membrane potential  $\varphi_m$ , resistance  $R_m$ , capacity  $C_m$  of *Nitellopsis obtusa* cells in standard conditions, and their differentiation to the components of the plasmatic membrane transport system. The average quantities of  $\varphi_m$ ,  $R_m$ ,  $C_m$  respectively have been  $171 \pm 0,4 \text{ мВ}$ ,  $3,8 \pm 0,15 \text{ Ом}\cdot\text{м}^2$ ,  $0,93 \pm 0,12 \text{ мкФ см}^{-2}$ . Between  $\varphi_m$  and  $R_m$  has been determined the dependence of  $R_m = 0,032 - 0,03\varphi_m$ . The correlation between  $C_m$  and  $\varphi_m$  quantities was not identified. The resistance of the cell wall, which is the ion exchange phase of plasmatic membrane was  $R_0 = 0,34 \pm 0,01 \text{ Ом}\cdot\text{м}^2$ , the potential  $\varphi_0 = -20 \pm 0,3 \text{ мВ}$ . Based on its V-A characteristical analyses the internal resistance of  $H^+$  pumps was  $4,0 \text{ Ом}\cdot\text{м}^2$ , short-circuit current density was  $0,09 \text{ А}/\text{м}^2$ , EMF  $360 \text{ мВ}$ .

Bitki hüceyrələrinin plazmatik membranlarının əsas elektrofizioloji parametrləri onun müqaviməti, potensialı və elektrik tutumudur. Bu inteqral göstəricilərin əsasında plazmatik membranda baş verən həyati vacib proseslərin əsas qanunauyğunluqlarını müəyyənləşdirmək və bunların təhlilindən həmin prosesləri proqnozlaşdırmaq, gedişini tənzimləmək mümkündür. Bu planda qurulmuş tədqiqatlarda, adətən, iri ölçülərə malik *Chara* yosunlarının internodal (buğuması) hüceyrələrindən istifadə olunur. *Chara* yosunlarının elektrofizioloji tədqiqatlar obyektini keyfiyyətində ən münasibi *Nitellopsis obtusa*-nın internodal hüceyrələridir. Bu hüceyrələrin şəffaflığı, nazik hüceyrə qılıfı struktur funksional komponentlərinin elektrofizioloji xarakteristikalarını onların intaktlığı şəraitində differensiallaşdırmaq imkanı yaradır. Bu məqsədlə istər klassik tədqiqatlarda [2;16], istərsə də son zamanların tədqiqat praktikasında [7;11] müəyyən uğurlu addımlar atılmışdır. Bununla yanaşı, son illər ərzində plazmatik membranların yeni struktur-funksional vahidlərinin aşkarlanması [12; 19], funksional komponentlərin qarşılıqlı təsir qanunauyğunluqlarının müəyyənləşdirilməsi [13; 17] mühitin standart şəraitində bitki hüceyrələrinin əsas elektrofizioloji parametrlərinin struktur komponentlərinə differensiallandırılmasının təsvirini nəzərdə tutan yeni tədqiqat məsələsini qarşıya qoyur. Beləliklə, təqdim olunan tədqiqat materialında əsas məqsəd

*Nitellopsis obtusa* hüceyrələrinin mühitin standart şəraitində membran potensialı  $\varphi_m$ , müqaviməti  $R_m$ , tutumu  $C_m$ , kalium ionlarının aktivliyinin  $a_{K^+}$  hüceyrə fazalarında müəyyənləşdirilməsi, həmçinin hüceyrələrin sayına görə paylanması skriningi olmuşdur.

### Tədqiqat metodikası

Qarşıya qoyulmuş tədqiqat məsələlərinə müvafiq olaraq silindrik hüceyrələrin plazmatik membranının elektrofizioloji parametrləri kompleksini müntəzəm qeyd etmək üçün Musayev və Vorobyov tərəfindən işlənmiş [2; 4] tədqiqat metodikasından istifadə edilmişdir. Bu metodika ölçü standartı səviyyəsinə yüksəlmiş və onun təsviri dərsliklərdə özünə yer tapmışdır [8]. Ölçü qurğusu mikroelektrod texnikasının köməyi ilə silindrik hüceyrələrin, eyni zamanda membran potensialı  $\varphi_m$ , müqaviməti  $R_m$ , plazmatik membranın impedansını  $Z_m$  və hüceyrə qılfının müqaviməti  $R_o$ - 1 müntəzəm və uzunmüddətli qeyd etməyə imkan yaradır. Adları çəkilməmiş elektrofizioloji parametrlərin qeyd olunması üçün bir hüceyrədaxili mikroelektrod vasitəsi ilə hüceyrədən eyni zamanda həm sabit cərəyan impulsları (müddəti 1-2 san. qədər), həm də müntəzəm olaraq 0,02- 1000 Hz tezlikli sinusoidal cərəyan buraxılmışdır. Hər iki halda cərəyan sıxlığı 0,1 mA/ m<sup>2</sup> -dan çox olmamışdır. Hüceyrələrdən buraxılan sabit cərəyan şiddətinin kəmiyyəti etalon müqavimətdə düşən gərginliyə görə konvertor gücləndirici vasitəsi ilə ölçülmüşdür. Dəyişən cərəyanın şiddəti infratezlik generatorunun çıxışındakı cihazın göstərişi ilə təyin edilmişdir.

Hüceyrələrin membran potensialı  $\varphi_m$ , plazmatik membranın aktiv müqavimətində ( $R_m$ ) düşən  $\Delta\varphi$  - elektronik potensial və dəyişən gərginlik düşgüsü  $U$  ikinci hüceyrədaxili mikroelektrod vasitəsi ilə qeyd olunmuşdur. Hüceyrələrin membran müqaviməti  $R_m$  elektrotonik potensial  $\Delta\varphi$  və onlardan buraxılan cərəyan şiddətinin qiymətinə  $I$  görə:

$$R_M = \frac{\Delta\varphi}{I} \cdot \pi dl$$

kimi hesablanır. Burada  $d$ ,  $l$  eksperimental hüceyrənin diametri və uzunluğudur.

Eyni qayda ilə hüceyrə qılfının  $R_o$  müqaviməti təyin edilmişdir. Bu halda ölçü mikroelektrodunun ucu hüceyrəyə daxil edilməyib, onun qılfı ilə toxundurulur. Kəmiyyətin hesablanması membran müqavimətində olduğu kimidir. Hüceyrələrin tam müqavimətinin kəmiyyəti:

$$Z = \frac{U}{I_\varphi} \cdot \pi dl$$

düsturu ilə hesablanır. Burada  $I_\varphi$  – hüceyrədən buraxılan dəyişən cərəyanın şiddəti,  $U$  – hüceyrə membranında düşən dəyişən gərginlikdir. Tam

müqavimətdən tutum müqaviməti vektor diaqramı vasitəsi ilə ayrılır. Plazmatik membranın tutum müqaviməti və elektrik tutumu aşağıdakı kimi əlaqəlidir:

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C_m}$$

Burada  $f$  dəyişən cərəyanın tezliyi,  $C_m$  onun səth vahidinin elektrik tutumudur.  $X_c$  tutum müqavimətinin göstərilmiş düsturuna əsasən membran tutumunun  $C_m$  qiyməti tapılır.

Hüceyrələrin vakuol və sitozolunda  $K^+$ -un aktivliyini ( $a_{k+}$ )  $K^+$ -həssas mikroelektrodların tətbiqi ilə [12] həyata keçirilmişdir.

Təcrübə ərəfəsində sınaq hüceyrə ion tərkibi süni göl suyundakı [2; 14] kimi mühitdə, 18-20° S və pH 6,8-7,2 şəraitdə olmuşdur.

#### Nəticələr və onların müzakirəsi

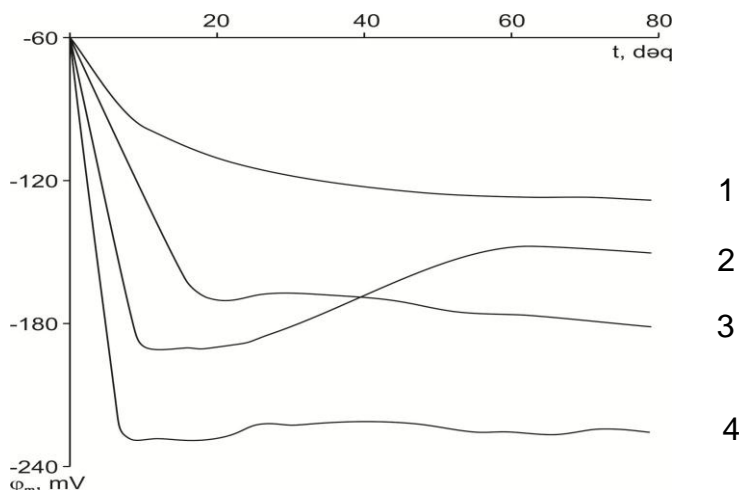
Elektrofizioloji parametrlərin qeydiyyatı üçün təcrübələrimizdə bitkilərin apikal (zirvə) hissələrindən ikinci hüceyrədən istifadə olunmuşdur. Başqa sözlə, tədqiqat obyektini kimi işlədilən hüceyrələr praktiki olaraq eyni inkişaf fazasında olmuşlar. Bu səbəbdən onlar həndəsi ölçüləri cəhətdən də demək olar ki, bircinsli olmuşlar. Buna baxmayaraq ölçü mikroelektrodunun ucunu hüceyrə qılafına toxundurduqda onunla müqayisə elektrodu arasındakı potensiallar fərqi kəmiyyəti müxtəlif hüceyrələr üçün müxtəlif qiymətə malik olmuşdur. Bu potensiallar fərqi hüceyrə qılafının potensialı adlanır. Onun qiymətləri çoxluğu -12÷ -26 mV həddlərində səpilmiş və 30 hüceyrə üçün alınan qiymətlərin orta kəmiyyəti  $\varphi_0 = -20 \pm 0,3$  mV olmuşdur.

Cərəyan mikroelektrodunu hüceyrə qılafı ilə kontakta gətirərək hüceyrədən cərəyan buraxdıqda qılafın potensialına  $\Delta\varphi_0$  kəmiyyəti əlavə olunmuşdur. Hüceyrədən buraxılan cərəyan şiddəti  $I$  və hüceyrə qılafında düşən  $\Delta\varphi_0$  gərginliyə görə onun vahid səth sahəsinin müqaviməti  $R_0$  hesablanmışdır. 64 hüceyrə üçün bu kəmiyyətin orta qiyməti  $R_0 = 0,34 \pm 0,01$  Om·m<sup>2</sup> olmuşdur.

Hüceyrə membranlarının elektrofizioloji parametrlərinin təyini üçün qonşu buğumarası hüceyrələrdən izolə olunmuş təcrübə hüceyrəsinin tən ortasında ona əvvəlcə cərəyan mikroelektrodu daxil edilmişdir. Onun ardınca hüceyrəyə ölçü mikroelektrodu daxil edilmişdir. Bu ardıcılıq cərəyan mikroelektrodu ilə ölçü mikroelektrodunun arasındakı  $l/4$  məsafəsinin yerini təyin etmək üçün lazımdır. Burada  $l$ -hüceyrənin uzunluğudur. Onun ölçülməsi izolə olunmuş hüceyrənin ölçü kamerasında yerləşdirilməsindən sonra ölçü kamerasını üfüqi hərəkət etdirən sürgəc üzərində qoyulmuş noniusun köməyi ilə 0,1 mm dəqiqliyi ilə aparılmışdır.

Təcrübə hüceyrəsinə hər iki mikroelektrod daxil edilməsindən sonra onun potensialı ( $\varphi_m$ ), müqaviməti ( $R_m$ ) və impendansının ( $Z$ ) müntəzəm qeydiyyatı başlamışdır. Bunun üçün təcrübə hüceyrəsindən fasiləsiz olaraq 30-40 Hz tezlikli dəyişən elektrik cərəyanı buraxılmışdır. Dəyişən cərəyanın sıxlığı *Chara*-lar üçün limit qiymətindən ( $0,10 \text{ A/m}^2$ ) bir tərtib aşağı olmuşdur. Bu şərt həmçinin sabit cərəyan tətbiqi ilə hüceyrə fazalarının müqavimətinin ölçülməsi zamanı da ödənilmişdir. Başqa sözlə, ölçü prosesi təcrübə hüceyrəsinin tam intaktlığı şəraitində baş vermişdir. Beləliklə, hüceyrələrin impendansının müntəzəm qeydiyyatı onun plazmatik membranının elektrik tutumuna müntəzəm nəzarət etmək imkanı yaratmışdır. Bizim təcrübə şəraitində tonoplastın tutum müqaviməti onun kiçik omik müqaviməti ilə şuntlanmışdır [10; 4].

Ölçü mikroelektrodunun hüceyrəyə daxil edilməsindən sonra membran potensialının stasionar səviyyədə qərarlaşması bir neçə xarakterik kinetika üzrə baş vermişdir (şəkil 1). Bu kinetikalar tamamilə plazmatik membranın ilkin aktiv daşınma sisteminin fizioloji halı ilə müəyyən olmuşdur.



**Şəkil 1.** *Nitellopsisi obtusa* hüceyrələrinin membran potensialının stasionar səviyyədə qərarlaşmasının müxtəlif fizioloji hallarda olan hüceyrələr üçün kinetikalarının tipləri: 1-plazmatik membranın əsasən xaricə düzləndirən  $K^+$ -kanalları fəal haldadır, ölçü mikroelektrodunun ucu sitoplazmaya daxil edilmişdir; 2,3 – ölçü mikroelektrodunun ucu vakuola daxil edilmişdir, əsasən xaricə düzləndirən  $K^+$ -kanalları fəal haldadır; 4-ölçü mikroelektrodunun ucu vakuola daxil edilmişdir, əsasən daxilə düzləndirən  $K^+$ -kanalları fəal haldadır.

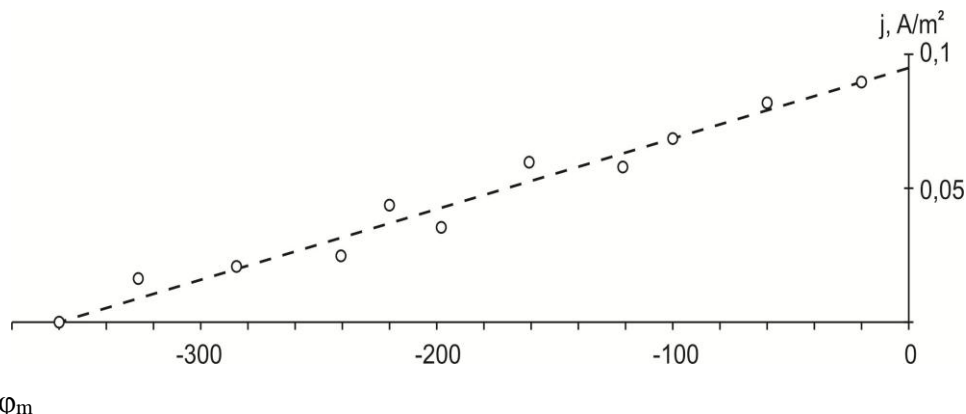
Plazmatik membranda fəaliyyət göstərən ilkin aktiv daşınma sisteminin elementlərinin ətraflı elektrofizioloji xarakteristikalarını [9; 13]

işlərində tapmaq olar. Alınmış kinetik əyriyədən hüceyrəni əhatə edən mühitə nisbətən vakuolun, sitoplazmanın potensialının kəmiyyətinin tərtibini müəyyən etmək mümkündür. *Nitellopsis obtusa* hüceyrələri üçün müəyyən edilmişdir ki, vakuolun sitoplazmaya nisbətən potensialı müsbətdir və onlar arasındakı potensial fərqi  $+10 \div 15$  mV-dur [2; 11; 18]. Bu kəmiyyət ölçü mikroelektrodunun ucunun əvvəlcə sitoplazmaya, sonra isə vakuola daxil edilməsi ilə müəyyənəndirilmişdir. Həmin müddəə həmçinin *Nitella* və *Chara gymmophylla* [7; 9; 11] hüceyrələri üçün öz təsdiqini tapmışdır. Nəzərə alsaq ki, istər *Chara* [4; 5], istərsə də *Nitellopsis* hüceyrələri [10] - 300 mV-a qədər potensiallar fərqi generasiya etmək iqtidarındadır, onda 10-15 mV-un bu kəmiyyətə nisbətən tərtibinin çox kiçik olduğu aydın olur. Başqa sözlə, *Nitellopsis obtusa* hüceyrələrinin membran potensialı dedikdə, onun vakuolu və xarici mühit arasında potensial fərqi başa düşülür. *Nitellopsis obtusa* hüceyrələri üçün bu kəmiyyət  $-110 \div -270$  aralığında səpilmiş və 100 hüceyrə üçün onun orta qiyməti  $\phi_m = -171 \pm 0,4$  mV təşkil etmişdir.

Membran potensialı əsasən ilkin aktiv daşıma sisteminin komponenti olan  $H^+$ -pompalar tərəfindən generasiya olunur. Onların EQ-ni (elektrik hərəkət qüvvəsi) təyin etmək üçün ümumi qəbul olmuş inhibitor təhlilindən istifadə edilmişdir. Bu məqsədlə  $H^+$ -pompanın standart inhibitoru olan disikloheksilkarbodiimidən (DSKD) istifadə olunmuşdur.

$H^+$ -pompanın EQ-in mütləq kəmiyyətini membran potensialının ümumi kəmiyyətindən sadəcə olaraq  $Na^+-K^+$  potensialını çıxmaqla almaq mümkün deyil.  $H^+$ -pompanın EQ-in hesablanmasını bütün daşıma yollarının EQ-sı və daxili müqavimətlərinin nəzərə alınması ilə aparmaq olar. Lakin daha rəssional yol plazmatik membranın inhibitorun təsirinə məruz qaldıqdan sonrakı volt-ampere xarakteristikası ilə onun mühitin standart şəraitində volt-ampere xarakteristikasının müqayisəsinə əsaslanır. Bu üsul ilk dəfə Gradman Slayman tərəfindən (1979), sonra isə Bobrov-Yurin (1986) və Musyev (2012) tərəfindən tətbiq olunmuşdur. Bu metodikanın tətbiqi ilə *Nitellopsis obtusa* hüceyrəsinin plazmatik membranının  $H^+$ -pompalarının alınmış volt-ampere xarakteristikasına əsasən (şəkil 2) alınmış EQ-sı 360 mV olmuşdur. Alınmış qrafikdən həmçinin hüceyrənin qısaqapanma cərəyanının sıxlığı  $0,09 A/m^2$  təşkil etmişdir. Bu alınmış rəqəmlərə əsasən Om qanunu tətbiq etməklə  $H^+$ -pompaların daxili müqavimətinin kəmiyyəti üçün  $R_m = 4,0$  Om·m<sup>2</sup> alınmışdır.

Bu alınmış kəmiyyətin digər tədqiqatlarda *Nitellopsis obtusa* [1], *Chara gymmophylla* [7], *Nitella flexilis* [9] hüceyrəsinin plazmatik membranında elektrogen pompalar üçün alınmış qiymətlərlə yaxşı uzlaşdığını görmək olar.



**Şəkil 2.** *Nitellopsis obtusa* hüceyrəsinin plazmatik membranının  $H^+$ -pompaşının volt-ampere xarakteristikası. Qrafikdən pompanın EQ-si üçün 360 mV, qısaqapanma cərəyanı üçün 0,09 A/m<sup>2</sup> tapılmışdır. Hüceyrənin diametri 0,46 mm, uzunluğu 1,76 mm. Plazmatik membranın potensialı -221 mV, müqaviməti 6,2 Om·m<sup>2</sup>, elektrik tutumu 1,12 mkF·sm<sup>-2</sup> olmuşdur.

Tədqiq olunmuş hüceyrələrin membran müqavimətinin stasionar səviyyədə qərarlaşması monoton qanunla baş vermişdir. Membran müqavimətinin artması hüceyrə qılafının müqaviməti səviyyəsindən başlamışdır. Bu səbəbdən  $R_m$ -membran müqavimətinin dəqiq qiymətləndirilməsi üçün mühitlə hüceyrələrin vakuolu arasındakı müqavimətdən hüceyrə qılafının müqaviməti çıxılmışdır. Burada mühit və hüceyrələrin vakuolu arasındakı müqavimət hesablanarkən sitoplazma və tonoplastın müqaviməti qəti şəkildə  $R_o+R_m$  müqavimətinə nisbətən nəzərə alınmamışdır. Sitoplazma maddəsi, xüsusən sitozol sərbəst ionlarla zəngin olduqları üçün çox kiçik xüsusi müqavimətə malikdir [4; 5]. *Nitellopsis obtusa* hüceyrələrində vakuol və mühit arasındakı müqavimətdə tonoplastın müqavimətinin çox kiçik olduğu hesablamalarla Bernhardt, Pauli [10] və Skirçinçinskaya [16], Vorobyov və Musayev [2] tərəfindən xüsusi prosedurun köməyi ilə eksperimental olaraq təsdiq edilmişdir.

Plazmatik membranın standart şəraitdə ölçülmüş müqavimətinin kəmiyyətləri 2,3-9 Om·m<sup>2</sup> aralığında səpilmişdir.  $\phi$ ,  $R_m$ -in 100 hüceyrə üçün orta qiymətləri  $-171 \pm 0,4$  mV,  $R_m=3,8 \pm 0,15$  Om·m<sup>2</sup> kimi olmuşdur. Koordinatları  $R_m$ ,  $\phi_m$  olan nöqtələrin səpilmə diaqramının reqressiya təhlili həmin kəmiyyətlər arasında  $r=0,67$  əmsallı müsbət korrelyasiyanın olduğunu göstərdi. Reqression təhlilə əsasən,  $R_m$  və  $\phi_m$  kəmiyyətləri

arasında  $R_m=0,032 -0,03\varphi_m$  xətti asılılığı qərarlaşdırılmışdır. Bu asılılıqda  $R_m - Om \cdot m^2$  vahidlərində,  $\varphi_m$  mV-la ölçülür.

$R_m$  və  $\varphi_m$  kəmiyyətlərinin hüceyrələrin sayına görə paylanmasını müəyyənləşdirmək üçün variasiya statistikasının qanunlarına müraciət edilmişdir. Bu məqsədlə kəmiyyətlərin paylanma histoqramı qurulmuşdur. Kəmiyyətlərin hüceyrələrin sayına (variantlara) görə paylanma histoqramını qurmaq üçün ilk növbədə, onlar siniflərə bölünmüşdür. Siniflərin sayı Karuzersin

$$k = 5 \lg n$$

düsturu ilə hesablanmışdır. Burada n-hüceyrələrin sayıdır. Siniflərə düşən aralıq isə variasiya statistikasında qəbul olunmuş:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}$$

düsturu ilə hesablanmışdır. Alınmış rəqəmlər arasında membran potensialı və müqavimətinin hüceyrələrin sayına görə paylanma histoqramı qurulmuşdur (şəkil 3). Variasiya statistikasında qəbul olunmuş qaydaya əsasən histoqramın paylanmanı daha obyektiv əks etdirməsi üçün siniflərin sayını 1 vahid artıq götürürlər. Beləliklə, variantlar 1 vahid artıq siniflər arasında bölünmüş olur. Bu halda variantlardan ən kiçik ( $x_{\min}$ ) 1-ci sinfin ortasında, ən böyüyü isə ( $x_{\max}$ )  $k+1$ -ci sinfin ortasında olar. Bizim baxdığımız halda variantların sayı  $n=100$  və siniflərin sayı  $k=5 \lg 100=5 \times 2=10$  olmuşdur. 1 sinfə düşən aralıq isə membran potensialı üçün:

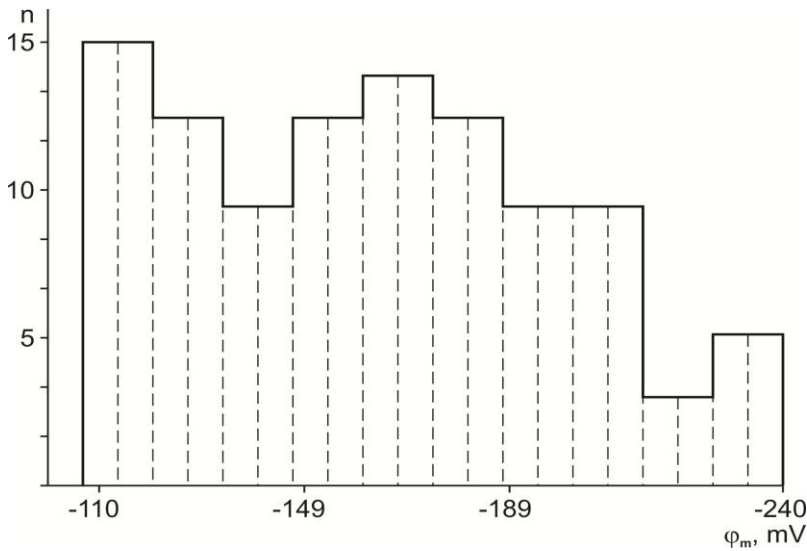
$$i_{\varphi} = 13 \text{ mV},$$

membran müqaviməti üçün:

$$i_R=0,79 \text{ Om} \cdot m^2$$

olmuşdur.

Beləliklə, variantların siniflər arasında paylanması müəyyən edilmişdir (şəkil 2). Şəkildən aydın olur ki, variasiya statistikasının qanunları əsasında qurulmuşdur.



**Şəkil 3.** Tədqiqatlarda istifadə olunmuş *Nitellopsis obtusa* hüceyrələrinin membran potensialının onların sayına görə paylanma histoqramı.

Paylanma əlavə kriteriyaların tətbiqi olmadan da bioloji kəmiyyətlərin əksəriyyətinin tabe olduğu normal paylanma qanunundan kənardır. Bu fakt *Nitellopsis obtusa* hüceyrələri üçün digər tədqiqatlarda da [6] aşkar edilmişdir. Bu fakt heç də tədqiqatlarımızda istifadə olunmuş hüceyrələrin qeyri-bircinsliliyini və ya variantlarda genetik pozulmaların nəticəsini əks etdirmir [3]. Güman etmək olar ki, bu təcrübə üçün götürülmüş bitkilərin müxtəlif populyasiyadan olması və onların ilin ayrı-ayrı fəsilələrində tədqiqatlara cəlb olmasının təzahürüdür.

Mühitin standart şəraitində *Nitellopsis* hüceyrələrinin plazmatik membranında elektrik tutumu (plazmatik membranın vahid sahəsinin  $\text{mkF}\cdot\text{sm}^{-2}$  vahidlərində ölçülən)  $0,44 \pm 1,4 \text{ mkF}\cdot\text{sm}^{-2}$  aralığında paylanmışdır (hüceyrələrin sayı 30). Elektrik tutumunun variantlarının paylanmasında da xüsusi qanunauyğunluq aşkarlanmamışdır. Digər tərəfdən, bu məsələ üçün seçilmiş variantların sayı da məhdud olmuşdur. Belə ki, plazmatik membranın struktur-polyarizasiya hallarının dəyişməsinin protokolunu əksər halda elektrik tutumu deyil, tutum müqavimətinin kinetik əyriləri ilə izləmişik. Tutum müqavimətinin stasionar səviyyədə qərarlaşması monoton xarakterli olmuş və 30-40 dəq. müddətində başa çatmışdır. Plazmatik membranın tutum müqavimətinin qiymətinə əsasən hesablanmış elektrik tutumunun standart şəraitdəki qiymətlər çoxluğu  $0,44-1,4 \text{ mkF}\cdot\text{sm}^{-2}$  aralığında səpilmişdir və orta qiyməti  $C_m = 0,93 \pm 0,12 \text{ mkF}\cdot\text{sm}^{-2}$  olmuşdur.



Bu kəmiyyətin müntəzəm qeydiyyatı müxtəlif şəraitdə plazmatik membranın struktur-polyarizasiya hallarının dəyişməsinə aşkar etməyə yönəlmişdir. Lakin yuxarıda qeyd olunduğu kimi, tutum plazmatik membranının integral göstəricisidir. Plazmatik membran çoxfazlı sistem olduğundan, ilk növbədə, onun elektrik tutumunun struktur fazalarına differensiasiyası məsələsi ortaya çıxır. Bundan başqa hüceyrə fazaları arasında ion daşınmasının enerji təminatının qiymətləndirilməsi üçün elektrokimyəvi potensial qradientinin qiymət və istiqamətinin müəyyənləşdirilməsi məsələsi ortaya çıxır. Bunun üçün Vorobyovun çökmə tipli  $K^+$ -mikroelektrodlarının tətbiqi ilə intakt hüceyrələrin sitizol və vakuolunda  $K^+$ -ionlarının aktivlikləri  $a_{k^+}$  təyin edilmişdir. Bu kəmiyyətin 12 hüceyrədə sitozol üçün qiyməti  $104 \pm 6$  mM, vakuol üçün  $109 \pm 8$  mM olmuşdur.

Beləliklə, mühitin standart şəraitində *Nitellopsis obtusa* hüceyrələrinin plazmatik membranının əsas elektrofizioloji parametrlərinin ölçülməsindən aşağıdakı yekun nəticələrə gəlinmişdir:

(i) Plazmatik membranın potensialı, müqaviməti, elektrik tutumu üçün aşağıdakı kəmiyyətlər:  $\varphi_m = 171 \pm 0,4$  mV,  $R_m = 3,8 \pm 0,15$  Om $\cdot$ m $^2$ ,  $C_m = 0,93 \pm 0,12$  mkF $\cdot$ sm $^{-2}$ , membran potensialı və müqaviməti arasında  $R_m = 0,032 - 0,03\varphi_m$  asılılığı müəyyənləşdirilmişdir, plazmatik membranın elektrik tutumu isə membran potensialının kəmiyyətindən asılı olmamışdır.

(ii) Plazmatik membranın qısaqapanma cərəyanı sıxlığı 0,09 A/m $^2$ , EHQ-si 360 mV, daxili müqaviməti üçün 4,0 Om $\cdot$ m $^2$  tapılmışdır.

(iii) Plazmalemmmanın membranyanı ion mübadiləsi fazası olan hüceyrə qılafının müqaviməti və potensialı üçün aşağıdakı kəmiyyətlər alınmışdır:  $R_o = 0,34 \pm 0,01$  Om $\cdot$ m $^2$ ,  $\varphi_o = -20 \pm 0,3$  mV.

## ƏDƏBİYYAT

1. Боброва Л.А., Юрин В.М., Бобров В.А. Вольт-амперная характеристика водородной помпы / Труды III Всесоюзной Межуниверситетской конференции. 1985, Тбилиси, Ч.1, с.90-92
2. Воробьев Л.Н., Мусаев Н.А. Электрические характеристики плазмалеммы и клеточной оболочки клеток *Nitellopsis obtusa* // Физиология растений, 1979, т.26, № 4, с.711-720
3. Г.Ф. Лакин. Биометрия. Москва: Высшая школа, 1990, 352 с.
4. Мусаев Н.А. Биофизические механизмы модификации транспортных свойств плазматической мембраны растительных клеток. Автореф. дис. ... докт. биол. наук. Институт Ботаники НАНА. Баку, 2012, 46 с.
5. Мусаев Н.А. Теоретические и экспериментальные предпосылки измерения мембранного сопротивления корневых волосков *Trianea bogotensis* // Актуальные проблемы современной биофизики. Сборник общества

Биофизиков Азербайджана, Баку: Элм, 2002, с.169-176

6. Мотеюнене Э.Б., Воробьев Л.Н. Эколого-физиологические характеристики харовых водорослей в условиях, близких к природным // Труды АН Литовской ССР, серия В, т.4(80), 1977, с.129-138.

7. Н.А.Мусаев, Исмаилов Э.Р. Биоэлектрические характеристики клеток *Chara gymnohylla* // Изв. НАН Азербайджана. Серия биологических наук, 2005, №3-4, с.196-214

8. Современные методы биофизических исследований / Под редакцией А.Б.Рубина. М.: Высшая школа, 1988, 360 с.

9. Юрин В.М., Соколик А.И., Кудряшов А. П. Регуляция ионного транспорта через мембраны растительных клеток. Минск: Наука и техника, 1991, 272 с.

10. Bernhardt J., Pauly H. Dielectric measurements of *Nitellopsis obtusa* cells with intracellular microelectrodes. Rad. and Env. Biophys. 1974? V.11, pp.61-69

11. Hasanova A., Sh.Najafaliyeva, P. Aliyeva, N, Musayev. Chara Fragilis Cells- a New Object for Electrophysiology Research // Journal of Baku Engineering University-chemistry and biology. 2017, v.1, pp.176-182

12. Mareike Jezek and Michael R. Blatt. The Membrane Transport System of the Guard Cell and Its Integration for Stomatal Dynamics1[CC-BY] // Plant Physiology, 2017, June, v.174, pp.487-519

13. Musaev N.A., Ismailov E.R. Bioelectrical properties of *Chara gymnohylla* plasmamembrana during interaction with cobalt (Co<sup>2+</sup>) // Ecoloji, 2007, No 63, pp.1-6

14. Musayev N. A., Ojaqverdiyeva S.Y., Sh.S. Mahmudova. The Changes of structure-Functional State of Plasma Membrane in *Nitellopsis obtusa* under influence of Dimethylsulfoxide // Advances in Biology and Earth Sciences. 2018, vol.3, No 3 pp.241-247

15. Slayman C.L., Gradman D. Electrogenic proton transport in the plasma membrane of *Neurospora* // J. Biophysical, 1975, v.15, pp. 968-971

16. Skierczynska J., Zolnierczuk R., Bulanda W. Impedance of *Nitell* Мусаев *opsis obtusa* cells at low frequencies // Journal of Exp. Botany, 1973, v.24, pp.38-46

17. Sokolik A.I., Yurin V.M. Potassium channels in plasmalemma of *Nitella* cells at rest // J. Membr. Biol., 1986, v.89, № 1, pp. 9-22

18. Vorobiov L.N. Potassium ion activity in the cytoplasm and vacuole of cells of *Chara* and *Griffithsia* // Nature, 1967, v.216, pp.1325-1327

19. Véry A.A., Sentenac H. Molecular mechanisms and regulation of K<sup>+</sup> transport in higher plants // Journal of Annual Review of Plant Biology, 2003, v.54, pp.575-603

UOT 612

*E. C. Mehbalıyeva*  
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*  
*mehbaliyeva79 @gmail.ru*

## **HİPOKSIYANIN İLKİN VƏ SONRAKI EFFEKTƏLƏRİ, ÜMUMİ TƏSİR MEXANİZMİ HAQQINDA MÜASİR ELMİ TƏSƏVVÜRLƏR**

*Açar sözlər: hipoksiya, stress, dovşan, neyromediator, şəkər*

Məqalədə son illərdə hipoksiya üzrə problematik məsələlərin öyrənilməsi sahəsində eksperimental metodlar vasitəsilə əldə edilmiş bəzi mühüm elmi nailiyyətlər, hipoksiyanın mərhələli təsir effektləri və mexanizmi barədə elmi təsəvvürlərdən bəhs edilir. Göstərilir ki, hipoksiya və onun variasiyaları mürəkkəb və geniş təsir mexanizmlərə malikdir. Onların əsasını orqanizmin hüceyrələrində başlıca bioenerji daşıyıcısı olan adenozintrifosfat (ATF) birləşmələrinin mitoxondrial metabolik oksidləşmə-fosforlaşma tsiklində sintezinin pozulması və onun fizioloji normalardan az hasil olması təşkil edir. Nəticədə, mərkəzi sinir sistemində və onun tənzimləyici təsiri altında olan funksional proseslərdə (hormonal və s.) dayanıqlı molekulyar, metabolik və digər xarakterli patofizioloji dəyişikliklər baş verir.

*Э. Дж. Мехбалиева*

## **ПЕРВИЧНЫЕ И ПОСЛЕДУЮЩИЕ ЭФФЕКТЫ, СОВРЕМЕННЫЕ НАУЧНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ОБЩЕМ МЕХАНИЗМЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГИПОКСИИ**

*Ключевые слова: гипоксия, стресс, заяц, нейромедиатор, глюкоза*

В статье приведены некоторые важные научные достижения, достигнутые за последние годы экспериментальными методами в области изучения проблематичных вопросов по гипоксии, некоторые последовательные эффекты и представления о механизме воздействия гипоксии. Показано, что гипоксия и ее вариации обладают сложными и широкими механизмами влияния. Их основу составляет нарушение синтеза главного носителя биологической энергии соединения аденозинтрифосфата (АТФ) в митохондриальном метаболическом цикле окислительного-фосфорилирования и уменьшение его выработки ниже физиологических норм. В результате в центральной нервной системе и в функциональных процессах, находящихся под ее регулирующим влиянием (гормональные и т.д.) происходят устойчивые молекулярные, метаболические и другого характера патофизиологические нарушения.

*E.J.Mehbaliyeva*

**PRIMARI AND SUBSEQUENT EFFECTS, MODERN SCIENTIFIC REPRESENTATIONS ON GENERAL MECHANISM OF EXPOSURE TO HYPOXIA**

**Keywords:** *hypoxia, stress, rabbit, neurotransmitter, glucos*

The article deals with scientific considerations on some important scientific achievements, experimental methods, hypoxia stages effects, and mechanisms of hypoxia. It is shown that hypoxia and its variations have complex and extensive mechanisms of action. Their basis is the violation of the synthesis of adenosinephosphate (ATF) compounds, which is the main bioenergy carrier in the body's cells, in the mitochondrial metabolic oxidation-phosphorylation cycle and its extraction from physiological conditions. Consequently, there is a stable molecular, metabolic and other pathophysiological changes in the central nervous system and its functional processes (hormonal, etc.) under its regulatory influence.

Biologiyada mövcud təsəvvülərə görə canlı aləmin təkamülünün müəyyən dövründə (təxminən 1,5-2 milyard il əvvəl) suda və quruda yaşayan çoxhüceyrəli orqanizmlər öz həyat fəaliyyəti proseslərinin enerji təminatı üçün əvvəlkinə (anaerob metabolizm) nisbətən daha effektiv enerji hasilatı – mexanizm-molekulyar oksigenlə ( $O_2$ ) tənəffüs mübadiləsi (aerob metabolizm) mexanizmi qazanmışlar. Bu mexanizm oksigenin iştirakı ilə orqanizmdə qida maddələrinin (şəkər, yağ turşuları, aminturşular və s.) oksidləşməsi hesabına böyük həcmərdə bioloji enerji daşıyıcıları (ATF və s.) hasilətmə, biokimyəvi fermentativ reaksiyaların, fizioloji proses və funksiyaların intensivliyini daha yüksək səviyyədə həyata keçirmə imkanları yaratmışdır (18).

İnsanın və heyvanların orqanizmi, üzv (orqan) və toxumaları metabolizm və funksiyalar baxımından ətraf mühitdən udulan yaxud da orqanizmdə paylanılan oksigendən müxtəlif asılılıqlardadır (17; 25). Orqanizmin böyüməsi və inkişafı, qidalanması, hərəkətliliyi, müdafiə-uyğunlaşma reaksiyaları, sinir-psixi funksiyaları, davranışının fəallığı və digər fizioloji proseslər bu asılılıqlar ilə nisbi korrelyasiyadadır (26; 32).

İnsanda və yüksək inkişaf etmiş heyvanlarda oksigenə ən çox ehtiyacı olan orqanlar baş beyin, ürək, skelet əzələləri və böyrəklər, yəni ən intensiv işləyən üzvlər sayılır. Onların və digər orqanların funksiyaları və fəaliyyətlərinin templəri hər birində saxlanılan oksigen gərginliyinin qiymətləri ( $pO_2$ ) ilə müəyyənləşir (31). Halbuki, aktiv fəaliyyətdə olan bəzi toxuma və üzvlər (məsələn, işləyən skelet əzələləri) orqanizmdə kəskin  $O_2$  çatışmazlığı zamanı qısa müddətlərdə lazımi miqdarlarda enerjini qlükoliz (qlükozanın anaerob parçalanması) reaksiyaları hesabına əldə edə bilirlər (32).

Oksigen çatışmazlığı və ya hipoksiya ilk növbədə, ekzogen faktor, yəni ətraf mühitdə oksigenin miqdarının azlığı ilə şərtlənən abiotik amil kimi xarakterizə olunur. Amma orqanizmin özündə yaranan oksigen çatışmazlığı bəzi anormal fizioloji və biokimyəvi vəziyyətlər ilə bağlıdır. Bu ağciyərlərdə qazlar ( $O_2$  və  $CO_2$ ) mübadiləsinin pozulması, qanın azlığı, qanda hemoglobin miqdarının aşağı olması və ya onun oksigenə hərisliyinin zəifliyi, qanın (deməli, oksigenin) orqan və toxumalar arasında paylanması, oksigenin hüceyrələrə transmembran diffuziya proseslərində və mitoxondrial oksidləşdirici-bərpaedici metabolik tsiklə (üçkarbonlu turşular tsikli, limon turşusu tsikli və ya Kreps tsikli) qoşulmasında yaranan əngəllər ilə də bağlı ola bilər (17; 22). Belə hallarda orqanizmdə hipoksiya endogen faktor kimi xarakterizə olunur.

Əksər tədqiqatçılar hipoksiyanı, istər onun kəskin, istərsə də xroniki formasını ekstremal stressor, daha çox patogen və destruktiv vəziyyətlərə aid edir, bunu təsdiq edən çoxlu müşahidələr, o cümlədən kliniki və eksperimental dəlillər mövcuddur. Hipoksiya haqqında müasir fundamental təsəvvürlərin əksəriyyəti eksperimental modellər üzrə aparılmış tədqiqatlar nəticəsində əldə edilmişdir ki, bu aspekt hal-hazırda hipoksiya probleminə həlledici rol oynayır. Qeyd etmək lazımdır ki, hipoksiyanın müxtəlif effektləri, xüsusən də ayrı-ayrı morfofunksional sistemlərdə doğurduğu dəyişiklikləri müəyyən etmək üçün ənənəvi olaraq məsələnin xüsusi vacibliyi nəzərə alınaraq iki təcrübi aspektdə – prenatal və erkən postnatal aspektlərdə öyrənilir və indi bu istiqamətlər daha aktual sayılır.

Hipoksiya problemi üzrə aparılan eksperimental tədqiqat işlərində açıq-aydın görünən tendensiya ondan ibarətdir ki, bu faktorun təsiri zamanı orqanizmdə yaranan dəyişikliklər bir neçə səviyyədə – fiziki-kimyəvi, molekulyar-hüceyrə, metabolizm, orqan və toxumalar, funksional sistemlər və davranış reaksiyaları səviyyələrində öyrənilir. Bununla əlaqədar olaraq hipoksik effektlərin təsnifatları (klassifikasiyaları) müəyyənləşdirilir. Hal-hazırda mövcud təsəvvürlərə görə, hipoksik effektlər öz təbiətinə və inkişaf xəttinə uyğun olaraq aşağıdakı sxemə tabedir: birincili effektlər, ikincili effektlər və üçüncülü effektlər (29; 31). Buradan belə müddəa irəli sürmək olar ki, ilkin effektlər sonrakı effektlər üçün sanki “buraxılış”, “induksiyaedici” mexanizmi rolu oynaya bilər.

Belə bir situasiyanı da konstataasiya etmək lazımdır ki, ümumiyyətlə, hipoksiyanın törətdiyi təzadları eksperimentdə, heyvana təcrübədə, süni şəkildə müxtəlif dərəcəli hipoksiya epizodları tətbiq etməklə öyrənilməsi eksperimental fiziologiyada və biokimyada üstün, metodik cəhətdən daha münasib elmi yanaşmalardan biri sayılır, məhz elə ona görə də təcrübi hipoksiya məsələləri üzrə bu vaxta qədər külli miqdarda elmi işlər dərc olunmuşdur. Ayrıca qeyd edilməlidir ki, Azərbaycan fizioloqları və biokimyəçiləri, ələlxüsus AMEA-nın

akademik A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun əməkdaşları son iki onillik ərzində həm prenatal, həm də postnatal eksperimental hipoksiya məsələləri üzrə çoxsaylı fundamental tədqiqat işləri yerinə yetirmiş, maraqlı faktlar üzə çıxarmış, müəyyən elmi təsəvvürlər irəli sürmüşlər (1; 3; 4; 12; 14).

Hipoksiyanın orqanizmə təsirindən bəhs edərkən nəzərə almalıyıq ki, bu sahədə çox əhəmiyyətli təcrübi işlər mərkəzi sinir və neyroendokrin sistemləri, periferik endokrin vəziləri, ürək-qan damar sistemi, davranış reaksiyaları ilə əlaqədar olub. Hipoksiyanın effektləri müzakirə olunarkən əsas diqqət məhz bu aspektlərə yönəlməlidir. Burada sinir və hormonal mexanizmlər, əvvəla, çox güclü tənzimləyici, koordinasiyaedici və adaptasiyaedici mexanizmlərdir, ikincisi də, onların hipoksiyaya reaksiyaları sonralar bir sıra posthipoksik effektləri bilavasitə və dolayı olaraq şərtləndirir.

Baş beyin neyronları, eləcə də digər toxumaların hüceyrələri səviyyəsində hipoksiya zamanı qeydə alınan əsas ilkin (birincili) dəyişikliklər, yaxud effektlər sırasında, ilk növbədə, aşağıdakıları göstətmək olar: kəskin hipoksiyadan sonra hüceyrədaxili mühitdə pH, AMF, ADF, istifadə olunmayan metabolitlər artır. NAD<sup>+</sup>-H və NAD<sup>+</sup> kofaktorları azalır, hüceyrə homeostazının hiperdəyişməsi baş verir (25; 38). Eyni zamanda mitoxondrilərdə tənəffüs fermentlərinin (sitoxrom a, b və s.) inaktivasiyası, ATF sintezinin azalması, plazmatik membran enzimlərinin (Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>, Ca<sup>++</sup> və Mg<sup>++</sup> -ATF-azalar, adenilatsiklaza və s.) inhibisiyası gedir (16; 27; 34). Neyronlar səviyyəsində qeydə alınan metabolik dəyişikliklər daha geniş spektrdə baş verir. Bura aiddir: baş metabolik yolların dezinteqrasiyası, neyrospesifik zülalların, peptidlərin, fermentlərin, bəzi neyromediatorların (asetilxolin, noradrenalin, serotonin, qlütamat və s.) fəallığının azalması (1; 6; 16; 23; 28; 35), tormozlayıcı neyronmediatorların (QAYT və s.) artması (2), sinaptik membranların fiziki-kimyəvi destabilizasiyası (35; 38).

İkincili posthipoksik effektlər artıq verilmiş toxuma (beyin toxuması, əzələ toxuması, qaraciyər toxuması və s.) səviyyəsində inkişaf edir. Bu halda daha xarakterik dəyişiklikləri: xromoliz, mikrodegenerativ proseslər, toxuma trofikası və homeostazının pozulması, hüceyrələr arasında tələfolma (apoptoz) faizinin artması, sinaptik və digər hüceyrəvi qovucuqların (vezikulların) şişməsi, sinapsların qismən destruksiyası, molekulyar resepsiyanın, eləcə də membranlarda aktiv və passiv keçiriciliyin zəifləməsi və s. (15; 20; 21; 25; 34; 36).

Üçüncülü posthipoksik effektlər sırasında beyin EEG-göstəricilərində desinxronlaşma, aşağıtezlikli bioelektrik dalğaların üstünlük kəsb etməsi, beyin qabığında və qabıqaltı strukturlarda potensialların hiperpolyarlaşması (4; 19; 36), reflektor və instinktiv fəaliyyətin pozulması, koqnitiv funksiyaların qeyri-sabitliyi (5; 6; 21; 26), emosional sferada və davranışda kəskin və dayanıqlı

dəyişikliklər (36; 37) lokomasiyanın süstləşməsi, qeyri-adekvat hərəkət reaksiyaları, adaptasiyaya cəhdlər (10; 11; 26; 30) özünü bürüzə verir.

Hipoksiyanın təsirinə neyrogen təbiətli reaksiyalar fonunda neyroendokrin strukturlarının oyanıqlığı məsələsi də böyük maraq doğurur, belə ki, artıq qeyd olunduğu kimi, hormonal mexanizmlər ekstremal və stressor təsirlərə qarşı orqanizmdə təcili cavab reaksiyalarının təşəkkülündə və adaptiv xarakterli dəyişikliklərin inkişafında güclü tənzimləyici rol oynayırlar.

Məlumdur ki, mərkəzi neyroendokrin aparat kimi hipotalamusun neyrosekretor hüceyrələri həm spesifik neuropeptidləri, həm də hipofizin trop funksiyalarını tənzimləyən hormon təbiətli maddələri – azad edici faktorları (rilizing-faktorlar) hasil edir. Hipoksiya ilə aparılmış təcrübələrdə hipotalamusda çox maraqlı dəyişikliklər müəyyən edilmişdir. Məlum olmuşdur ki, kəskin eksperimental hipoksiya vaxtı əvvəlcə hipotalamusun müxtəlif neyron populyasiyalarında oyanıcılıq getdikcə artır, sonra neyrosekretor hüceyrələr, xüsusən də paraventrikulyar nüvələrin sekretor neyronları, aktivləşirlər (24; 33). Bu reaksiyalar ona gətirib çıxarır ki, hipotalamik sekretor neyronların aksonları vasitəsilə neyrohormonlar hipofizin arxa payına (neyrohipofizə) daxil olur, kortikotropin-rilizing faktor, tireotropin-rilizing faktor kimi mərkəzi hormonal tənzimləyicilər hipofizin ön payında (adrenohipofizdə) adrenokortikotrop hormonun (AKTH) və tireotrop hormonun (TTH) sintezini stimullaşdırır. Bu, eyni zamanda o deməkdir ki, AKTH öz növbəsində adrenokortikal vəzin (böyrəküstü vəzilərin qabıq maddəsi) glükokortikoid funksiyasını – kortikosteron, kortizol kimi steroid hormonların ("stres hormonların"), TTH isə qalxanvari vəzidə tireoid hormonların (tiroksin və s.) sekresiyalarını intensivləşdirir. Həqiqətən də bir sıra tədqiqatçıların təcrübə işləri göstərmişdir ki, hətta nisbətən mülayim eksperimental hipoksiya yükləri altında qanda tez bir zamanda AKTH, kortizol, kortikostreon, TTH və tiroksin hormonlarının səviyyəsi artır (7; 8). Ən maraqlısı da budur ki, qanda AKTH və kortikosteroidlər vaxt etibarilə TTH və tiroksinə nisbətən daha tez artırlar. Buradan belə nəticəyə gəlmək olar ki, adrenokortikal vəzilərin glükokortikoid hormonları orqanizmdə şəkər, lipid və zülal mübadiləsini katabolizmə doğru intensivləşdirməklə hipoksiyaya qarşı müdafiə-uyğunlaşma qüvvələrinin yüksəlməsinə (bir çox mənfi streslərdə olduğu kimi) səbəb olur. Bu da maraqlıdır ki, nə mülayim, nə də ağır hipoksiya zamanı qanda androgen və estrogen cinsi hormonların (testosteron və estradiolun) miqdarları ciddi dəyişikliklərə uğramır, halbuki xroniki hipoksiya onların sekresiyalarının azalmasına gətirib çıxarır. Belə faktlar bizim tədqiqatlarımızda aşkar olunmuşdur (9).

Hipoksiya üçün xarakterik olan təsir mexanizmi haqqında ədəbiyyatda yekdil mülahizə hələ ki, yoxdur, bir qədər ziddiyyətli təsəvvülər mövcuddur. Ən tutarlı mühakimə ondan ibarətdir ki, orqanizmdə hipoksiya hüceyrələr

səviyyəsində enerji (ATF) sintezinin xeyli dərəcədə azalmasını şərtləndirir, bunun da əsas səbəbi mitoxondrilərdə tənəffüs fermentlərinin fəallığının qismən, yaxud da kəskin surətdə inhibisiyası (“mitoxondrial şok”) prosesidir (27). Belə təsəvvür də var ki, orqanizmdə, onun hüceyrələrində oksigen çatışmazlığı səbəbindən yaranan kəskin və ya davamlı enerji qıtlığı hüceyrə metabolizmin və funksiyalarının, eləcə də orqan və sistemlərin fəaliyyətinin gedişatında birincili və ikincili dönər və donməz dəyişikliklər (effektlər), əksər hallarda patoloji təzadlar doğurur. Bu da hipoksiyanın təsir mexanizmin miqyasını xeyli dərəcədə artırır, bütöv orqanizm səviyyəsində daha da ümumiləşmiş posthipoksik somato-vegetativ, emosional və digər davranış reaksiyalarının anormal təzahürlərinə səbəb olur. Hesab edilir ki, hipoksiyanın ümumi təsir mexanizmində, mərkəzi sinir sistemində və endokrin sistemində ikincili posthipoksik sinir və hormonal effektlər xüsusi yer tutur və onlar həm də orqanizmin hipoksiyaya adaptasiya olunmasında mühüm rol oynayır. Belə uyğunlaşmalardan biri də hipoksiya zamanı bəzi orqan və toxumalarda anaerob metabolizm – qlükoliz hesabına enerji qıtlığını müəyyən dərəcədə aradan qaldırılması mexanizmidir. Bir sıra eksperimental tədqiqatlarda müəyyən edilmişdir ki, məsələn, beyin toxumasında hipoksiya zamanı əsas qlükolitik fermentlər (glükoza-6-fosfatdehidrogenaza, heksokinaza, pirovatkinaza, laktatdehidrogenaza və i.a.) xeyli aktivləşir (3; 12; 13; 14), bu zaman orqanizm az enerji tələbatına qlükozanın anaerob “oksidləşməsi” (parçalanması) hesabına müvəqqəti olaraq ödəyə bilər.

Beləliklə, insan və ya heyvan orqanizmi elə strateji fizioloji və biokimyəvi mexanizmlərə malikdir ki, onların köməkliylə oksigen çatışmazlığı problemi müxtəlif yollarla həll oluna bilər. Bu zaman oksigeni az məsrəf etməklə sağ-salamat qalmaq və funksiyalaşma (adaptasiya), kompensator strategiya (aerobioza qayıdış), oksigensiz metabolizmə önəm verilməsi, oksigen qıtlığı olan mühitdən uzaqlaşma və ya oksigen olan mühitə qaçma və digər adaptiv hərəkətlər hipoksiya mexanizmində əhəmiyyətli rol oynayır (32). Biokimyəvi və fizioloji səviyyələrdə oksigen çatışmazlığının mənfi effektlərinin azalmasının mühüm mexanizmi hətta ən az oksigeni toxumalara çatdırması, həddən artıq O<sub>2</sub> qıtlığı zamanı onun balansını kifayət qədər effektiv saxlaması, oksigeni daha çox tələb edən toxuma və orqanlara, digər toxuma və orqanlar hesabına onu adaptiv olaraq yönəltməsi, ağır hipoksiya yüklərinə az-çox uyğunlaşma prosesləridir.



## ƏDƏBİYYAT

1. Ağayev T.M., Xairova V.R. Postnatal ontogenezdə birillik siçovulların baş beyində qlutaminsintetazanın fəallığına hipoksiyanın təsiri //A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı. Bakı, 2011, XXIX cild, s.33-37

2. Ağayev T.M., Hacıyev Ş.M., Qurbanova G.A. Baş beyin strukturlarında qlütamat-QAYT metabolik tsiklin fermentlərinin fəallığına hipoksiyanın təsiri //A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı, Bakı, 2014, XXXII cild, s.7-14

3. Baba-zadə S.N., Məmmədyanova V.V. Orqanogenez dövründə müxtəlif səviyyəli hipoksiyaya məruz qalmış ağ siçovulların postnatal ontogenezdə baş beyin subfraksiyalarında heksokinaza və qlükoza-6-fosfat dehidrogenaza fermentlərinin fəallığına təsiri //A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı. Bakı, 2017, XXXV cild, s.24-30

4. Qaziyev A.Q., Məmmədov X.B., Hüseynov A.H. Prenatal ontogenezin son mərhələsi hipoksiyanın dovşan balalarında beyin qabığının görmə zonasının fəallığına təsiri // A.İ.Qarayev adına Fiziologiya institutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı, Bakı, 2012, XXX c., s.102-107

5. Mehbalıyeva E.C. Prenatal hipoksiyanın siçovullarda postnatal ontogenezdə davranış reaksiyalarına təsiri // A.İ.Qarayev adına Fiziologiya institutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı, Bakı, 2004, XXII c., s.131-138

6. Mehbalıyeva E.C., Fərəcov Ə.N., Qaziyev A.Q. Fərdi inkişafın prenatal dövründə hipoksiyaya məruz edilmiş 15-20 günlük siçovullarda şərti reflektor fəaliyyət və baş beyin strukturlarında serotoninin miqdarının dinamikası // Sağlamlıq. Elmi-praktik jurnal, Bakı, 2007, №6, s.108-113

7. Mehbalıyeva E.C. Azyaşlı siçovul balalarında təcrübə hipoksiya zamanı hipofizar-adrenokortikal sistemin erkən reaksiyaları // A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutu və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin Elmi əsərlərinin külliyyatı, XXXIII c., 2015, s.107-112

8. Mehbalıyeva E.C. Kiçik yaşlı siçovullarda kəskin hipoksiya zamanı ön hipofiz – qalxanavari vəzi funksional sisteminin erkən hormonal reaksiyalarının xüsusiyyətləri // Pedaqoji Universitetin Xəbərləri, Bakı, 2015, №2, s.57-60

9. Mehbalıyeva E.C. Xroniki hipoksiyanın cinsi yetişkənlik prosesinə təsirinin təcrübədə öyrənilməsi / Book of Abstracts. Akademik Elm həftəliyi-2015ASW-2015, s.392

10. Mehbalıyeva E.C. Oksigen çatışmazlığına məruz qalan cavan siçovullarda hərəkəti fəallığının eksperimentdə tədqiqi //Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası. A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutu və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin Elmi əsərlərinin külliyyatı. Fiziologiya və Biokimyayın problemləri. XXXIV c., 2016, s.71-75

11. Mehbalıyeva E.C., Əliyev Ə.H. Oksigen çatışmazlığı (hipoksiya) şəraitində davranışın təcrübə öyrənilməsi məsələləri // Bakı Dövlət Universitetinin Xəbərləri, 2017, №4. s.45-49

12. *Məmmədخانова V.V.* Xroniki hipoksiyaya məruz qalmış ağ siçovulların baş beynin müxtəlif strukturlarında Q-6-F-D fermentinin fəallığı // A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı, Bakı, 2011, XXIX cild, s.96-100

13. *Hüseynova L.M., Rəşidova A.M.* Kəskin hipoksiyaya məruz qalmış ağ siçovulların baş beynində pirovatkinaza fermentinin fəallığının öyrənilməsi / Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin akademik A.İ.Qarayevin anadan olmasının 100 illiyinə həsr olunmuş IV qurultayın materialları, 2010, c.63-65

14. *Rəşidova A.M.* Kəskin hipoksiyaya məruz qalmış ağ siçovullarda baş beynin müxtəlif strukturlarının subfraksiyalarında pirovatkinaza fermentinin fəallığının dəyişmə dinamikası // A.İ.Qarayev adına Fiziologiya İnstitutunun və Azərbaycan Fizioloqlar Cəmiyyətinin elmi əsərlərinin külliyyatı, Bakı, 2011, XXIX c., s.110-123

15. *Абелашвили Д.И., Нитардзе Г.И.* Функциональное состояние печени при гипоксических поражениях центральной нервной системы // Сооб. АН Грузинской ССР, 1988, т. 19, №2, с.417-420

16. *Белеган Е.А., Самойлов М.О.* Влияние асфиксии на активность аденилатциклазы в коре головного мозга кошки // Бюллетень экспериментальной биологии и медицины, 1997, т. 124, № 8, с.131-134

17. *Березинский В.А., Горчаков В.Ю., Сушко Б.С.* О механизмах физиологической регуляции поступления кислорода в клетку / Тезисы. докл. XIV съезда Всесоюз. Физиол. Общ. им. И.П.Павлова, Баку, 1983, т.1, с.281

18. *Брода Э.* Эволюция биоэнергетических процессов. М.: Мир, 1978, 254 с.

19. *Бурых Э.А.* Взаимосвязь изменений локальных и пространственно временных спектральных характеристик ЭЭГ при гипоксическом воздействии у человека // Российский физиологический журнал им. И.М.Сеченова, 2005, т. 91, №11, с.1260-1268

20. *Васильев Д.С., Туманова Н.А., Журавин И.А.* Структурные изменения в нервной ткани новой коры в онтогенезе крыс после гипоксии на разных сроках эмбриогенеза // Журнал эволюционной биохимии и физиологии, 2008, т. 44, №3, с.258-267

21. *Ватаева Л.А., Отеллин В.А., Кассиль В.Г. и др.* Гипоксия в раннем постнатальном онтогенеза крысы: развитие мозга и формирование поведения / Доклады РАН, 1998, т. 363, №3, с.409-411

22. *Жукова Т.П., Палат Х., Мочалова Л.Д.* Причины гипоксии / В кн. Перинатальная патология, под. ред. М.Я.Студеникина, М.: Медицина, 1984, с.43-47

23. *Захаров Е.М., Свинов М.М., Германова Э.Л. и др.* Механизмы вовлечения холинергических систем в процессы морфофункциональной реорганизации неокортекса и гиппокампа в условиях гипоксии / Сб. Проблемы гипоксии: молекулярные, физиологические и медицинские аспекты, М., Истоки, 2004, с. 268-296

24. *Колесник Ю.М., Ористенко Ю.К., Абрамов А.В.* Состояние вазорессин – окситоцин-кортиколиберин синтезирующих структур гипоталамуса у крыс при гипоксических воздействиях // Физиологический журнал им. И.М.Сеченова, 1993, т. 79, №9, с. 34-41

25. *Колчев А.И., Коровин А.Б.* Гипоксия органов и систем / В кн.: Гипоксия: адаптация, патогенез, клиника, М.: Медицина, 2000, с.189-214
26. *Константинов В.А.* К вопросу о различных формах гипоксии и адаптации к ним / В кн.: Проблемы космической биологии, М., Наука, 1985, с.27-34
27. *Лукьянова Л.Д.* Митохондриальная дисфункция-типовой патологический процесс, молекулярный механизм гипоксии / В кн.: Проблемы гипоксии: молекулярные, физиологические и медицинские аспекты. М., 1998, с.8-17
28. *Лунец Е.Ф., Маслова Г.Т., Васильева Л.П., Полюкович Г.С.* Влияние кислородной недостаточности на некоторые компоненты адренергической и холинергической систем головного мозга / В кн.: Физиология и биохимия медиаторных процессов, М., 1980, с.124-132
29. *Мехбалиева Э.Дж.* Первичные и вторичные реакции нервной ткани на нехватку кислорода и их отражение в сложно-системных функциях мозга // Вестник Московского Государственного областного Университета, Естественные науки, 2014, №4, с.32-38
30. *Мехбалиева Э.Дж.* Хроническая гипоксия угнетает двигательной активности незрелых животных / Мат. XXIII съезда Физиологического Общества им. И.П.Павлова, 18-22 сентября 2017, Воронеж, с.1512-1513
31. *Новиков В.С., Шанин В.Ю., Козлов К.А.* Гипоксия как типовой патологический процесс, его систематизация / В кн.: Гипоксия: адаптация, патогенез, клиника, М.: Медицина, 2000, с.12-22
32. *Хочачка Т., Самеро Дж.* Стратегия биохимической адаптации М.: Мир, 1977, 398 с.
33. *Chen X.* Hypoxia influences enkephalin release in rats // *Neuroreport*, 2000, v.1, No 7, pp.1555-1558
34. *Jones D., Sillan A.* Defining the resistance to oxygen transfer in tissul hypoxia // *Experientia*, 1990, v. 46, No 11-12, pp.1180-1187
35. *Krnjevic K., Leblond J.* Changes in membrane currents of hyppokampal neurons evoked by brief anoxia // *J. Neurophysiology*, 1989, v. 62, No 1, pp.15-30
36. *Michiels C.* Physiological and pathological responses to hypoxia // *J. Pathol.*, 2004, N 6, p.1875-1882
37. *Mikati M., Zeinieh M., Kurdi R. et al.* Longterm effects of acute and of chronic hypoxia on behavior // *Brain Res.*, 2009, v.157, pp.98-102
38. *Mishra O., Delhoria M.* Cellular mechanisms of hypoxic injury in the developing brain // *Brain Res. Bull.*, 1999, v.48, pp.233-238

**UOT 91**

**A.P.Məmmədov**

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
mamedov.a@mail.ru*

**TƏRTƏRÇAY HÖVZƏSİNİN DAĞ-ÇƏMƏN LANDŞAFTLARINDA AĞIR  
METALLARIN ( Hg, Cu) ELEMENTLƏRİNİN PAYLANMASI**

**Açar sözlər:** *KK (kompensasiya klarkı), (BAƏ) blüvial-akkumlyativ əmsal, pb (qurğuşun elementi), Cu (mis elementi), SÇ (subapl çəmənlik), KQ (Kiçik Qafqaz)*

Məqalədə Tərtərçay hövzəsində yerləşən süxurlarda və ayrı-ayrı torpaq qatlarında kimyəvi elementlərin yayılması və həmin ərazinin ayrı-ayrı landşaftlarında ağır metallardan civə və misin (Hg, Cu) yayılma qanunauyğunluqları tədqiq edilmiş və həmin ərazilərin komponentlərində onların klarka nisbətən miqdarlarının (orta normadan) yüksək olması və həmin elementlərin vasitəsi ilə çirklənməsi müəyyən edilmişdir.

**A.П.Мамедов**

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ (Hg, Cu)  
В ГОРНО-ЛУГОВЫХ ЛАНДШАФТАХ ТЕРТЕРЧАЙСКОГО БАССЕЙНА**

**Ключевые слова:** *KK (кларк-компенсация), БАК (блювиально-аккумулятивный коэффициент), pb (элемент свинца), Cu (элемент меди), СЛ (субальпные луга), МК (Малый Кавказ)*

В статье исследованы распространение химических элементов в породах и отдельных пластах грунта, расположенных на Тертерчайском бассейне и закономерности распространения ртути и меди (Hg, Cu) из тяжелых металлов на отдельных ландшафтах указанной территории и установлено наличие в компонентах указанных территорий высокого их количества в соотношении с кларком (от средней нормы) и загрязнения посредством указанных элементов.

**A.P.Mamedov**

**DISTRIBUTION OF HEAVY METAL ELEMENTS (Hg, Cu) IN THE  
MOUNTAIN MEADOW LANDSCAPES OF THE TERTERCHAY BASIN**

**Keywords:** *CC (clarke compensation), БАК (bluvial accumulation coefficient), pb (lead element), Cu (copper element), (SM) subalpine meadows, (LC) Lesser Caucasus*

The article investigated the distribution of chemical elements in rocks and individual layers of soil located on the Terterchay basin and patterns of distribution of

mercury and copper (Hg, Cu) from heavy metals in certain landscapes of the specified territory and the presence in the components of these territories of a high number in relation to the clarke (from the average standard) and pollution through these elements.

Müasir relyefin, iqlimin və yamacların mezo və makroekspozisiyasının formalaşmasını şərtləndirən tektonik hərəkətlərin təsiri altında Kiçik Qafqazın cənub-şərq yamacının müxtəlif sektorlarında, Kür-Araz ovalığında formalaşmış yarımsəhra landşaftlarından yuxarıda müxtəlif yüksəklik qurşaqlarından ibarət landşaftlar əmələ gəlmişdir.

Relyefin müxtəlif yüksəkliyi 3000 metrdən çox olan Işıqlı-Mıxtökən-Murovdağ silsilələri xəttindən qərbdə yerləşən maksimal tektonik qalxma zonasında yüksəklik landşaft qurşaqları alp (2800-3200 m) və subnival-qayalıq (3200-3700 m) kompleksləri ilə qurtarır. Qarabağ silsiləsi daxilində və Qarabağ vulkanik yaylasının cənub-şərq hissəsində relyefin alçalması, iqlimində aridliyin nisbətən artması və atmosfer yağıntılarının sürətlə vulkanik suxurlarda hopması ilə əlaqədar olaraq ərazi üçün ən yüksək landşaft qurşağı olan subalp çəmənlikləri, onların bozqırlaşmış variantları inkişaf etmişdir.

**Subalp çəmənlikləri.** Alp çəmənliklərindən aşağıda dəniz səviyyəsindən 1800-2000 m-lə 2700-2800 m yüksəkliklər arasında ərazinin iqlimi, yamacların sərtliyi və litoloji şəraitindən asılı olaraq müxtəlif bitki assosiasiyaları ilə səciyyələnən subalp çəmənlikləri inkişaf etmişdir.

Subalp yarımqurşağında iqlimin sərtliyi alp yarımqurşağına nisbətən azalır: burada yay sərin, qış isə soyuq olur. Ümumi günəş radiasiyasının illik miqdarı subalp çəmənliklərində 130-140 kkal/sm<sup>2</sup> təşkil edir. Havanın orta illik temperaturu 4-6°, orta yanvar temperaturu -5-9°, orta iyul temperaturu 8-15° və 10° temperaturlar cəmi uyğun olaraq 300-900° və 600-1400°, illik atmosfer yağıntılarının miqdarı isə 700-800 mm arasında dəyişir. Subalp çəmənlikləri altında əsasən çimli dağ-çəmən və qaratorpaqağabənzər dağ-çəmən torpaqları inkişaf etmişdir. Sonuncular dağ-çəmən bioiqlim şəraitində formalaşan subalp çəmənlikləri qurşağından daha aşağıda yerləşir (M.G.Salayev, 1966). Qaratorpaqağabənzər dağ-çəmən bozqır torpaqları əsasən relyefin öz meyli və düzənliklər üçün səciyyəvidir.

Əsasən dağ-çəmən bozqır torpaqlar dağ-çəmən landşaft kompleksi daxilində formalaşmış dəniz səviyyəsindən 2200-2800 metr yüksəklikləri əhatə edir.

Dağ-çəmən bozqır torpaqlar sərbəst torpaq tipi kimi subalp çəmənlikləri üçün xarakterik olub, dəniz səviyyəsindən 1900-2600 metr yüksəkliklərdə, əsasən cənub yamaclarda yayılmışdır. Bu torpaqlar üçün dağların əsasən quraq yamaclarının yüksək təbii drenaja malik sahələrini əhatə edir.

Tədqiq olunan ərazidə dağ-çəmən bozqır torpaqlarında ağır metalların miqdarı 9, 18, 19, 25, 27, 29 sayılı kəsimlərdə əsasən xarakterizə olunmuşdur. Bu torpaqların geokimyəvi xüsusiyyətləri cədvəl 1-də, şəkil 1-də aydın izah olunur. Dağ-çəmən torpaqlarının 0-20 sm-lik üst qatlarında civə elementinin miqdarı 2,4-5,5 mq/kq arasında dəyişir. Civənin torpaq kəsimi boyu dəyişməsində iki maksimum qiymət (3, 5 mq/kq), (17-42 və 77-102 sm dərinliklərində) müşahidə olunur. 17-42 sm dərinlikdə olan maksimum miqdar üst qatda yuyulma ilə, alt qatda (77-102 sm) maksimum miqdar isə torpaq əmələgətirən süxurlarda onun yüksək miqdarı və eləcə də mexaniki tərkibindəki gil hissəciklərinin miqdar çoxluğu ilə izah olunur.

Cədvəl 1. Tərtərçay Hövzəsinin landsaftalrından götürülmüş torpaq nümunələrində ağır metallarların ümumi miqdarı (mq/kq-la)

Kəsim №-si	Dərinlik sm-lə	Hg			Cu		
		Ümumi	Kk	Eaə	ümumi	Kk	Eaə
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Dağ-çəmən bozqır torpaqları</b>							
<b>9</b>	0-3	2.4	20.91	0.52	75.0	1.59	1.52
	3-15	2.8	3.73	0.84	69.0	1.46	1.40
	15-43	3.2	38.55	0.96	63.0	1.34	1.28
	43-68	3.3	39.75	1.00	49.0	1.04	1.00
<b>18</b>	0-8	2.9	34.93	0.82	92.0	1.95	1.56
	8-31	3.1	37.34	0.88	67.0	1.42	1.13
	31-56	2.3	27.71	0.65	65.0	1.38	1.10
	56-78	3.5	42.16	1.00	59.0	1.25	1.00
<b>19</b>	0-17	3.0	36.14	0.86	55.0	1.17	1.34
	17-42	3.5	42.16	1.00	78.0	1.65	1.89
	42-59	2.5	30.12	0.71	46.0	0.97	1.11
	59-77	2.9	34.93	0.82	50.0	1.06	1.21
	77-102	3.5	42.16	1.00	41.0	0.87	1.00
<b>25</b>	0-8	2.5	30.12	0.71	67.0	1.42	1.04
	8-25	2.7	32.53	0.77	76.0	1.61	1.18
	25-6	3.5	42.16	1.00	64.0	1.36	1.00
<b>27</b>	0-13	5.5	66.26	0.92	23.0	0.48	0.63

	13-30	6.0	72.29	1.00	29.0	0.61	0.80
	30-49	5.4	65.06	0.90	25.0	0.53	0.69
	49-69	4.8	57.83	0.80	40.0	0.85	1.15
	69-90	6.0	72.29	1.00	36.0	0.76	1.00
<b>29</b>	0-26	4.2	50.60	0.65	50.0	1.06	0.62
	26-40	5.0	60.24	1.00	80.0	1.70	1.00
<b>Qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqları</b>							
<b>15</b>	0-31	4.3	51.80	0.86	76.0	1.61	1.26
	31-68	5.0	60.24	1.00	60.0	1.27	1.00
<b>16</b>	0-15	3.9	46.98	0.76	70.0	1.48	1.16
	15-37	5.1	61.44	1.00	60.0	1.27	1.00

- (ellüvial akkumlyativ əmsalı) – elementlərin Kk (klark konsentrasiya) - torpaq qatlarındakı elementlərin miqdarının dünya klarkına olan nisbətidir
- Eə – torpaq qatlarında olan orta miqdarının torpaq əmələgətirən süxurlarındakına nisbəti

Dağ-çəmən bozqır torpaqlarında mis elementinin torpağın 0-20 sm-lik üst qatlarındakı miqdarı göstərilən kəmiyyətlər üzrə 23.0-92.0 mq/kq arasında dəyişir (cədvəl 1, şəkil 1)

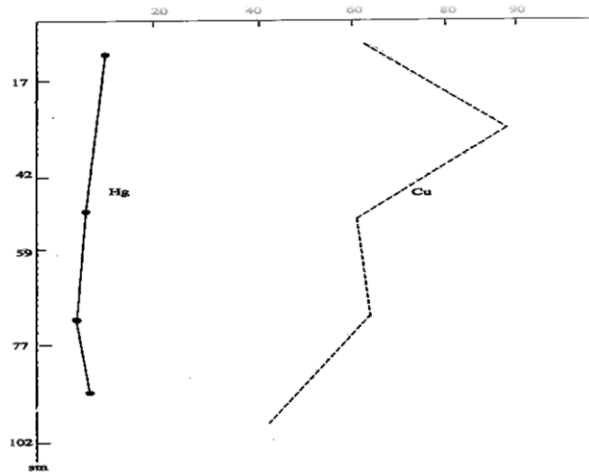
Mis elementinin orta dünya klarkının 20.0 mq/kq olduğunu nəzərə alsaq, tədiq olunan ərazidə onun miqdarının bu qiymətdən 4 dəfə çox olduğu özünü aydın göstərir.

**Qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqları** – dağ-çəmən landşaftları kompleksi (alp, subalp) daxilində yayılmışdır. Qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqları subalp qurşağında dağ-çəmən bioiqlim zonasında yayılır. Relyef və iqlim şəraitindən asılı olaraq bu torpaqların aşağı sərhədləri dəniz səviyyəsindən 2000-2100 metr hündürlükdən keçir. Burada qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqları, dağ-çəmən bozqır və dağ-qara torpaqları ilə sərhədlənir və əsasən Mıxtökən silsiləsinin cənub-qərb yamaclarında yayılır. Bu torpaqların yayıldığı sahələrin relyefi az meyilli, səthi düzəlmiş yamaclardan ibarətdir.

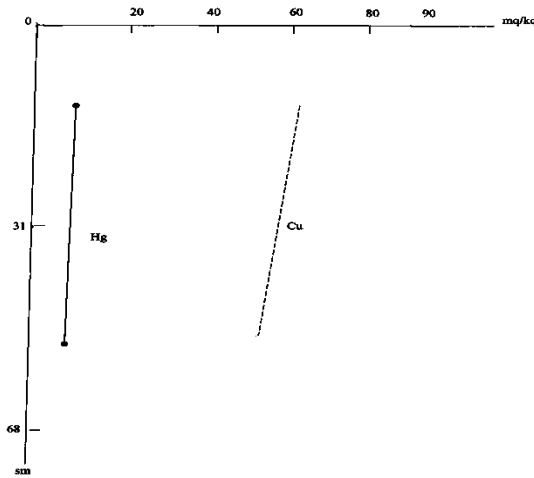
Qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqlarında ağır metalların yayılması 15 və 16 sayılı torpaq kəsimlərinin nümunəsində göstərilmişdir. (cədvəl 1, şəkil 2)

Bu torpaqların üst qatında civənin miqdarı cədvəldə 3.9-4.3 mq/kq arasında olub klark qiymətindən 240-430 dəfə çoxdur. Həmin ərazi civə filiz anomaliyası ilə zəngindir və tədqiqat zonası üçün anomaldır. Torpağın alt qatlarında civə elementinin az olması onun miqdarının süxurlarda az olması ilə

izah olunur. Onun miqdarının üst qatda çox olması isə burada qələvi mühitin (pH-7.4) yaranmasına və bunun nəticəsində elementin mütəhərrik formalarının azalmasına səbəb olur.



Şəkil 1. Dağ-çəmən torpaqlarında cıvə və misin profil üzrə yayılması.  
(kəsim 19)



Şəkil 2. Qaratorpağabənzər dağ-çəmən torpaqlarında cıvə və misin profil üzrə yayılması (kəsim 15)

Tədqiqatların nəticəsi göstərir ki, Tərtərçay hövzəsinin qara torpağa bənzər torpaqlarında mis elementinin miqdarı (1-ci cədvəl və 2-ci şəkildə



göstərilir) üst qatda 60.0-70.0 mq/kq arasında dəyişir ki, bu da bu elementin torpaqdakı orta klark qiymətindən ( 20.0 mq/kq) 3-4 dəfə çoxdur.

Aparduğumuz araşdırmalardan belə qənaətə gəlmək olur ki, qeyd olunan landşaft komplekslərinin torpaqlarında ağır metalların miqdarının çoxalib azalmasına əsas səbəb həmin torpaqların yağıntıların təsirindən yuyulmaya çox məruz qalmasıdır.

## ƏDƏBİYYAT

1. *Алексеев Ю.В.* Тяжелые металлы в почвах и растениях. Ленинград: Агропромиздат, 1987, 141с.
2. *Будагов Б.А., Микаилов А.А.* Развитие и формирование ландшафтов Юго-Восточного Кавказа в связи с новейшей тектоникой. Баку: Элм, 1985, 176 с.
3. *Виноградов А.П.* Геохимия редких и рассеянных элементов в почвах. Москва: Изд.АН ССР, 1957, 335 с.
4. *Геохимия окружающей среды.* Москва, 1985, 360 с.
5. *Звонарев Б.А., Зырин Н.Г.* Закономерности распределения ртути в почвах вблизи источника загрязнения // Почвоведение. Москва, 1981, №4, 32-39 с.
6. *Салаев М.Э.* Почвы Малого Кавказа. Баку: АН АзССР, 1966, 329 с.
7. *Мəтмədov A.P.* Tərtərçay hövzəsi landşaftlarında ağır metalların miqdarı və yuyulma qanunauyğunluqları: Coğraf. elm. nam. ... dis. avtoref. Bakı, 2003, 30 s.

UOT 593.17

**İ.F.Mənsimova**  
*Bakı Dövlət Universiteti*  
*ilaxa\_mansimova@mail.ru*

## **AĞZIBİR GÖLÜNÜN MÜXTƏLİF BIOTOPLARININ SƏRBƏSTYAŞAYAN İNFUZORLARININ KƏMİYYƏT GÖSTƏRİCİLƏRİNİN MÖVSÜMİ DƏYİŞİKLİKLƏRİ**

*Açar sözlər: Ağzıbir, infuzor, plankton, bentos, perifiton, fitosilliosenoz*

Bentik biotopların sərbəstyaşayan infuzorlarının ümumi sayının mövsümi dəyişiklikləri yaz, yay və payıza təsadüf edən 3 maksimuma malikdir. Perifiton, plankton və fitosilliosenozların biotoplarında yalnız yaz və payız fəsillərinə düşən 2 maksimum qeydə alınmışdır. Bentik biotoplarda sərbəstyaşayan infuzorların ümumi sayının mövsümi dinamikasının fərqi adətən iyul ayının axırlarına təsadüf edən üçüncü yay maksimumunun olmasıdır. Bu dövrdə Ağzıbir gölündə tez-tez yüksək temperaturun olması ilə əlaqədar olaraq bir çox yosunların və balıqlar da daxil olmaqla, kiçik hidrobiontların oksigen çatışmazlığından kütləvi tələfi müşahidə olunur.

**И.Ф.Мансимова**

## **СЕЗОННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОБОДНОЖИВУЩИХ ИНFUZОРИЙ РАЗЛИЧНЫХ БИОТОПОВ ОЗЕРА АГЗЫБИР**

*Ключевые слова: Агзыбир, инфузория, планктон, бентос, перифитон, фитосиллиосеноз*

Сезонные изменения общей численности свободноживущих инфузорий бентических биотопов имеют три максимума, встречающихся весной, летом и осенью. В биотопах перифитона планктона, и фитоцилиоценозов были отмечены только два максимума, встречающиеся весной и осенью. Разница в сезонной динамике от общего числа свободных инфузоров в бентических биотопах обычно составляет третий летний максимум, который приходится на конец июля. В этот период из-за высоких температур на озере Агзыбир наблюдается массовая потеря дефицита кислорода у небольших гидробиотиков, в том числе у многих водорослей и рыб.

*I.F.Mansimova*

## SEASONAL CHANGES IN QUANTITATIVE INDICATORS OF FREE-LIVING INFUSORIAS OF DIFFERENT BIOTOPES OF AGHZIBIR LAKE

**Keywords:** *Agzybir, ciliates, plankton, benthos, periphyton, phytosiliosenosis*

Seasonal changes in the total number of free-living ciliates of benthic biotopes have three maxima in the spring, summer, and autumn. In the remaining biotopes of plankton, periphyton, and phytocycloenoses, only two maxima were recorded in spring and autumn. The difference in the seasonal dynamics of the total number of free-living ciliates of benthic biotopes in the presence of a third summer peak, usually at the end of July. At this time, in Lake Agzybir, the death of many algae is often observed due to the high temperature, and in some places due to delays due to the lack of oxygen in the water of small hydrobionts, even fish fry.

Məlumdur ki, Ağzıbir gölü həm su-bataqlıq quşlarının bir çox növlərinin yuvalama yeri, həm də bir sıra vətəgə balıqlarının kürülmə yeri kimi mühüm əhəmiyyətə malikdir. Gölün ümumi sahəsi 1600 hektardan çoxdur. Bu göl dayazdır – maksimal dərinliyi 2 m-dən artıq deyil. Gölə üç çay axır (Şabrançay, Diviçay və Taxtakörpüçay), yalnız biri Yaradaxnaçay – çıxır. Hal-hazırda Ağzıbir gölünü qidalandıran su resurslarının böyük hissəsi suvarma məqsədilə istifadə olunur. Xəzər dənizi ilə əlaqə yalnız yazda su daşqınları zamanı yaranır. Ağzıbir gölünün su sahəsi (akvatoriyası) ali su bitkiləri ilə zəngin sahələrlə örtülüdür. Gölün sahiləni ərazilərində sahiləni fitosilliosenozların zəngin biomüxtəlifliyinin formalaşması üçün əlverişli şərait yaradan çoxlu yosunlar (*Chara sp.*) vardır.

Əldə etdiyimiz məlumatlara görə, Ağzıbir gölündə üstünlük təşkil edən qruntlar müxtəlif lillər – boz lil, yosunlu lil, qara və sapropelli lildir. Mövsümdən asılı olaraq duzluluq 7.2%-dən yazda Xəzər dənizi ilə əlaqədar maksimal 10.3%-ə qədər olur. Qışda suyun temperaturu  $5.1^0 - 6.3^0$ , yayda  $27 - 31^0$ , mühitin aktivlik reaksiyası pH neytral və ya bir qədər qələvidir (7,1-7,6). Suda həll olmuş oksigenin miqdarı 7.2- 8.6 mq/l-dir, yalnız yayda bəzi ərazilərdə 5,3 mq/l-ə qədər azalır.

Beləliklə, Ağzıbir gölü bir sıra hidrokimyəvi amillərə görə sərbəstyaşayan infuzorların yüksək biomüxtəlifliyinin formalaşması üçün optimal hesab olunur. Buna böyük quş koloniyalarının, eləcə də bitki və heyvan mənşəli çürümüş üzvi qalıqların metabolizmi nəticəsində biogen elementlərin daxil olması da şərait yaradır.

Azərbaycan ərazisində sərbəstyaşayan infuzorların biomüxtəlifliyi və ekologiyasının ilk dəfə müasir səviyyədə tədqiqatları uzun illər Xəzər dənizinin infuzor faunasını öyrənən və əldə edilən nəticələri “Xəzər dənizinin infuzorları” monoqrafiyasında çap etdirən F.Q.Ağamaliyev olmuşdur [1]. Hazırda

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının müxbir üzvü İ.Ələkbərovun təkcə Azərbaycanın deyil, həm də dünyanın digər bölgələrinin də su və torpaq infuzorlarının fauna və ekologiyasına həsr olunmuş, 3 monoqrafiyasında ümumiləşdirilmiş, çoxillik tədqiqatları xaricdə yaxşı tanınır [2; 3].

**Material və metodika.** Nümunələr 2013-2017-ci illər ərzində Ağzıbir gölünün müxtəlif biotoplarından toplanılmışdır. Ümumilikdə, tərəfimizdən 8 stasionar (sabit) nöqtədən 380 nümunə toplanılmış və işlənmişdir.

Toplanmış nümunələrin bir hissəsi tərəfimizdən toplanıldıqdan dərhal sonra işlənmişdir, lakin nümunələr əsasən qısa müddət ərzində laboratoriyaya gətirilmişdir. Burada müxtəlif növlərin qidalanmasının müşahidəsi, onların sayının hesablanması, eləcə də müxtəlif üsullarla total preparatların hazırlanması, nitrat və gümüş proteinatla impregnasiyası prosesləri aparılmışdır. Sərbəstyaşayan infuzorların sayının kəmiyyət qiymətləndirilməsi üçün biz konsentrə olunmamış nümunələrin birbaşa hesablanması universal metodundan istifadə etmişik [2]. Bu metod son illərdə daha dəqiq nəticələrinə görə geniş yayılmışdır. Bu metod maksimal diqqət tələb etməyinə və tədqiqatçını çox yormasına baxmayaraq bugünkü günə praktiki olaraq müxtəlif növlərin sayı haqqında daha dəqiq və tez məlumat əldə etmək üçün yeganə metoddur. Bu metodun mahiyyəti sadə olmuş, Boqorov kamerasında 3 və ya 5 ml suda infuzorların hesablanmasından ibarətdir. Bu prosesi 3-dən 10 dəfəyə qədər təkrarlayırlar, daha sonra hər növ üçün orta rəqəmlər tapırlar və əgər plankton infuzorlarının sayı müəyyənləşdirilsə, su hövzəsinin 1 dm<sup>2</sup> qruntunda və ya 1 litr suda yenidən hesablayırlar.

**Məlumatların müzakirəsi.** Ağzıbir gölünün müxtəlif biotoplarının sərbəstyaşayan infuzorlarının növ müxtəlifliyinin xüsusiyyətlərinin tədqiqi ilə paralel olaraq tərəfimizdən tədqiq edilən biotopların hər birində infuzorların ümumi sayının mövsümi dəyişiklikləri aparılmışdır.

Şəkil 1-də verilən məlumatlardan göründüyü kimi, bentik biotopların sərbəstyaşayan infuzorlarının ümumi sayının mövsümi dəyişiklikləri yaz, yay və payıza təsadüf edən 3 maksimuma malikdir. Perifiton, plankton və fitosilliosenzların biotoplarında yalnız yaz və payız fəsillərinə düşən 2 maksimum qeydə alınmışdır.

Bütün biotoplarda, o cümlədən bentik biotopda sərbəstyaşayan infuzorların ümumi sayının yaz maksimumu ilk növbədə, Ağzıbir gölünə axan çaylardan ayrılan şirin suların bu gölə daxil olması və suyun temperaturunun 10-13<sup>0</sup>-yə qədər ümumi yüksəlişi ilə şərtlənir.

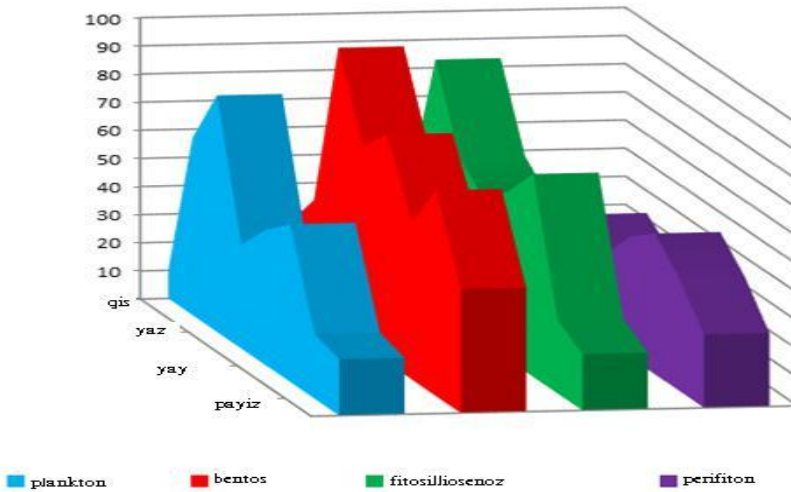
Çaylardan biogen elementlərlə zəngin şirin suların böyük miqdarda gölə axması Ağzıbir gölünün suyunun temperaturunun ümumi yüksəlməsi ilə bakteriofaqların və mikroskopik yosunların kütləvi inkişafını stimullaşdırır, onlardan ilkin konsumentlər və eləcə də, sərbəstyaşayan infuzorlar üçün yem

bazanı formalaşdırır. Bunlar isə ətraf mühit faktorlarının dəyişməsinə sürətli reaksiyası hesabına ümumi sayın tez yüksəlməsilə ilk olaraq cavab verirlər.

Bizim müşahidələrə əsasən, sərbəstyaşayan infuzorların ümumi sayının adətən, 2 həftədən artıq davam etməyən ən yüksək həddinin ardınca təxminən 10-15 gündən sonra plankton, perifiton və fitosilliosenzlarda kiçik çoxhüceyrəli hidrobiontların digər qrupları – rotatorilər, kiçik xərçəngəbənzərlər və s. əmələ gəlməyə başlayır.

Əgər infuzor birliklərindəki dəyişiklikləri bu birliklərin tərkibindəki növlərin ölçü xarakteristikası baxımından nəzərdən keçirsək görərik ki, təkə plankton, perifiton və fitosilliosenzlar deyil, eləcə də, bentik biotopların sərbəstyaşayan infuzor birliklərində yaz suksessiyası zamanı kiçik kütləvi bakteriofaqların daha iri növlərə tədricən keçidi baş verir. Bu növlərin çox hissəsi bakteriofaqlarla yanaşı, həm də qarışıq qidalanırlar, bəzən yırtıcılar da əmələ gəlir.

Şəkil 1. Ağzıbir gölünün sərbəstyaşayan infuzorlarının ümumi sayının mövsümi dinamikası (2014-2017-ci illər ərzində) [4].



Buna görə də daha iri növlərin sayı yaz suksessiyasının erkən mərhələləri üçün xarakterik olan daha kiçik bakteriofaqlardan azdır. Yayda Ağzıbir gölündə suyun temperaturunun səth sularında 35<sup>0</sup>-yə qədər yüksəlməsilə plankton, perifiton və fitosilliosenzların sərbəstyaşayan infuzor birlikləri həm kəmiyyət, həm də növ müxtəlifliyi baxımından kasadlaşır. Bu zaman histofaqların bəzi termofil növləri – *Coleps* cinsinin nümayəndələri, eləcə də bəzi dəyirmikirpikli infuzorlar *Vorticella*, *Carchesium* və *Epistylis* cinslərinin nümayəndələri saxlanılır və hətta sayını çox artırır.

Payızda Ağzıbir gölündə ekoloji şərtlərin yeni temperatur optimallaşdırılması ilə artıq temperaturun 16-18<sup>0</sup>-yə qədər enməsi zamanı bütün

biotoplarda ümumi sayın nəzərəcarpacaq dərəcədə artımı müşahidə olunur. Payızda növ tərkibinin dəyişməsi yazdakı keçiddən çox fərqli olması diqqəti cəlb edir.

İlk növbədə, bu, payızda suksessiyanın birinci fazasının olmamasıdır; yəni payızda sərbəstyaşayan infuzor birliklərində say artımı həm kiçik, həm də müxtəlif qida spektrinə malik iri növlərin hesabınadır. Maraqlıdır ki, payız fəslində kiçik çoxhüceyrəli hidrobiontların sayının artması praktiki olaraq infuzorların ümumi sayının ən yüksək həddi ilə eyni anda başlayır və vaxtı daha uzadılır. Yəni əgər infuzor və çoxhüceyrəli hidrobiontların yaz maksimumu yayın əvvəlində kəskin düşüb və birliklərdən bir çox infuzor növlərinin çıxması müşahidə olunursa, payızda həm sərbəstyaşayan infuzorların, həm də kiçik çoxhüceyrəli hidrobiont birliklərində eyni anda tədricən enməsi müşahidə olunur.

Müxtəlif bentik biotoplarda sərbəstyaşayan infuzorların ümumi sayının mövsümi dinamikası üç zirvəli inkişafa malikdir. Say maksimumu digər biotoplarda olduğu kimi, yazda və payızda müşahidə olunur.

Bentik biotoplarda sərbəstyaşayan infuzorların ümumi sayının mövsümi dinamikasının fərqi adətən iyul ayının axırlarına təsadüf edən üçüncü yay maksimumunun olmasıdır. Bu dövrdə Ağzıbir gölündə tez-tez yüksək temperaturun olması ilə əlaqədar olaraq bir çox yosunların və balıq körpələri də daxil olmaqla, kiçik hidrobiontların oksigen çatışmazlığından kütləvi tələfi müşahidə olunur.

Bu vaxt ölü üzvi maddələrin bolluğu ilə əlaqədar kütləvi sayda inkişaf edən çoxsaylı detritofaq və qistofaqlar əmələ gəlir. İnfuzorlardan *Coleps* cinsinin kütləvi inkişaf edən və histofaqlar olan, eləcə də, ölü üzvi maddə qalıqlarının çatışmazlığı səbəbilə yırtıcılığa keçən bir çox növləri göstərici növlər hesab olunur.

Yay mövsümü üçün həm də dəyirmikiprik termofil infuzorların – *Vorticella*, *Carchesium* və *Zoothamnium* kimi cinslərin nümayəndələrinin güclü inkişafı xarakterikdir. İlin bu fəslində bu növlər sualtı daşların, ali su bitkilərinin gövdələrinin səthini kütləvi örtürlər; eləcə də bir çox hidrobiontların dafniya, iynəcələr və s. sürfələrinin səthində böyük miqdarda məskən salırlar.

Artıq qeyd edildiyi kimi, Ağzıbir gölü bir sıra hidrokimyəvi faktorlara görə sərbəstyaşayan infuzorların yüksək biomüxtəlifliyinin formalaşması üçün optimal hesab olunur. Buna su-bataqlıq quşlarının böyük koloniyalarının metabolizmi, bitki və heyvan mənşəli üzvi qalıqların çürüməsi nəticəsində daimi biogen elementlərin daxil olması köməklik edir. Tərəfimizdən Ağzıbir gölünün bütün tədqiq olunan biotoplarında sərbəstyaşayan infuzorların əsas ekoloji qruplarının rastgəlmə tezliyinin məlumatları əsasında infuzor birliklərinin strukturunun tədqiqi aparılmışdır.

Ağzıbir gölünün hər biotopun birliklərində dominantların, subdominantların və təsadüfi növlərin nisbəti öz aralarında əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir. Məsələn, qum biotopunun infuzor birlikləri üçün *Blepharismidae*, *Amphileptidae*, *Cyclidiidae* fəsilələrinə və qarnıkirpikli infuzorlara aid 33% dominant növlərin olması xarakterikdir. Qum biotopunun sərbəstyaşayan infuzor birliklərində subdominant qrupunun payına 17% düşür; qum biotopu birliklərində növlərin çoxunu isə təsadüfi növlər (50%) təşkil edir.

Ekoloji şərtlərinə görə əvvəlki biotop – lillənmiş qum qrunntuna yaxın biotopda dominant növlərin miqdarı bu biotopda qeyd olunmuş bütün sərbəstyaşayan infuzor növlərinin 43%-ni təşkil edir. Bunlardan bir çoxu yuxarıda qeyd olunmuş fəsilələrin, eləcə də *Urostylidae*, *Lacrymariidae*, *Amphileptidae* və *Loxocephalidae* fəsilələrinin nümayəndələridir. Burada subdominant qrupa aid infuzor növləri 20%, təsadüfi növlər isə 37% təşkil edir.

Boz lilin bentik biotop birliyinin dominant qrupuna aid sərbəstyaşayan infuzor növlərinin sayı 50%-ə çatır ki, burada əsasən *Loxodidae*, *Oxytrichidae*, *Colepidae* və s. fəsilələrin nümayəndələri üstünlük təşkil edir. Burada subdominant qrupun payına 17%, sərbəstyaşayan infuzorların təsadüfi növlərinin payına isə 33% düşür.

Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, Ağzıbir gölünün sərbəstyaşayan infuzor birliklərində ən böyük növ müxtəlifliyi tərəfimizdən cəmi 84 növ tapılmış bitki qalıqları ilə zəngin lil biotopunda qeydə alınmışdır. Bu biotopda dominant infuzorların növ sayı 59% təşkil edir. Bu növlərin plankton, perifiton və sapropelebiont birliklərin spesifik nümayəndələri istisna olmaqla, böyük hissəsi artıq yuxarıda qeyd olunmuş fəsilələrə aiddir. Bu biotopda subdominant qrupu sərbəstyaşayan infuzorların növ sayı isə həmin bentik biotopda qeyd olunmuş növlərin ümumi miqdarının 20%-ni, təsadüfi növ qrupu isə 21% təşkil edir.

Qara lilin bentik biotopu üçün tərəfimizdən sərbəstyaşayan infuzor birliklərində 29% dominant növ qeydə alınmışdır. Bu növlər suda həll olmuş oksigenin minimal miqdarında və hidrogen sulfid mövcud olan suda yaşamaq qabiliyyəti olan *Stylonychia*, *Metopus*, *Caenomorpha*, *Pelodinium*, *Saprodinium* və *Epalxella* cinslərinin, yəni sapropelebiont kompleksinin nümayəndələridir. Qara lil bentik biotopun sərbəstyaşayan infuzor birliklərində subdominant növlərin payına bu birlikdə qeyd edilən növlərin 13%-i; təsadüfi növlərin payına isə əksəriyyəti – 58% düşür.

Qeyd edildiyi kimi, Ağzıbir gölünün plankton infuzor birlikləri olduqca şərtidir, belə ki, adətən su hövzəsinin hər yerində dərinliyi 2 m-dən artıq olmur. Bu isə planktonda həm bentosdan, həm də perifiton birliyindən çoxlu fakultativ növlərin mövcudluğuna gətirib çıxarır.

Buna baxmayaraq tərəfimizdən plankton birliklərində dominant qrupa aid 33% sərbəstyaşayan infuzor növü seçilmişdir. Bunlar əsasən *Halteria*,

*Pelagohalteria*, *Heterostrombidium*, *Limnostrombidium*, *Askenasia*, *Mesodinium* və s. cinslərin nümayəndələri olub, ənənəvi həqiqi planktonlardır.

Sahilyanı fitosilliosenozların biotoplarının sərbəstyaşayan infuzor birlikləri kifayət qədər yüksək dominant növlərin faizi ilə 31% və nisbətən kiçik subdominantla – 10% xarakterizə olunur. Bu iki qrupun növ tərkibi əsasən plankton və bentik lilli qruntların sərbəstyaşayan infuzor birliklərinin, əsasən də bitki qalıqları ilə zəngin lil birliklərinin aqlomeratı kimi təmsil olunur.

Bu biotopda təsadüfi növlərin payına 59% düşür. Bunların da növ tərkibi bentik birliyə daha yaxındır, bu isə növlərin bentosdan dayaz fitosilliosenozlara miqrasiyasını göstərir.

Fitosilliosenoz birliklərdən fərqli olaraq perifitonun sərbəstyaşayan infuzor birliklərində dominant növlərin sayı 18%, subdominantların sayı isə 12% təşkil edir. Hər iki qrup əsasən dəyirmikirpikli infuzor növlərindən təşkil olunmuşdur. Bu infuzorların isə məlum olduğu kimi, əksəriyyəti tipik çirkləndiricilərdir və böyük sayda perifiton birliklərində məskunlaşmışlar.

Qeyd etmək lazımdır ki, perifiton birliklərində təsadüfi növlər ən yüksək faiz – 70%-i təşkil edir. Bu növlərin bir hissəsi bentik birliklərin nümayəndələri (*Aspidisca*, *Spathidium*, *Chlamydon*, *Dysteria*), bir hissəsi isə eyni zamanda bir neçə biotopda rast gəlinən və geniş yayılan növlərdir (*Paraspathidium*, *Litonotus*, *Cyclidium*, *Uronema*).

## ƏDƏBİYYAT

1. *Агамалиев Ф.Г.* Инфузории Каспийского моря. Ленинград: Наука, 1983, 232 с.
2. *Алекперов И.Х.* Атлас свободноживущих инфузорий (Классы Kinetofragminophora, Colpodea, Olygohymenophora, Polyhymenophora). Баку: Изд-во Борчалы, 2005, 310 с.
3. *Асадуллаева Э.С.* Видовой состав свободноживущих инфузорий чистых и загрязненных нефтью участков Азербайджанского побережья Каспийского моря / Матер. научн. конфер. аспирантов АН Азербайджана, Баку, 1994, с.89-90
4. *I.F.Mansimova, I.Kh.Alekperov.* Species diversity and quantity dynamics of freeliving ciliates of Agzibir Lake // Inter. Journal of Zool. Studies, 2017, v.2, (2); pp.53-60



ZUOT 536.77:547.442

*Mirzəliyev<sup>1</sup> A.A., Safərov<sup>2</sup> C.T., Hassel<sup>2</sup> E.P.*  
*Azərbaycan Texniki Universiteti<sup>1</sup>, Azərbaycan*  
*Universität Rostock<sup>2</sup>, Germany*  
*javid.safarov@uni-rostock.de*

## XƏZƏR DƏNİZİNİN SUYUNUN DOYMUŞ BUXAR TƏZYİQİNİN TƏDQIQI

*Açar sözlər: dəniz suyu, kimyəvi analiz, buxar təzyiqi, Antoine tənliyi, polinomial tənlik*

Təqdim olunan işdə Xəzər dənizi suyunun 29 müxtəlif nümunələrinin doymuş buxar təzyiqi  $T=(274.15 - 373.15)$  K temperatur intervalında iki müxtəlif statik metodla ölçülmüşdür. Bunlardan 28 nümunə birbaşa Xəzər dənizindən götürülmüşdür. Duzluluğu  $S_A=2.504$  q·kq<sup>-1</sup> olan nümunə isə laboratoriya şəraitində Xəzər dənizi suyuna təmiz su əlavə etməklə hazırlanmışdır. Alınmış nəticələr ikiqat polinom, Klavzius – Klapeyron vasitəsilə yazılmış və buxarlanan suyun aktivlik əmsalı hesablanmışdır. Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin onun duzluluğundan birbaşa asılı olması və anomaliyanın olmaması ilk dəfə olaraq təyin edilmişdir.

*Мирзалиев А.А., Сафаров Дж.Т., Хассел Э.П.*

## ИССЛЕДОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ ВОД КАСПИЙСКОГО МОРЯ

*Ключевые слова: морская вода, химический анализ, давление насыщенного пара, уравнения Antoine, полиномиальное уравнение*

В представленной работе давление насыщенных паров 29 различных образцов Каспийского моря измерялось двумя различными статическими методами при температуре  $T = (274,15 - 373,15)$  К. 28 проб были взяты прямо из Каспийского моря, а проба с солености  $S_A=2.504$  г·кг<sup>-1</sup> подготовлена искусственным образом добавлением чистой воды в морскую воду Каспийского моря. Полученные экспериментальные результаты описаны с помощью уравнения полинома и Клаузиуса-Клапейрона. Вычислена активность чистой воды. Прямая зависимость давления насыщенных паров вод Каспийского моря от солености была выявлена впервые.

## INVESTIGATION OF VAPOR PRESSURE OF THE CASPIAN SEA WATER

**Keywords:** seawater, chemical analysis, vapor pressure, Antoine equation, polynomial equation

In the presented paper, the experimental vapor pressures of 29 Caspian Sea water samples were investigated using two different static methods installations. 28 samples from them were directly collected from the Caspian Sea. One sample with salinity  $S_A=2.504 \text{ g}\cdot\text{kg}^{-1}$  were prepared with addition of pure water to the natural sample. Obtained values of vapor pressure were fitted two the polynomial equation and Clausius – Clapeyron type equation. The activities of pure water as solvent were calculated. The direct dependence of vapour pressure from salinity and no anomalies in this dependence were obtained in the first time.

Xəzər dənizi  $36^{\circ}33'$ , ilə  $47^{\circ}07'$  şimal enlikləri və  $46^{\circ}43'$  ilə  $54^{\circ}50'$  şərq uzunluqları arasında yerləşir. Bu koordinatlar Xəzər dənizi səviyyəsinin okean səviyyəsindən 28 m aşağı olduğu XX yüzilliyin 60-cı və 70-ci illəri üçün xarakterik idi [1]. Xəzər dənizi səviyyəsinin çox dəyişkən olmasına görə başqa dənizlərdən kəskin seçilir və suyun səviyyəsinin dəyişməsi onun coğrafi koordinatlarını, sahəsini, sahil xəttinin uzunluğunu, dənizin uzunluğunu, enini, dərinliyini, suyun həcmi və s. vaxtaşırı dəyişir. Xəzər dənizinin səviyyə dəyişikliyinin izahında əsasən iki təmayül əmələ gəlmişdir:

- Birincisi, dənizin səviyyəsinin dəyişməsinin əsas səbəbi Xəzər dənizi hövzəsində baş verən iqlim dəyişkənliyidir.
- İkincisi isə, dənizin səviyyə təərəddüdü onun dibində baş verən tektonik hərəkətlərlə əlaqədardır.

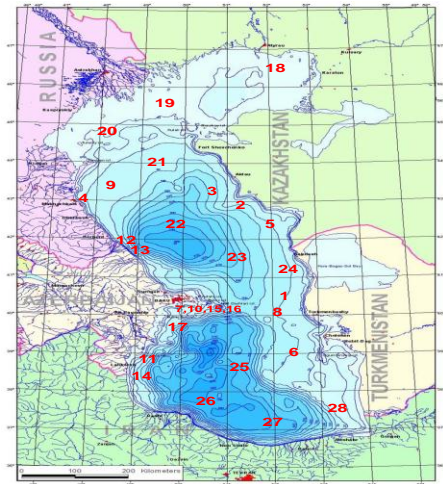
Birinci təmayülə əsasən iqlim dəyişkənliyi son illərin ən aktual probleminə çevrildiyi üçün havanın orta illik temperaturu daim artmağa başlamışdır. 1910-ci ildən başlayan temperatur artımı bu günə qədər  $1^{\circ} \text{C}$ -ni keçmişdir. Temperaturun artması nəticəsində okean və dəniz sularında buxarlanma prosesi və dəniz səviyyəsinin dəyişməsi güclənir. Bu proses hər iki istiqamətdə gedir. Belə ki, bir tərəfdən, ətraf mühitin temperaturunun artması əbədi buzlaqların əriməsinə və maye su ehtiyatının artmasına səbəb olur. Bu da öz növbəsində suyun buxarlanma ehtimalını artırır. Başqa tərəfdən, buxarlanıb yenidən yağıntı halında yerə qayıdan suyun miqdarı artır. Bu da öz növbəsində okean və dəniz səviyyəsini artırır. Hər halda ikinci amil, yəni yağıntılar nəticəsində səviyyənin artması daha güclüdür.

Volqa çayının illik axımının həcmi dəyişməsi də dəniz suyunun səviyyəsinin dəyişməsinə təsir edir. Dənizə tökülən bütün çayların illik axımının 80%-i tək Volqa çayı hesabınadır. Volqa çayı hövzəsində yağıntıların artması, yaxud azalması, xüsusilə, gur sulu dövrdə çayın su sərfi həcmi

tərəddüdünün dövrü dəyişməsi Xəzərin səviyyə tərəddüdünün əsas səbəbi sayılır.

Tədqiqatçılar səviyyə dəyişməsini daim nəzarətdə saxlayaraq onun səbəblərini izah etməyə çalışırlar. Bu sahədə Azərbaycan Texniki Universitetinin “İstilik energetikası” kafedrasında Almaniyanın Rostock Universitetinin “Texniki Termodinamika” kafedrası ilə birlikdə son zamanlarda geniş araşdırmalar aparılır. Xəzər dənizinin suyunun buxarlanmasını (xüsusilə də cənub və şərq sahəsində) analiz etmək üçün dəniz suyunun buxar təzyiqi əsas amillərdən biri kimi tədqiq olunmalıdır. Bu sahədə Xəzər dənizinin müxtəlif sahələrindən “Azərbaycan Dövlət Xəzər Dəniz Gəmiçiliyi” idarəsi tərəfindən götürülmüş nümunələrin buxar təzyiqinin geniş hal parametrlərində tədqiq edilməsi sahəsində xüsusi rolu olmuşdur. Daha sonra müxtəlif təşkilatlar və elmi idarələr tərəfindən eyni zamanda şəxsi olaraq əlavə nümunələr götürülmüşdür. Beləliklə, tədqiq olunan nümunələrin sayı 28-ə çatdırılmışdır (şəkil 1). Nümunələrin götürülməsi zamanı əsas fikir bilavasitə cənub və şərq sahillərə yaxın yerlərə ayrılmışdır. Çünki sahilə yaxınlaşdıqca buxarlanma intensivliyi daha da sürətlənir. Bu da son nəticə olaraq duzluluğun çox olmasına gətirib çıxarır. Nümunələr dənizin üst səthindən götürülmüşdür. Bu hal onunla əlaqədardır ki, buxarlanma əsasən dənizin üst səthində intensiv olur. Duzluluğu  $S_A=2.504 \text{ q} \cdot \text{kg}^{-1}$  olan 29-cu nümunə isə laboratoriya şəraitində Xəzər dənizi suyuna təmiz su əlavə etməklə hazırlanmışdır. Okean və dəniz sularının analizi sahəsində tədqiqatlara əsaslanaraq qeyd etmək lazımdır ki, duzluluğu  $S_A=2.5 \text{ q} \cdot \text{kg}^{-1}$ -dan nümunələr təmiz sudan demək olar ki fərqlənmirlər və onların araşdırılması elə bir termodinamika əhəmiyyət kəsb etmir.

Xəzər dənizi suyunun buxar təzyiqi yüksək dəqiqliyə malik olan iki müxtəlif statik qurğu vasitəsi ilə ölçülmüşdür [2; 3; 4; 5]. Şüşə ölçü yuvaları  $T=(274.15 - 323.15) \text{ K}$  temperaturda doymuş buxar təzyiqinin ölçülməsi üçün, metal ölçü yuvası  $T=(323.15 - 373.15) \text{ K}$  temperaturalarda doymuş buxar təzyiqinin ölçülməsi üçün istifadə olunmuşdur. Hər iki təcrübə qurğusu elmi qrupumuz tərəfindən ətraflı olaraq müxtəlif məqalələrdə dərc edildiyindən [2; 3; 4; 5], bu məqalədə qısa olaraq əsas hal parametrlərinin ölçmə xətalrı və ölçmə prosesinin əsas nüansları haqqında məlumat veririk: şüşə ölçü yuvası xarici şüşə qabın



Şəkil 1. Tədqiq olunmuş nümunələrin götürüldüyü ərazilər

daxilində yerləşdirilmiş və termostat vasitəsi ilə stabil temperaturda ( $\pm 0.01$  K) saxlanılmışdır. Doymuş buxar təzyiqi yüksək dəqiqliklə kalibrələnmiş təzyiq ölçü sensoru ilə [615A tipli (15) və 670A tipli siqnal formalaşdırıcı, MKS Baratron, USA] ölçülür. Doymuş buxar təzyiqi ölçən mütləq şüşə ölçü yuvasında təcrübə xətası  $\Delta P = \pm(10 - 30)$  Pa (MKS Baratron təzyiq sensoru) təşkil edir. Əgər buxar təzyiqi  $\pm(10 - 30)$  Pa-dan azdırsa (ölçü xətası), ölçmələr digər diferensial ölçü yuvasında aparıla bilər. Diferensial hissədəki şüşə ölçü yuvasında doymuş buxar təzyiqinin təcrübə xətası  $\Delta P = \pm(1-3)$  Pa (MKS Baratron təzyiq sensoru) təşkil edir. Qurğunun bu hissəsində doymuş buxar təzyiqləri yüksək dəqiqliyə malik olan təzyiq sensorları ilə [616A siqnal formalaşdırıcı ilə 670A-ya (13) birləşdirilir, MKS Baratron, USA] ölçülür. Həm statik, həm də diferensial hissənin hər iki sensor başlığı, temperaturu  $T=333.15\pm 0.01$  K olan hava rezervuarları daxilinə yerləşdirilir.

$T=(323.15 - 373.15)$  K temperaturalarda buxar təzyiqini müəyyən etmək üçün aparılan təcrübələr metal yuvada statik metodla aparılmışdır [3; 4; 5; 6]. Ölçü yuvasının temperaturu  $\Delta T = \pm 0.01$  K dəqiqliklə stabil saxlanılır. Bu temperatur iki müxtəlif platin müqavimət termometrləri PT-100 vasitəsi ilə təyin olunur. Bunlardan biri PT-100 Libus Modul vasitəsi ilə termostata birləşdirilir. Bu termometr birbaşa ölçü yuvasının temperaturunu ölçür. Bu termometrdən istifadə edərək termostatın yox, birbaşa ölçü yuvasının temperaturunu stabilləşdirmək olur. Bu çox əhəmiyyətli bir şərtidir. Çünki bu yalnız təcrübə aparılan mühitdə temperaturun stabilləşməsinə və yüksək dəqiqliklə ölçülməsinə imkan verir. İkinci platin müqavimət PT-100 termometri ölçülən nəticələri Omega PT-104A modulu vasitəsi ilə kompüterə ötürür və temperatur  $\Delta T = \pm 0.001$  K dəqiqliyində ölçülür.

Doymuş buxar təzyiqlərini ölçmək üçün Omega-Keller təzyiq sensorlarından istifadə edilmişdir. Təzyiq sensoru birbaşa sensorun ucunda yerləşdirilir. Bu zaman ölçü yuvasında membrana təsir edən təzyiq silisiumdan (silikon) olan və daxili yağla doldurulmuş kapilyarlar vasitəsi ilə sensorun elektron sistemə ötürülür.

Ölçü yuvasında tarazlaşma prosesi təxminən 15-20 dəqiqə ərzində əldə olunur. Tarazlıq təzyiqinin göstəriciləri qeydə alınır. Kompüter hər dəqiqə buxar təzyiqi siqnalını alır və yuvada təzyiqin stabilləşməsinə qeydə alır. Bundan sonra temperatur avtomatik olaraq LabVIEW proqramı vasitəsi ilə dəyişir. Ölçmələr aşağı temperaturlardan ( $T=274.15$  K) yüksək temperatura ( $T=373.15$  K) nəzərdə tutulan temperatur intervalı ilə aparılır. Maksimal temperatura çatandan sonra termostat avtomatik olaraq dayanır. Sonra yüksək temperaturlardan ( $T=373.15$  K) aşağı temperaturlara qədər ( $T=274.15$  K) olan ölçmələr eyni yolla aparılır. Qurğu elə hazırlanmışdır ki, avtomatik sistem sıradan çıxanda bütün təcrübə mexaniki olaraq aparılır.

Xəzər dənizinin suyunun doymuş buxar təzyiqinin  $P/Pa$  müxtəlif duzluluqda ölçülmüş nəticələri cədvəl 1-də və müxtəlif temperaturlarda duzluluqdan  $S_A/q \cdot kq^{-1}$  asılılığı şəkil 2-də verilmişdir.

Cədvəl 1. Xəzər dənizinin suyunun doymuş buxar təzyiqinin  $P/Pa$  müxtəlif duzluluqda ölçülmüş nəticələrinin temperaturdan asılılığı

$S_A/q \cdot kq^{-1}$	$m/kq \cdot mol^{-1}$	$T/K$						
		274.15	278.15	283.15	293.15	298.15	303.15	313.15
2.504	0.03997	656	871	1227	2336	3166	4242	7376
3.311	0.05289	656	871	1226	2335	3165	4240	7373
4.083	0.06527	656	871	1226	2335	3163	4238	7370
6.778	0.10865	655	869	1224	2331	3159	4232	7360
7.812	0.12536	654	869	1223	2330	3157	4230	7356
9.079	0.14588	654	868	1222	2328	3155	4227	7351
10.195	0.16399	654	868	1222	2327	3153	4225	7347
10.545	0.16968	654	868	1221	2327	3153	4224	7346
10.547	0.16972	654	868	1221	2327	3153	4224	7346
10.852	0.17468	653	868	1221	2326	3152	4223	7344
10.932	0.17598	653	868	1221	2326	3152	4223	7344
10.954	0.17634	653	868	1221	2326	3152	4223	7344
11.047	0.17785	653	867	1221	2326	3152	4223	7344
11.113	0.17893	653	867	1221	2326	3152	4223	7343
11.262	0.18135	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.274	0.18155	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.296	0.18191	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.304	0.18204	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.304	0.18204	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.314	0.18220	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.318	0.18226	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.326	0.18239	653	867	1221	2326	3151	4222	7343
11.382	0.18331	653	867	1221	2326	3151	4222	7342
12.184	0.19638	653	867	1220	2324	3150	4220	7339
12.324	0.19867	653	867	1220	2324	3150	4220	7339
12.387	0.19969	653	867	1220	2324	3149	4220	7338
12.786	0.20621	653	867	1220	2324	3149	4219	7337
13.853	0.22366	652	866	1219	2322	3147	4216	7333
13.945	0.22517	652	866	1219	2322	3147	4216	7332

$S_A/q \cdot kq^{-1}$	$m/kq \cdot mol^{-1}$	$T/K$						
		323.15	333.15	343.15	353.15	363.15	373.15	
2.504	0.03997	12337	19922	31162	47356	70095	101329	
3.311	0.05289	12333	19913	31150	47337	70067	101300	
4.083	0.06527	12328	19906	31138	47319	70040	101272	
6.778	0.10865	12311	19879	31096	47255	69945	101172	

<b>7.812</b>	<b>0.12536</b>	12305	19868	31079	47230	69908	101132	
<b>9.079</b>	<b>0.14588</b>	12297	19855	31059	47200	69863	101084	
<b>10.195</b>	<b>0.16399</b>	12290	19844	31042	47173	69824	101041	
<b>10.545</b>	<b>0.16968</b>	12288	19841	31036	47164	69811	101027	
<b>10.547</b>	<b>0.16972</b>	12288	19841	31036	47164	69811	101027	
<b>10.852</b>	<b>0.17468</b>	12286	19837	31031	47157	69800	101015	
<b>10.932</b>	<b>0.17598</b>	12285	19837	31030	47155	69797	101012	
<b>10.954</b>	<b>0.17634</b>	12285	19836	31030	47154	69797	101012	
<b>11.047</b>	<b>0.17785</b>	12284	19835	31028	47152	69793	101008	
<b>11.113</b>	<b>0.17893</b>	12284	19835	31027	47151	69791	101005	
<b>11.262</b>	<b>0.18135</b>	12283	19833	31025	47147	69786	100999	
<b>11.274</b>	<b>0.18155</b>	12283	19833	31025	47147	69785	100999	
<b>11.296</b>	<b>0.18191</b>	12283	19833	31024	47146	69784	100998	
<b>11.304</b>	<b>0.18204</b>	12283	19833	31024	47146	69784	100998	
<b>11.304</b>	<b>0.18204</b>	12283	19833	31024	47146	69784	100998	
<b>11.314</b>	<b>0.18220</b>	12283	19833	31024	47146	69784	100997	
<b>11.318</b>	<b>0.18226</b>	12283	19833	31024	47146	69784	100997	
<b>11.326</b>	<b>0.18239</b>	12283	19833	31024	47145	69783	100997	
<b>11.382</b>	<b>0.18331</b>	12282	19832	31023	47144	69781	100995	
<b>12.184</b>	<b>0.19638</b>	12277	19824	31010	47125	69753	100963	
<b>12.324</b>	<b>0.19867</b>	12276	19822	31008	47121	69748	100958	
<b>12.387</b>	<b>0.19969</b>	12276	19822	31007	47120	69745	100955	
<b>12.786</b>	<b>0.20621</b>	12273	19818	31000	47110	69731	100939	
<b>13.853</b>	<b>0.22366</b>	12266	19807	30983	47084	69693	100897	
<b>13.945</b>	<b>0.22517</b>	12265	19806	30982	47082	69689	100893	

Xəzər dənizinin suyunun doymuş buxar təzyiqinin  $P/P_a$  müxtəlif duzluluqda ölçülmüş təcrübə qiymətlərindən (1) tənliyinin köməyi ilə həlledici olan təmiz suyun aktivlik əmsalı ( $a_s$ ) hesablanmışdır:

$$\ln a_s = \ln(P/P_{su}) + (B_s - V_s^*)(P - P_{su})/RT, \quad (1)$$

burada:  $P$  və  $P^*$  Xəzər dənizinin və IAPWS-95 standartlı təmiz suyun doymuş buxar təzyiqləri, Pa;  $B_s$  və  $V_s^*$  təmiz su buxarının ikinci virial əmsalı,  $m^3 \cdot kg^{-1}$  və təmiz maye suyun molyar həcmidir,  $m^3 \cdot mol^{-1}$  [6]. (1) tənliyinin sağ tərəfi doymuş su buxarının virial tənliyə əsasən qeyri-ideal olduğunu nəzərə alır. (1) tənliyinin hesablanması üçün suyun  $P_{su}$ ,  $B_s$  və  $V_s^*$  qiymətləri cədvəl 2-də verilmişdir.

Cədvəl 2. Təcrübə temperaturlarında təmiz suyun IAPWS-95 standartlı doymuş buxar təzyiqi  $P_{su}/Pa$ , su buxarının ikinci virial əmsalı  $B_s$ , təmiz maye suyun molyar həcmi  $V_s^*$  [6].

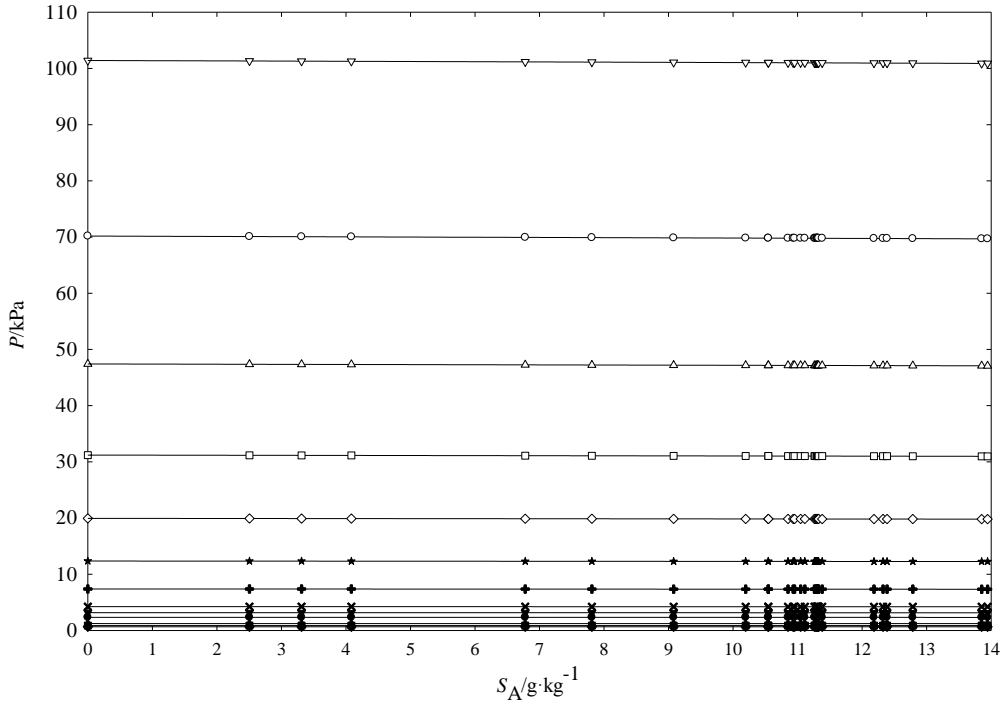
$T/K$	$P_{su}/Pa$	$B_s/(m^3 \cdot kg^{-1})$	$V_s^*/(m^3 \cdot mol^{-1})$
274.15	657	-0.110032792	0.000018017
278.15	873	-0.101094089	0.000018017
283.15	1228	-0.091293012	0.000018022
293.15	2339	-0.075371184	0.000018048
298.15	3170	-0.068878941	0.000018069
303.15	4247	-0.063171466	0.000018095
313.15	7385	-0.053670323	0.000018157
323.15	12352	-0.046157725	0.000018234
333.15	19946	-0.040132897	0.000018324
343.15	31201	-0.035237166	0.000018426
353.15	47414	-0.031209911	0.000018539
363.15	70182	-0.027859181	0.000018663
373.15	101418	-0.025041788	0.000018798

Xəzər dənizinin suyunun tərkibindəki buxarlanan təmiz suyun hesablanmış aktivlik əmsalının ( $a_s$ ) müxtəlif temperaturda  $T/K$  duzların ümumi molal konsentrasiyasından  $m/kg \cdot mol^{-1}$  asılılığı şəkil 3-də verilmişdir.

Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş nəticələrini ikiqat polinomial tənlik vasitəsi ilə yazmaq bütün temperatur və duzluluq intervalında doymuş buxar təzyiqini hesablamağa imkan verir:

$$P = \sum_{i=0}^2 S_A^i \sum_{j=0}^4 a_{ij} T^j, \quad (2)$$

burada:  $a_{ij}$  - (2) tənliyinin əmsallarıdır və cədvəl 3-də verilmişdir. (2) tənliyi vasitəsi ilə Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş nəticələrini  $u_r(\Delta P/P) = \pm 1.61\%$  orta nisbi xətal ilə yazmaq mümkün olmuşdur.



Şəkil 2. Xəzər dənizinin suyunun doymuş buxar təzyiqinin  $P/\text{kPa}$  ölçülmüş nəticələrinin müxtəlif temperaturda  $T/\text{K}$  düzluluqdan  $S_A/\text{g}\cdot\text{kg}^{-1}$  asılılığı. ◆, 274.15 K; ■, 278.15 K; ▲, 283.15 K; ●, 293.15 K; ▼, 298.15 K; ×, 303.15 K; ⊕, 313.15 K; ★, 323.15 K; ◇, 333.15 K; □, 343.15 K; △, 353.15 K; ○, 363.15 K; ▽, 373.15 K.

Cədvəl 3. Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş nəticələrinin (2) tənliyi ilə yazılmasının  $a_{ij}$  əmsalları

$a_{ij}$		
$a_{00} = 6445020.633$	$a_{10} = 16853.7462$	$a_{20} = 188.2956759$
$a_{01} = -89686.09972$	$a_{11} = -213.9189433$	$a_{21} = -2.293404296$
$a_{02} = 470.3969877$	$a_{12} = 1.011707658$	$a_{22} = 0.01040714458$
$a_{03} = -1.103097186$	$a_{13} = -0.2110734055 \cdot 10^{-2}$	$a_{23} = -0.2084626229 \cdot 10^{-4}$
$a_{04} = 0.9768228214 \cdot 10^{-3}$	$a_{14} = 0.1636619981 \cdot 10^{-5}$	$a_{24} = 0.1554121779 \cdot 10^{-7}$

Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş nəticələrini eyni zamanda Klausius-Klapeyron tənliyi vasitəsi ilə yazmaq da bütün temperatur və düzluluq intervalında doymuş buxar təzyiqini daha dəqiq hesablamağa imkan vermişdir:

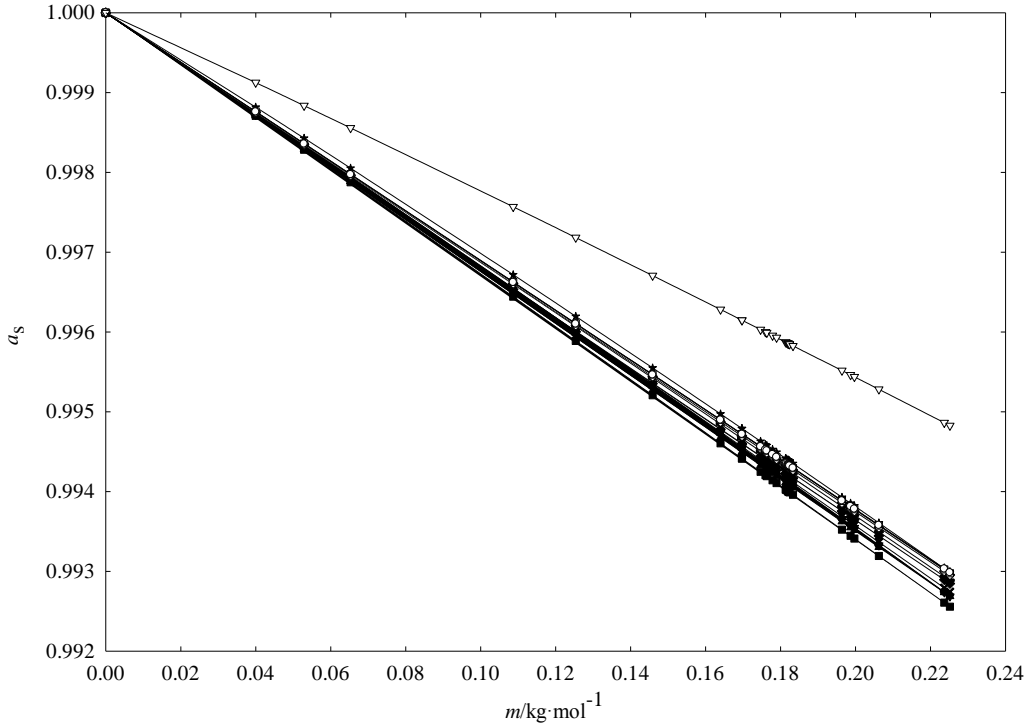
$$\ln P(T, x) = D(x) + \frac{E(x)}{T} + F(x) \cdot \ln(T) + G(x) \cdot T, \quad (3)$$



burada:  $D, E, F, G$  - (3) tənliyinin əmsallarıdır və duzluluqdan  $S_A/q \cdot \text{kg}^{-1}$  aşağıdakı kimi asılıdır:

$$D = \sum_{i=0}^2 d_i x^i, E = \sum_{i=0}^2 e_i x^i, F = \sum_{i=0}^2 f_i x^i, G = \sum_{i=0}^2 g_i x^i. \quad (4)$$

burada:  $d_i, e_i, f_i$  və  $g_i$  (4) tənliyinin əmsallarıdır. Bu əmsallar cədvəl 4-də verilmişdir. (3-4) tənlikləri vasitəsi ilə Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş nəticələrini  $u_r(\Delta P/P) = \pm 0.02\%$  orta nisbi xətal ilə yazmaq mümkün olmuşdur.



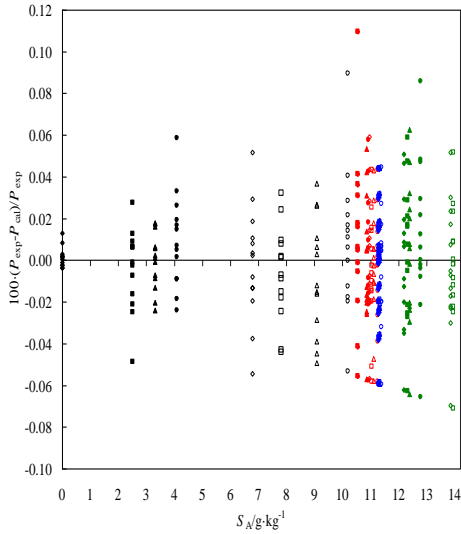
Şəkil 3. Xəzər dənizinin suyunun tərkibindəki buxarlanan təmiz suyun hesablanmış aktivlik əmsalının ( $a_s$ ) müxtəlif temperaturda  $T/K$  duzların ümumi molal konsentrasiyasından  $m/\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$  asılılığı. ◆, 274.15 K; ■, 278.15 K; ▲, 283.15 K; ●, 293.15 K; ▼, 298.15 K; ✕, 303.15 K; ⊕, 313.15 K; ★, 323.15 K; ◇, 333.15 K; □, 343.15 K; △, 353.15 K; ○, 363.15 K; ▽, 373.15 K.

Cədvəl 4. Klausius-Klapeyron tənliyinin  $d_i$ ,  $e_i$ ,  $f_i$  və  $g_i$  əmsalları

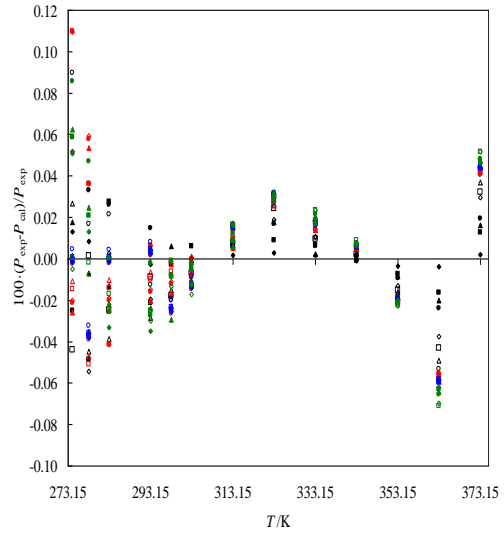
$d_i$	$e_i$	$f_i$	$g_i$
$d_0 = 76.82990202$	$e_0 = -7227.162719$	$f_0 = -8.10242162$	$g_0 = 0.005486932835$
$d_1 = 0.8526701943$	$e_1 = -23.06334423$	$f_1 = -0.148653393$	$g_1 = 0.0002386951934$
$d_2 = -0.3959779262 \cdot 10^{-2}$	$e_2 = 0.1035900487$	$f_2 = 0.6926801314 \cdot 10^{-3}$	$g_2 = -0.112855923 \cdot 10^{-5}$

Alınmış nəticələrdən görünür ki, Klausius-Klapeyron tənliyi Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş  $P_{\text{təc}}/\text{Pa}$  nəticələrini ikiqat polinom tənliyinə nisbətən daha dəqiq yazmağa imkan verir. Bu məqsədlə bu tənlik gələcəkdə Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin hesablanması üçün (3-4) tənliklərindən istifadə etmək daha məqsədəuyğun sayılır. Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş  $P_{\text{təc}}/\text{Pa}$  nəticələrinin (3-4) tənlikləri vasitəsi ilə yazılmış  $P_{\text{hes}}/\text{Pa}$  nəticələri arasındakı fərq şəkil 4 və 5-də verilmişdir.

Alınmış nəticələrdən görünür ki, Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqi təmiz suyun buxar təzyiqindən aşağıdır. Amma bu fərq o qədər də böyük deyil. Bu isə onu göstərir ki, Xəzər dənizinin suyunun duzluluğunun nisbətən az olması doymuş buxar təzyiqinin həddindən artıq az olmasına imkan vermir. Məhz bu səbəbdən də suyun buxarlanması yüksəkdir. Bu prosesə həm də Xəzər dənizinin yerləşdiyi regionun həddindən artıq isti temperatur zonasında olması da ( $T=323.15 \text{ K}$ -ə qədər) öz təsirini göstərir. Bununla bərabər Xəzər dənizinin suyunda anomaliyanın olmaması faktı bir daha özünü büruzə verir. Belə ki, Xəzər dənizinin suyunun buxar təzyiqi duzluluqdan birbaşa asılıdır. Duzluluğun azalması və ya artması buxar təzyiqi ilə həmişə düz mütənasibdir.



Şəkil 4. Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş  $P_{\text{təc}}/Pa$  nəticələrinin (4) tənliyi vasitəsi ilə yazılmış  $P_{\text{hes}}/Pa$  nəticələri arasındakı fərqin duzluluqdan  $S_A/g \cdot kg^{-1}$  asılılığı: ◆, 0.000 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 2.504 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 3.311 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 4.083 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 6.778 q·kq<sup>-1</sup>; □, 7.812 q·kq<sup>-1</sup>; △, 9.079 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 10.195 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 10.545 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 10.547 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 10.852 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 10.932 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 10.954 q·kq<sup>-1</sup>; □, 11.047 q·kq<sup>-1</sup>; △, 11.113 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 11.262 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 11.274 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 11.296 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 11.304 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 11.304 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 11.314 q·kq<sup>-1</sup>; □, 11.318 q·kq<sup>-1</sup>; △, 11.326 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 11.382 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 12.184 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 12.324 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 12.387 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 12.786 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 13.853 q·kq<sup>-1</sup>; □, 13.945 q·kq<sup>-1</sup>.



Şəkil 5. Xəzər dənizi suyunun doymuş buxar təzyiqinin ölçülmüş  $P_{\text{təc}}/Pa$  nəticələrinin (4) tənliyi vasitəsi ilə yazılmış  $P_{\text{hes}}/Pa$  nəticələri arasındakı fərqin temperaturdan  $T/K$  asılılığı: ◆, 0.000 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 2.504 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 3.311 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 4.083 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 6.778 q·kq<sup>-1</sup>; □, 7.812 q·kq<sup>-1</sup>; △, 9.079 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 10.195 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 10.545 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 10.547 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 10.852 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 10.932 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 10.954 q·kq<sup>-1</sup>; □, 11.047 q·kq<sup>-1</sup>; △, 11.113 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 11.262 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 11.274 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 11.296 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 11.304 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 11.304 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 11.314 q·kq<sup>-1</sup>; □, 11.318 q·kq<sup>-1</sup>; △, 11.326 q·kq<sup>-1</sup>; ○, 11.382 q·kq<sup>-1</sup>; ◆, 12.184 q·kq<sup>-1</sup>; ■, 12.324 q·kq<sup>-1</sup>; ▲, 12.387 q·kq<sup>-1</sup>; ●, 12.786 q·kq<sup>-1</sup>; ◇, 13.853 q·kq<sup>-1</sup>; □, 13.945 q·kq<sup>-1</sup>.

## ƏDƏBİYYAT

1. [http://az.wikipedia.org/wiki/X%C9%99z%C9%99r\\_d%C9%99nizi](http://az.wikipedia.org/wiki/X%C9%99z%C9%99r_d%C9%99nizi)
2. Safarov, J., Ahmadov, B., Mirzayev, S., Shahverdiyev, A., Hassel, E. Vapor Pressures of 1-Butanol over wide Range of Temperatures, Chemistry, Bulgarian Journal of Science Education 2015, 24, pp.226-246
3. Safarov, J., Kul, I., Talibov, M.A., Shahverdiyev, A., Hassel, E. Vapor pressures and activity coefficients of methanol in binary mixtures with 1-Hexyl-3-methylimidazolium bis(trifluoromethylsulfonyl)imide, Journal of Chemical & Engineering Data 2015, 60 (6), pp.1648-1663

4. *Gilbert, W.J.R., Safarov, J., Minnick, D.L., Rocha, M.A., Hassel, E., Shiflett, M.* Density, Viscosity, and Vapor Pressure Measurements of Water + Lithium bis(trifluoromethylsulfonyl) imide Solutions, *Journal of Chemical & Engineering Data* 2017, 62, pp.2056-2066
5. *Safarov, J., Huseynova, G., Hamidova, R., Bashirov, M. Hassel, E.* Vapor Pressures and Activity Coefficients of Methanol in Binary Mixtures with 1-ethyl-3-methylimidazolium methanesulfonate, *Journal of Processes of Petrochemistry and Oil Refining* 2017, 18, pp.89-201
6. *Wagner, W., Pruß, A.* The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use // *Journal of Physical Chemistry Reference Data*, 2002, 31, pp.387-535

UOT 597.0/5

*N.C.Mustafayev<sup>1</sup>, Q.K.İsmaylov<sup>2</sup>, E.C.Mehdiyeva<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>AMEA Zoologiya İnstitutu*

*<sup>2</sup>Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*

*mustafayev-namik@rambler.ru, ismaylov.qachay@mail.ru*

## MÜASİR ŞƏRAİTDƏ AŞAĞI KÜRÜN İXTİOFAUNASININ NÖV TƏRKİBİ

*Açar sözlər: Aşağı Kür, Xəzər minoqası, ixtiofauna, balıqlar, bioloji göstəricilər, Amur enlibaşı, Koreya kilqarını*

2009-2018-ci illərdə Aşağı Kürdə aparılmış tədqiqatlar nəticəsində məlum olmuşdur ki, hazırda bu sulara Xəzər minoqası, 51 növ və yarımnöv balıq yayılmışdır. Onlardan 5-i nadir rast gəlinən, 24-ü azsaylı, 13-ü ortasaylı, 10-u isə çoxsaylı olmuşdur. Əldə olunmuş nümunələrin tam bioloji analizi aparılaraq həmin göstəriciləri (bədən uzunluğu, kütləsi, dolğunluğu (Klarka və Fultona görə) ölçülmüş və müvafiq hesablamalar aparılmışdır. Məqalədə bu növ və yarımnövlərin yayılma intensivliyi, bioloji göstəriciləri, çoxalma xüsusiyyətləri və s. haqqında məlumat verilmişdir.

*Н.Дж.Мустафаев, Г.К.Исмаилов, Е.Дж.Мехдиева*

## ВИДОВОЙ СОСТАВ ИХТИОФАУНЫ В НИЖНЕЙ КУРЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

*Ключевые слова: Нижняя Кура, Каспийская минога, иктиофауна, рыбы, биологические особенности, Амурский чебачок, Корейская востробрюшка*

В результате проведенных исследований в 2009-2018 гг. в Нижней Куре было выявлено, что в настоящее время в этом бассейне встречается 51 вид и подвид рыб и Каспийской миноги. Из них 5 – редко встречающиеся, 24 – мало встречающиеся, 13 – средне встречающиеся и 10 – часто встречающиеся. Был проведен полный биологический анализ полученных образцов и эти показатели (длина тела, масса, полнота (по Кларке и Фултону) были измерены и были сделаны соответствующие расчеты. В статье представлены данные об интенсивности распространения, биологические показатели, особенности размножения и другие характеристики этих видов и подвидов.

N.J.Mustafayev, Q.K.Ismailov, E.J.Mehdiyeva

## SPECIES COMPOSITION OF ICHTHYOFAUNA IN LOW KURA IN MODERN CONDITIONS

**Keywords:** *Low Kur, Caspian lamprey, ichthyofauna, fishes, biological features, Topmouth gudgeon, Korean sharpbelly*

As a result of research in 2009-2018 in Lower Kura, it was revealed that currently 51 species and subspecies of fish and the Caspian lamprey are found in this basin. Of these, 5 are rare, 24 are low, 13 are medium and 10 are common. A complete biological analysis of the obtained samples was carried out and these indicators (body length, weight, completeness (according to Clark and Fulton) were measured and corresponding calculations were made. The article presents data on the propagation intensity, biological indicators, reproduction characteristics and other characteristics of these species and subspecies.

Aşağı Kürün ixtiofaunasına dair bir sıra ədəbiyyat mənbələri mövcüddür. Həmin mənbələrdə bu sututunun ixtiofaunasına dair geniş məlumatlar verilmişdir. Əhalinin Kür çayı boyu ərazilərdə digər su hövzələri ilə müqayisədə daha çox məskunlaşması, çayın suyundan müxtəlif məqsədlər üçün istifadə olunması və digər antropogen təsirlər bu sututunun ixtiofaunasına da öz təsirini göstərmişdir. Keçən əsrin 80-ci illərində balıq ovunda əsas yerlərdən birini tutan Aşağı Kürdə 10 ildən artıqdır ki, vətəgə balıq ovu, ümumiyyətlə, qadağan edilmişdir. Ona görə də Kür çayının aşağı axarının ixtiofaunasının müasir vəziyyəti, orada yayılmış balıqların növ tərkibini dəqiqləşdirmək aktual məsələlərdəndir.

**Material və metodlar.** 2009-2018-ci illərdə elmi-tədqiqat məqsədilə Aşağı Kürdən 47 növ və yarım-növə mənsub olan 1819 ədəd balıq və 50 ədəd Xəzər minoqası ovlanaraq tədqiq edilmişdir. Əldə olunmuş nümunələrin bioloji göstəriciləri (uzunluğu, kütləsi, dolğunluğu və s.) ölçülmüşdür. Materialın toplanması və analizi ümumi qəbul olunmuş metodlar əsasında [6; 7; 8] aparılmışdır.

Tədqiqatlar zamanı keçici və yarımkeçici növlərin çaya girmə vaxtı, yayıldığı ərazilər, kürütökmə yerləri və s. məsələlərə də xüsusi diqqət yetirilmişdir.

**Tədqiqatın müzakirəsi.** Ədəbiyyat məlumatlarına [1, s.40-165; 2; 3; 4; 5] və 2009-2018-ci illərdə Aşağı Kürdə apardığımız tədqiqatların nəticələrinə görə, bu sututarda Xəzər minoqasının, 51 növ və yarım-növ balığın yayıldığı məlum olmuşdur. Aşağı Kürdə yayılmış növ və yarım-növlərdən 5-i [Xəzər qızılbalığı – *Salmo trutta caspius* Kessler, 1870, Qafqaz üstüzəni – *Leucaspius delineatus delineatus* (Hecker, 1843), Xəzər şirbiti – *Luciobarbus brachycephalus caspius* (Berg, 1914), cənubi Xəzər porusu – *Abramis sapa*

*bergi* Belyaeff, 1929, qılınçalıq – *Pelecus cultratus* (Linnaeus, 1758)] nadir rast gəlinən, 24-ü [bölgə – *Huso huso* (Linnaeus, 1759), Kür nərəsi – *Acipenser persicus* Borodin, 1897, qaya balığı (kələmo) – *Acipenser nudiventris* Lovetsky, 1828, uzunburun nərə – *Acipenser stellatus* Pallas, 1771, adi durnabalığı – *Esox lucius* Linnaeus, 1758, kütüm – *Rutilus frisii kutum* (Kamensky, 1901), Qafqaz enlibaşı – *Leuciscus cephalus orientalis* (Nordmann, 1840), adi qızılüzgəc – *Scardinius erythrophthalmus* (Linnaeus, 1758), qırmızıdodaq həşəm – *Aspius aspius taeniatus* (Eichwald, 1831), lil balığı – *Tinca tinca* (Linnaeus, 1758), Kür altağızı – *Chondrostoma cyri* Kessler, 1877, Kür qumlaqçısı – *Gobio persa* (Günther, 1899), Kür xramulyası – *Capoeta capoeta* (Güldenstädt, 1773), zərdəpər – *Luciobarbus capito* (Güldenstädt, 1773), Xəzər qarasolu – *Vimba vimba persa* (Pallas, 1774), Koreya kilqarını – *Hemiculter leucisculus* (Basilevsky, 1855), Xəzər ilişgəni – *Sabanejewia caspia* (Eichwald, 1838), Xəzər iynəbalığı – *Syngnathus nigrolineatus caspius* Eichwald, 1831, çay xanısı – *Perca fluviatilis* Linnaeus, 1758, Qafqaz xulu – *Knipowitschia caucasicus* (Berg, 1916), Qafqaz çay xulu – *Neogobius platyrostris constructor* (Nordmann, 1840), qumluq xulu – *Neogobius fluviatilis pallasii* (Berg, 1949), iribaş xul – *Neogobius kessleri gorlap* İljin, 1949, mərmər xul – *Proterorhinus marmoratus* (Pallas, 1814)] azsaylı, 13-ü [Xəzər külməsi – *Rutilus rutilus caspicus* (Jakovlev, 1870), Kür şirbiti – *Luciobarbus laserta cyri* (Filippi, 1865), Kür şəmayısı – *Chalcalburnus chalcoides* (Güldenstädt, 1772), Zaqaqaziya yastıqarını – *Blicca bjoerkna transcaucasica* Berg, 1916, şərq çapağı – *Abramis brama orientalis* Berg, 1949, adi çəki – *Cyprinus carpio* Linnaeus, 1758, Kür çılpaqçası – *Barbatula brandti* (Kessler, 1877), Zaqaqaziya ilişgəni – *Cobitis taenia satunini* Gladkov, 1935, qızılı ilişgən – *Sabanejewia aurata* (Filippi, 1865), adi Avropa naxası – *Silurus glanis* Linnaeus, 1758, kiçik cənub tikanbalığı – *Pungitius platygaster* (Kessler, 1859), qızılı kefal – *Liza aurata* (Risso, 1810), adi atherin – *Atherina boyeri caspia* Eichwald, 1838] orta saylı, 10-u [Xəzər minoqası – *Caspiomyzon wagneri* (Kessler, 1870), Amur enlibaşı – *Pseudorasbora parva* (Temminck et Schlegel, 1846), Zaqaqaziya gümüşçəsi – *Alburnus charusini hohenackeri* Kessler, 1877, Kür gümüşçəsi – *Alburnus filippi* Kessler, 1877, şərq qıjovçusu – *Alburnoides bipunctatus eichwaldi* (Filippi, 1863), adi kərkə – *Rhodeus sericeus amarus* (Bloch, 1782), gümüşü dabanbalığı – *Carassius auratus gibelio* Bloch, 1782, Üçiyənli tikanbalıq – *Gasterosteus aculeatus* Linnaeus, 1758, Missisipi qambuziyası – *Gambusia affinis* (Baird et Girard, 1853) və adi sif – *Sander lucioperca* (Linnaeus, 1758)] isə çoxsaylı olmuşdur (cədvəl).

Aşağı Kürdən ovlayaraq tədqiq etdiyimiz minoqa və balıqların bioloji göstəriciləri aşağıdakı kimi olmuşdur:

Minoqa – (n=50) bədəninin ümumi uzunluğu 39.0-48.8 (44.22±0.23) sm, ümumi kütləsi 95.6-165.0 (129.2±1.59) q, içalatsız kütləsi 80.8-146.0

(114.3±2.11) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.123-0.182 (0.148±0.002), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.112-0.160 (0.131±0.001); durnabalıq – (n=11) bədəninin ümumi uzunluğu 35.1-58.6 sm, standart uzunluğu 29.8-51.3 sm, tam kütləsi 427.0-1687.0 q, içalatsız kütləsi 334.5-1264.0 q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.07-1.65, Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.82-0.99; külmə – (n=21) bədəninin ümumi uzunluğu 19.1-28.1 (23.28±0.41) sm, standart uzunluğu 15.8-23.1 (18.14±0.32) sm, tam kütləsi 89.0-274.0 (138.24±7.64) q, içalatsız kütləsi 72.4-229.0 (138.24±7.64) q; kütümlər – (n=12) bədəninin ümumi uzunluğu 39.6-54.0 sm, standart uzunluğu 34.8-48.0 sm, tam kütləsi 638.0-1500.0 q, içalatsız kütləsi 493.0-1250.0 q; Qafqaz enlibaşı (n=48) bədəninin ümumi uzunluğu 6.8-15.8 (9.83±0.34) sm, standart uzunluğu 6.2-13.4 (8.31±0.29) q, ümumi kütləsi 3.8-45.7 (13.9±1.51) q, içalatsız kütləsi 2.01-35.5 (10.8±1.23) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.48-2.71 (1.88±0.03), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.14-2.06 (1.56±0.03); qızılüzgəc – (n=14) bədəninin ümumi uzunluğu 9.0-23.1 sm, standart uzunluğu 7.8-20.4 sm, tam kütləsi 9.9-258.7 q, içalatsız kütləsi 8.2-216.4 q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.97-3.09, Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.58-2.62; həşəm – (n=4) bədəninin ümumi uzunluğu 41.5-53.6 sm, standart uzunluğu 35.8-46.9 sm, tam kütləsi 984.0-1870.0 q, içalatsız kütləsi 802.6-1613.0 q; üstüzən – (n=8) bədəninin ümumi uzunluğu 3.64-4.20 sm, standart uzunluğu 2.73-3.16 sm, tam kütləsi 0.53-0.83 q, içalatsız kütləsi 0.45-0.63 q; lil balığı – (n=6) bədəninin ümumi uzunluğu 11.9-27.2 sm, standart uzunluğu 10.3-24.7 sm, tam kütləsi 28.8-496.3 q, içalatsız kütləsi 22.9-413.6 q; Amur enlibaşı – (n=52) bədəninin ümumi uzunluğu 3.2-80.0 (5.34±0.17) sm, standart

Cədvəl. Aşağı Kür çayında rast gəlinən dəyirmiağızlı və balıqların yayılma intensivliyi

Növ və yarımnovlər					
1	Minoqa*	+++	27	Çapaq**	++
2	Bölgə*	+*	28	Poru*	+ -
3	Kür nərəsi*	+*	29	Qarasol*	+
4	Qaya balığı*	+*	30	Koreya kilqarımı	+
5	Uzunburun nərə*	+*	31	Qılınçalıq*	+ -
6	Xəzər qızılbalığı*	+ -*	32	Kərkə	+++
7	Durnabalığı	+	33	Çəki**	++
8	Külmə**	++	34	Gümüşü dabanbalığı	+++
9	Kütüm*	+	35	Kür çıpaqçası	++
10	Qafqaz enlibaşı	+	36	Zaqafqaziya ilişgəni	++
11	Qızılüzgəc	+	37	Qızılı ilişgən	++
12	Həşəm*	+	38	Xəzər ilişgəni	+



13	Üstüzən	+ -	39	Naxa**	++
14	Lil balığı	+	40	Üç iynəli tikanbalıq	+++
15	Amur enlibaşı	+++	41	Kiçik cənub tikanbalığı	++
16	Kür altağızı	+	42	Xəzər iynəbalığı	+
17	Kür qumlaqçısı	+	43	Qambuziya	+++
18	Kür xramulyası	+	44	Qızılı kefal	++
19	Zərdəpər**	+	45	Aterin	++
20	Xəzər şirbiti*	+ -	46	Çay xanısı	+
21	Kür şirbiti	++	47	Sıf**	+++
22	Kür şəmayısı**	++	48	Qafqaz xulu	+
23	Zaqafqaziya gümüşcəsi	+++	49	Qafqaz çay xulu	+
24	Kür gümüşcəsi	+++	50	Qumluq xulu	+
25	Qıjovçu	+++	51	İribaş xul	+
26	Yastıqarın	++	52	Mərmər xul	+

Qeyd: şərti işarələr

+ - nadir rast gəlinənlər

+ azsaylılar

++ ortasaylılar

+++ çoxsaylılar

\* yalnız keçici növlər və yarımnovlər

\*\* həm keçici, həm də tipik şirinsu növləri və yarımnovləri

uzunluğu 2.6-6.8 (4.39±0.14) q, ümumi kütləsi 0.33-7.82 (1.72±0.20) q, içalatsız kütləsi 0.24-6.40 (1.44±0.17) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.27-2.49 (1.78±0.04), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.11-2.04 (1.46±0.03); Kür altağızı – (n=53) bədəninin ümumi uzunluğu 9.0-17.3 (12.4±0.18) mm, standart uzunluğu 8.4-15.1 (10.8±0.17) mm, tam kütləsi 6.02-64.0 (18.24±2.97) q, içalatsız kütləsi 4.68-52.4 (13.46±2.62) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.02-1.86 (1.50±0.02), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.79-1.42 (1.12±0.02); Kür qumlaqçısı – (n=16) bədəninin ümumi uzunluğu 6.8-12.2 (8.63±0.36) sm, standart uzunluğu 5.7-102.0 (7.31±0.29) sm, tam kütləsi 2.87-18.3 (6.35±0.81) q, içalatsız kütləsi 2.44-12.6 (4.68±0.47) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.47-1.94 (1.79±0.03), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.04-1.64 (1.33±0.03); Kür xramulyası – (n=53) bədəninin ümumi uzunluğu 6.2-19.8 (9.63±0.49) sm, standart uzunluğu 5.0-16.2 (8.03±0.54) sm, tam kütləsi 2.82-63.41 (13.98±3.49) q, içalatsız kütləsi 2.25-54.68 (11.58±3.02) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.41-2.30 (1.88±0.03), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.28-1.89 (1.52±0.03); zərdəpər – (n=4) bədəninin ümumi uzunluğu 7.2-15.6

sm, standart uzunluğu 6.0-17.9 sm, tam kütləsi 4.86-28.3 q, ıçalatsız kütləsi 3.92-21.1 q; Xəzər şirbiti – (n=3) standart uzunluğu 8.0-9.2 sm, kütləsi 5.7-14.7 q; Kür şirbiti – (n=67) bədəninin ümumi uzunluğu 5.5-15.2 ( $8.97\pm 0.37$ ) sm, standart uzunluğu 4.5-13.4 ( $7.24\pm 0.32$ ) sm, tam kütləsi 1.85-39.57 ( $10.29\pm 1.34$ ) q, ıçalatsız kütləsi 1.59-33.72 ( $9.13\pm 1.36$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.40-2.66 ( $1.87\pm 0.03$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.21-2.15 ( $1.55\pm 0.02$ ); Kür şəmayısı – (n=48) bədəninin ümumi uzunluğu 21.6-30.3 ( $25.87\pm 0.44$ ) sm, standart uzunluğu 18.4-27.6 ( $22.31\pm 0.41$ ) sm, tam kütləsi 101.0-254.0 ( $145.4\pm 8.21$ ) q, ıçalatsız kütləsi 90.0-223.0 ( $121.9\pm 8.12$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.12-1.70 ( $1.44\pm 0.03$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.97-1.50 ( $1.26\pm 0.02$ ); Zaqafqaziya gümüşcəsi – (n=85) bədəninin ümumi uzunluğu 4.2-6.3 ( $5.3\pm 0.13$ ) sm, standart uzunluğu 3.5-5.3 ( $4.4\pm 0.06$ ) sm, tam kütləsi 0.57-2.46 ( $1.44\pm 0.36$ ) q, ıçalatsız kütləsi 0.48-1.73 ( $1.10\pm 0.26$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.33-1.89 ( $1.51\pm 0.11$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.05-1.36 ( $1.17\pm 0.05$ ); Kür gümüşcəsi – (n=207) bədəninin ümumi uzunluğu 4.0-9.8 ( $6.69\pm 0.09$ ) sm, standart uzunluğu 3.2-8.2 ( $5.51\pm 0.08$ ) sm, tam kütləsi 0.46-7.96 ( $2.75\pm 0.12$ ) q, ıçalatsız kütləsi 0.36-6.23 ( $2.24\pm 0.10$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.90-1.80 ( $1.43\pm 0.01$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.71-1.47 ( $1.16\pm 0.01$ ); qıjovçu – (n=220) bədəninin ümumi uzunluğu 4.2-10.7 ( $7.40\pm 0.13$ ) sm, standart uzunluğu 3.3-9.0 ( $6.13\pm 0.11$ ) sm, tam kütləsi 0.62-18.84 ( $5.42\pm 0.29$ ) q, ıçalatsız kütləsi 0.48-14.48 ( $4.32\pm 0.22$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.37-2.77 ( $2.07\pm 0.03$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.02-2.28 ( $1.66\pm 0.02$ ); yastıqarın – (n=11) bədəninin ümumi uzunluğu 5.9-15.1 sm, standart uzunluğu 4.7-12.3 sm, tam kütləsi 2.25-45.0 q, ıçalatsız kütləsi 1.89-34.0 q; çapaq – (n=14) bədəninin ümumi uzunluğu 16.1-42.1 sm, standart uzunluğu 12.9-34.6 sm, tam kütləsi 42.5-987.0 q, ıçalatsız kütləsi 38,78-856.0 q; poru – (n=2) bədəninin ümumi uzunluğu 17.9-18.03 sm, standart uzunluğu 15.1-15.4 sm, tam kütləsi 81.2-91.4 q, ıçalatsız kütləsi 71.3-82.7 q; qaradol – (n=13) bədəninin ümumi uzunluğu 14.3-27.3 sm, standart uzunluğu 12.3-23.5 sm, tam kütləsi 30.23-298.7 q, ıçalatsız kütləsi 24.17-243.2 q; kilqarın – (n=59) bədəninin ümumi uzunluğu 5.2-13.9 ( $8.13\pm 0.23$ ) sm, standart uzunluğu 4.1-11.9 ( $6.88\pm 0.20$ ) sm, tam kütləsi 0.73-22.14 ( $4.72\pm 0.49$ ) q, ıçalatsız kütləsi 0.58-18.97 ( $3.77\pm 0.42$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.02-1.42 ( $1.16\pm 0.01$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.77-1.13 ( $0.94\pm 0.01$ ); qılınçalıq – (n=1) bədəninin ümumi uzunluğu 28.1 sm, standart uzunluğu 24.7 sm, tam kütləsi 142.4 q, ıçalatsız kütləsi 112.7 q, Fultona görə dolğunluq əmsalı 0.95, Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.75; kərkə – (n=55) bədəninin ümumi uzunluğu 3.6-5.8 ( $5.31\pm 0.06$ ) sm, standart uzunluğu 2.9-4.9 ( $4.44\pm 0.06$ ) sm, tam kütləsi 0.67-2.75 ( $2.17\pm 0.07$ ) q, ıçalatsız kütləsi 0.52-2.13 ( $1.65\pm 0.05$ ) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 2.24-2.75 ( $2.44\pm 0.02$ ), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.65-2.13 ( $1.86\pm 0.02$ ); çəki –

(n=32) bədəninin ümumi uzunluğu 31.0-59.4 (42.97±1.13) sm, standart uzunluğu 26.4-51.3 (39.72±2.18) sm, tam kütləsi 392.0-2983.5 (1431.1±138.73) q, ıçalatsız kütləsi 324.0-2398.4 (1198.1±102.51) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.99-2.35 (2.15±0.02), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.55-2.01 (1.75±0.02); gümüşü dabanbalıq – (n=58) bədəninin ümumi uzunluğu 5.6-29.68 (20.07±0.67) sm, standart uzunluğu 4.5-24.55 (16.97±0.51) sm, tam kütləsi 2.45-600.0 (154.8±9.84) q, ıçalatsız kütləsi 2.01-435.0 (130.8±9.12) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 2.35-3.98 (3.12±0.03), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.96-3.48 (2.61±0.04); Kür çılpacaqası – (n=61) bədəninin ümumi uzunluğu 3.6-8.0 (5.79±0.06) sm, standart uzunluğu 2.8-6.4 (4.69±0.05) sm, tam kütləsi 0.41-5.64 (1.81±0.08) q, ıçalatsız kütləsi 0.32-4.43 (1.46±0.05)q, Fultona görə dolğunluq əmsalı 0.95-2.21 (1.49±0.02), Klarka görə dolğunluq əmsalı 0.72-2.08 (1.19±0.03); Zaqafqaziya ilişgəni – (n=47) bədəninin ümumi uzunluğu 4.8-8.5 (6.27±0.16) sm, standart uzunluğu 4.2-7.2 (5.46±0.15) sm, tam kütləsi 0.71-7.31 (2.01±0.25) q, ıçalatsız kütləsi 0.63-5.07 (1.65±0.16)q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.67-1.59 (1.01±0.03), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.65-1.19 (0.87±0.03); qızılı ilişgən – (n=46) bədəninin ümumi uzunluğu 5.7-8.4 (6.37±0.08) sm, standart uzunluğu 4.8-7.4 (5.51±0.09) sm, tam kütləsi 1.08-3.36 (1.62±0.10) q, ıçalatsız kütləsi 0.95-2.98 (1.39±0.14)q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.69-1.10 (0.91±0.02), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.57-1.00 (0.79±0.03); Xəzər ilişgəni – (n=21) bədəninin ümumi uzunluğu 4.5-7.1 (5.82±0.17) sm, standart uzunluğu 3.9-6.3 (5.02±0.16) sm, tam kütləsi 0.55-2.38 (1.32±0.13) q, ıçalatsız kütləsi 0.42-1.91 (1.07±0.12)q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.59-1.03 (0.88±0.02), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.53-0.91 (0.73±0.02); naxa – (n=8) bədəninin ümumi uzunluğu 58.2-81.0 sm, standart uzunluğu 52.0-74.1 sm, tam kütləsi 962.0-3562.0 q, ıçalatsız kütləsi 821.0-2384.0 q; üçiyənli tikanbalıq – (n=48) bədəninin ümumi uzunluğu 3.0-6.8 (5.84±0.12) sm, standart uzunluğu 2.5-5.8 (4.83±0.13) sm, tam kütləsi 0.28-3.54 (2.01±0.14) q, ıçalatsız kütləsi 0.21-2.97 (1.64±0.09)q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.85-2.07 (1.74±0.03), Klarka görə dolğunluq əmsalı 0.78-1.71 (1.43±0.03); kiçik cənub tikanbalıq – (n=35) bədəninin ümumi uzunluğu 3.9-6.3 (4.91±0.09) sm, standart uzunluğu 3.3-5.6 (4.41±0.10) sm, tam kütləsi 0.61-3.31 (1.58±0.07) q, ıçalatsız kütləsi 0.49-2.01 (1.05±0.07) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 0.95-2.31 (1.81±0.04), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.73-1.63 (1.18±0.03); Xəzər iynəbalığı – (n=8) bədəninin ümumi uzunluğu 121.5-175.8 mm, kütləsi 3.12-4.87 q; qambuziya – (n=89) bədəninin ümumi uzunluğu 2.4-5.3 (3.54±0.09) sm, standart uzunluğu 1.9-4.6 (2.83±0.10) sm, tam kütləsi 0.13-2.54 (0.82±0.06) q, ıçalatsız kütləsi 0.11-1.58 (0.58±0.05)q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.28-3.19 (2.21±0.04), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.04-2.27 (1.65±0.03); qızılı kefal – (n=19) bədəninin ümumi uzunluğu 2.5-10.8 sm, kütləsi 0.29-12.3 q; aterin – (n=23)

bədəninin ümumi uzunluğu 4.7-12.3 sm, kütləsi 1.8-13.5 q; çay xanısı – (n=24) bədəninin ümumi uzunluğu 17.5-36.2 (22.08±0.81) sm, standart uzunluğu 15.04-32.1 (19.57±0.62) sm, tam kütləsi 73.7-689.4 (152.72±12.57) q, içalatsız kütləsi 61.3-573.5 (111.54±0.05) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.58-2.79 (2.19±0.05), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.28-2.47 (1.96±0.04); sıf – (n=31) bədəninin ümumi uzunluğu 28.2-53.8 (41.53±1.59) sm, standart uzunluğu 25.4-48.1 (36.32±1.47) sm, tam kütləsi 198.5-1647.6 (611.51±59.83) q, içalatsız kütləsi 178.4-1246.8 (496.51±50.17) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.08-2.17 (1.46±0.06), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 0.94-1.87 (1.18±0.05); Qafqaz xulu – (n=24) bədəninin ümumi uzunluğu 3.02-4.38 (3.69±0.56) sm, standart uzunluğu 2.53-3.82 (3.14±0.51) sm, tam kütləsi 0.28-1.59 (0.72±0.05) q, içalatsız kütləsi 0.21-0.96 (0.52±0.04) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.76-2.73 (2.23±0.05), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.28-1.87 (1.49±0.03); Qafqaz çay xulu – (n=48) bədəninin ümumi uzunluğu 4.53-15.94 (7.34±0.37) sm, standart uzunluğu 3.81-13.58 (7.34±0.43) sm, içalatsız kütləsi 0.85-35.7 (9.12±1.24) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.28-3.84 (2.57±0.06), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.12-3.19 (1.92±0.04); qumluq xulu – (n=14) bədəninin ümumi uzunluğu 5.42-11.21 (7.26±0.34) sm, standart uzunluğu 4.47-9.12 (6.48±0.29) sm, tam kütləsi 1.12-19.45 (4.65±0.28) q, içalatsız kütləsi 1.04-3.57 (2.83±0.37) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.14-1.95 (1.43±0.05), Klarka görə, dolğunluq əmsalı 1.01-1.68 (1.29±0.04); iribaş xul – (n=37) bədəninin ümumi uzunluğu 4.95-15.83 (9.87±0.62) sm, standart uzunluğu 4.24-13.41 (8.67±0.58) sm, tam kütləsi 1.38-51.49 (19.24±2.43) q, içalatsız kütləsi 1.11-47.59 (16.65±1.81) q, Fultona görə, dolğunluq əmsalı 1.81-3.02 (2.19±0.05), Klarka görə dolğunluq əmsalı 1.59-2.75 (1.94±0.04); mərmər xul – (n=9) bədəninin ümumi uzunluğu 4.21-8.34 sm, standart uzunluğu 3.81-6.74 sm, tam kütləsi 1.07-6.59 q, içalatsız kütləsi 0.94-5.73 q arasında dəyişmişdir.

Aparılmış tədqiqatlar nəticəsində məlum olmuşdur ki, payızın sonlarından başlayaraq Xəzər minoqasının tək-tək fərdləri çoxalmaq üçün Kür çayına girməyə başlayır. Çoxalma miqراسiyasının intensiv vaxtı fevral-mart aylarında qeyd alınır. Xəzər minoqası və keçici balıqlar (Kür şəmayısı, həşəm, zərdəpər və s.) kürülərini Kür çayında – Varvara, Araz çayında isə – Bəhrəmtəpə bəndindən aşağıdakı ərazilərdə (1-5 km aralıda) tökür. Mayalanmış kürülərdən çıxan sürfələr 3 yaşına kimi çayda qalırlar. Tədqiqatlar zamanı Kür çayının Bakı-Qazax magistral yolu ilə kəsişməsinin aşağı hissələrində və Araz çayının Bəhrəmtəpə bəndindən 4-5 km aşağıdakı hissələrində minoqa sürfələrinə rast gəlinmişdir.

Keçici və yarımkeçici balıqların ayrı-ayrı növlərinin çoxalmaq üçün çaya girməsi payızın əvvəllərindən yazın sonlarına qədər müşahidə olunmuşdur. Yarımkeçici balıqların kürütökmə ərafəsində olan fərdlərinə demək olar ki, çay

boyu hər yerdə rast gəlinmişdir. Bu da belə bir fikir söyləməyə imkan verir ki, həmin balıqlar çay boyu kürütökmə üçün əlverişli olan hər yerdə kürüləyirlər. Aşağı Kürə tökülən çayların – Girdmançay, Göyçay, Turyançay, Əlcihançay, Tərtərçay və d. aşağı axarlarında bəzi keçici və yarımkeçici balıqların (Kür şəmayısı, külmə, zərdəpər, yastıqarın və s.) körpələrinə rast gəlinməsi həmin növlərin çoxalmaq üçün bu çaylara da girdiyini subut edir.

Aşağı Kürdə yayılmış növ və yarımnövlərdən bəzilərinə bu sututarda bütün il boyu, bəzilərinə isə yalnız balıqların çoxalma dövründə rast gəlmək mümkündür. Qeydə alınan növ və yarımnövlərdən 5-i (üç iynəli tikanbalığı, kiçik cənub tikanbalığı, Xəzər iynəbalığı, qızılı kefal, aterin) yalnız Kürün mənsəb hissəsində və deltasında, qalanları isə çay boyu yayılmışdır.

### Nəticə

1. Apardığımız tədqiqatlar nəticəsində məlum olmuşdur ki, hazırda Aşağı Kürdə Xəzər minoqasına, 51 növ və yarımnöv balığa rast gəlinir. Onlardan 5-i nadir rast gəlinən, 24-ü azsaylı, 13-ü orta saylı, 10-u isə çoxsaylı olmuşdur.

2. Qeydə alınan növ və yarımnövlərdən 5-i yalnız çayın mənsəb hissəsində və deltasında, qalanları isə çay boyu yayılmışdır.

3. Keçici və yarımkeçici növlərin çoxalmaq üçün çaya girməsi payızın əvvəllərindən başlayır və yazın sonlarınaqəd davam edir.

4. Çoxalmaq üçün dənizdən çaya girən bəzi növlər Aşağı Kürə tökülən çaylara da girirlər.

### ƏDƏBİYYAT

1. *Azərbaycanın heyvanlar aləmi. Onurğalılar*. III c. Bakı: Elm, 2004, 620 s.
2. *İbrahimov Ş.R., Mustafayev N.C.* Azərbaycanın ixtiofaunasının müasir vəziyyəti // Zoologiya İnstitutunun əsərləri, 2015, 33-cü c., № 2, s.58-68
3. *Mustafayev N.C.* Azərbaycanın daxili su hövzələrində dəyirmiağızlıların və balıqların yayılmasının qanunauyğunluqları // Zoologiya İnstitutunun əsərləri, 34-cü c., Bakı, 2016, № 1, s.68-87
4. *Абдурахманов Ю.А.* Рыбы пресных вод Азербайджана. Баку: Элм, 1962, 405 с.
5. *Державин А.Н.* Каталог пресноводных рыб Азербайджана. Баку: Изд-во АН АзССР, 1949, 45 с.
6. *Плохинский Н.А.* Математические методы в биологии. М.: МГУ, 1978, 264 с.
7. *Правдин И.Ф.* Руководство по изучению рыб. М.: Пищевая промышленность, 1966, 376 с.
8. *Чугунова Н.И.* Руководство по изучению возраста и роста рыб. М.: Изд-во АН СССР, 1958, 164 с.

UOT 581.4;581.5

*D.O.Sadıqova*

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti  
sadigova.d@mail.ru*

## GÜMÜŞÜ ÇINQILKOLUNUN BİOEKOLOJİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

*Açar sözlər:* tikanlı kol, şoranlığa davamlı, quraqlığa davamlı, çiçək, meyvə, toxum, dekorativ bitki

Çinqilkolu – Halimodendron Fisch.ex DC. cinsinin yeganə nümayəndəsi olan gümüşü çinqilkolu yarpağımtökən, işıqsevən, quraqlığa və şoranlığa davamlı tikanlı koldur. Tələbkar olmayan dekorativ bitki kimi yaşıllaşdırmada, həmçinin canlı tikanlı çəpər kimi meşəsalımda istifadə olunur.

*Д.О.Садыгова*

## БИОЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЧИНГИЛЬЯ СЕРЕБРИСТОГО

*Ключевые слова:* колючий кустарник, солеустойчивый, засухоустойчивый, цветок, плод, семя, декоративное растение

Единственный представитель рода чингилья – Halimodendron Fisch.ex D C. – чингиль серебристый листопадный, светолубив, солеустойчивый и засухоустойчивый колючий кустарник. Чингиль используется как нетребовательное декоративное растение для озеленения, а также как живой забор из колючей проволоки в лесоразведении.

*D.O.Sadigova*

## BIOECOLOGICAL PECULIARITIES OF CHINGIL SILVERY

*Keywords:* prickly shrub, salt-tolerant, drought-resistant, flower, fruit, seed, decorative plant

The only representative of chingil – Halimodendron Fisch. ex. DC – chingil silvery fall of the leaves, love of light, stable to salt and steady to drying prickly shrubbery. Chingil is used culture is not exacting as decorated plants for turning green for prickly alive municipal protective forest exploitation.

Gümüşü çinqilkolu – Halimodendron halodendron (Pall.) Voss. paxlalılar fəsiləsinin çinqilkolu cinsinə daxildir. Çinqilkolu cinsi – Halimodendron Fisch.ex DC. monotip cinsdir. Yeganə nümayəndəsi olan gümüşü çinqilkolu yarpağını tökən, quraqlığa və şoranlığa davamlı tikanlı

koldur. Bu cinsin adında da özünü göstərir. Yunanca “halimos” duzlu və “dendron” ağac deməkdir.

Gümüşü çınqılkolunun hündürlüyü 2-3 m-dək çatır. Yanlara açılmış, az hallarda isə düz dayananan budaqları var. Köhnə budaqların qabıqları qonur-qəhvəyi, nisbətən cavanların qabıqları isə boz və ya qonuru bozdur. Zoğlar küncü olub qısa ipəkvari, boz-gümüşü tükcüklərlə kip örtülü və ya demək olar ki, çılpaqdır. Tumurcuq əsasında 4 xarici pulcuq və 2 tikan var. Yarpaq düzlüyü növbəlidir. Yarpaqlar cütlələkvari olub, 1-5 cüt tam kənarlı, iti uclu yarpaqcıqdan ibarətdir. Yarpaq altlığı üçkünc və ya bizvari olub, 1-2 mm uzunluğundadır, sərt və tikanlıdır. Yarpaqlar yazda təzə açılarda gümüşü-yaşıl, yayda bozuntul-yaşıl, payızda sarımtıl-yaşıl rəngdə olurlar. İlk vaxtlar hər iki tərəfdən tükcüklərlə örtülüdür. Qısa budaqlar üzərində olan yarpaqlar tam töküldüyü halda, uzun budaqlarda yarpaqlar tökülür, yarpaq oxları qalır. Yarpaq oxları sonradan qalınlaşır, bərkləşir 5-7 sm uzunluqlu iri tikanlara çevrilir və gövdəyə perpendikulyar dayanır. Yarpaqlar əks pazvarı, əks yumurtavarıdır. Uzunluğu 1,5 -3,5 sm və eni 0,3-1,1 sm olub, təpədən dəyirmi və ya yarıqlıdır. 0,5-1mm uzunluqlu tikanları var [1; 2].

Çiçəkləri 5 üzvlüdür, kəpənəkşəkillidir. Açıq bənövşəyi, solğun qırmızı, çəhrayı və ya bəzən demək olar ki, ağ olub, uzunluğu 3-4,5 sm-ə çatan 3-4 şüalı mürəkkəb çətirlərdə toplanıb. Hər şüa 2-3 çiçək daşıyır. Çiçək saplağı 5-7 mm uzunluğundadır. Kasacıq 3-6 mm uzunluqdadır. İpəkvari tükcüklərlə örtülü və ya çılpaq olub, enli üçkünc dişciklidir. Yelkən dəyirmidir, uzunluğu 15 mm, eni 13 mm olub, təpədən kiçik kəsiklidir. Kürəklər uzunsovdur, yelkənlə eyni uzunluqdadır. Qayıqçıq kürəkdən bir az qısadır [1; 2].

Abşeronun quru subtropik iqlimi şəraitində becərilən gümüşü çınqılkolunun reproduktiv orqanlarının inkişaf xüsusiyyətləri tərəfimizdən öyrənilmişdir. Fenoloji müşahidələr generativ tumurcuqların şişməsi və açılması, qönçələnmə, çiçəklənmənin başlanması, kütləviliyi, sonu, meyvələrin formalaşması, meyvələrin yetişməsinin başlanması, kütləviliyi və qurtarması fazalarını əhatə etmişdir.

Apardığımız tədqiqatlar zamanı müəyyən edilmişdir ki, Abşeron şəraitində gümüşü çınqılkolu fərdlərində qönçələnmə fazası mayın ikinci on günlüyünə təsadüf edir. Çiçəklənmənin başlanması, kütləviliyi və sonu isə ardıcıl olaraq həmin ayın III on günlüyü və iyunun əvvəllərində baş vermişdir. Çiçəklənmə müddəti orta hesabla 15 gün davam etmişdir (cədvəl 1). Bitki bəzən yayın sonunda ikinci dəfə çiçəkləyir.

Cədvəl 1. Abşeron şəraitində gümüşü çinqilkolunun çiçəklənmə fazaları

Qönçələnmə	Çiçəklənmə		
	başlanma	kütləvi	son
17.V	22.V	31.V	6.VI
14.V-20.V	19.V-26.V	29.V-2.VI	2.VI-10.VI

Kütləvi çiçəklənmədən sonra 15 gün müddətində meyvələrin intensiv böyüməsi, 29 gün müddətində isə onların kütlələrinin artması mərhələsi baş vermişdir. Meyvələrin ölçü və kütlələrinin sabitləşməsi 10 gün, meyvələrin su itirməsi hesabına kütlələrinin azalması 8 gün çəkmişdir. Meyvələrin formalaşma prosesi 62 gün davam etməklə avqustun birinci on günlüyündə başa çatmışdır (cədvəl 2, 3).

Cədvəl 2. Abşeron şəraitində gümüşü çinqilkolunun meyvələrinin formalaşma mərhələləri

Meyvələrin intensiv böyüməsi	Meyvələrin kütlələrinin artması	Meyvələrin ölçü və kütlələrinin sabitləşməsi	Meyvə kütlələrinin azalması	İnkişaf müddəti (günlə)
15	29	10	8	62
31.V- 15.VI	16.VI- 15.VII	16.VII-26.VII	27.VII-5.VIII	

Cədvəl 3. Abşeron şəraitində gümüşü çinqilkolunun meyvələrinin yetişmə fazaları

Başlanma	Kütləvi	Son
22.VII	27.VII	5.VIII
20.VII-25.VII	25.VII-30.VII	1.VIII-10.VIII

Apardığımız tədqiqatlar zamanı gümüşü çinqilkolunun Abşeron şəraitində əmələ gətirdiyi meyvə və toxumların ölçü və kütlə göstəricilərinin dəyşkənliyi də müəyyənləşdirilmişdir (cədvəl 4).



Cədvəl 4. Abşeron şəraitində gümüşü çınqılkolunun meyvə və toxumlarının inkişaf prosesindəki ölçü və kütlə göstəricilərinin dəyişkənliyi

Nümunələrin götürülmə tarixi	Meyvənin			Toxumun			Ləpənin		Kökcüyün	
	uz- ğu sm- lə	eni sm -lə	kütlə si mq- la	uz- ğu mm -lə	eni mm -lə	kütlə si mq- la	uz- ğu mm -lə	eni mm -lə	uz- ğu mm -lə	dia metri mm- lə
25.05	3,0	0,5	90	1,8	1,0	7	-	-	-	-
31.05	3,0	1,0	160	2,0	1,5	8	-	-	-	-
05.06	4,5	1,0	230	3,2	2,4	11	-	-	-	-
10.06	4,5	2,5	400	3,2	2,4	18	2,6	1,8	1,8	1,4
10.07	4,5	2,5	1000	4,5	4,0	30	3,8	2,2	2,6	1,4
15.07	4,5	2,5	700	4,3	3,8	25	3,6	2,0	2,6	1,4
20.07	4,5	2,5	500	4,2	3,2	23	-	-	-	-
25.07	4,5	2,5	400	4,2	3,2	22	-	-	-	-

Aparılan tədqiqatlar zamanı Abşeron şəraitində gümüşü çınqılkolunun meyvələrinin 16%-nin müxtəlif zərərvericilərlə zədələndiyi müəyyən edilmişdir.

Gümüşü çınqılkolunun meyvə və toxumlarının biomorfoloji xüsusiyyətləri tərəfimizdən tədqiq edilmişdir. Bu növün meyvələri formaca şişkin, düzgün olmayan əks yumurtavari, armudşəkili, uzunsov, çökük tikişli paxladır. Onlar əsasda daralmış, təpə hissədə dəyirmi olub, 1 mm uzunluqlu iti tikancıqlıdır. Rəngləri sarımtıl-qonur (qırmızımtıl çalarlı), səthi çılpaq, azacıq qırıqlı olur. Paxlaların divarları qalın dərivarıdır. Bu paxlalar 1,5-2 sm-lik saplaqlar üzərində olurlar. Onların uzunluğu 1,3-2,3 sm, eni 0,7-1,5 sm olur. Gümüşü çınqılkolunun paxlları yetişən zaman yuxarı tikişlə, iki tayla açılır. Paxlalar çoxtoxumludur, toxumlar perikarpa birləşmir.

Gümüşü çınqılkolunun toxumları elliptik, zəif böyrəkşəkili, zəif görünən çökəkliklidir. Onların rəngi yaşılımtıl qəhvəyi, tünd zeytuni olmaqla, tünd xətlə və ya ləkəlidir. Toxumlar zəif parlaqdır. Onların uzunluğu 2,5-5 mm, eni 2-3 mm, qalınlığı 1,5 mm olur. Gümüşü çınqılkolunun toxumlarında göbəkçik dəyirmi formada olub, diametri 0,3 mm təşkil edir. Bu növün toxumlarında kökcük toxum çevrəsindən kənara çıxmır, uzunluğu (1,7 mm) ləpənin uzunluğunun (4,2 mm) 1/4-nə bərabər və ya daha uzun olur.

Abşeron şəraitində gümüşü çınqılkolunun əmələ gətirdiyi meyvə və toxumların bioekoloji və morfometrik xüsusiyyətlərinin öyrənilməsinə dair

apardığımız tədqiqatlar göstərmişdir ki, bu növün fərdlərində meyvələrin əsas göstəricilərindən olan 100 ədəd meyvənin kütləsi 19 q, toxumların keyfiyyət göstəricilərindən olan 1000 ədəd toxumun kütləsi isə 9,2 q təşkil etmişdir.

Gümüşü çinqilkolunun cücərtilərini biomorfoloji xüsusiyyətlərinin öyrənilməsinə dair apardığımız tədqiqatlara görə, bu cücərtilərin ləpəaltı dirsəyi yaşıl rəngli, qalınlaşmış silindrik, aşağıdan enlənmiş formada olub, uzunluğu 15-20 mm, orta hissənin eni 0,25 mm-dir. Ləpəyarpaqları enli, oval, yüngül asimmetrik böyrəkşəkilli formalı olmaqla, uzunluğu 8-9 mm, eni 5-6 mm təşkil edir. Onlar tərədən dəyirmi, qısa saplaqlı, qismən ətlidir. Ləpəyarpaqlarında damarlanma aydın deyil, orta damar nisbətən görkəmlidir.

İlk yarpaqlar növbəli yerləşir. Birinci yarpaq iki və ya üçyarpaqcıqlıdır. Bəzən iki yarpaq birləşir və bir enli yarpaq əmələ gətirir. Birinci yarpağın yarpaqcıqları əksyumurtavari, 5-7 mm uzunluğunda və 2,5-3 mm enində olmaqla, tərədə kiçik tikanlı, əsasda lansetvari – pazşəkilli, yarpaqaltılıqlı olurlar. Yarpaqcıqların orta damarı qalınlaşmış, aşağıdan görkəmli, yan damarlar isə daha nazik, şaxələnməmişdir. İkinci yarpaq ikili və üçyarpaqcıqlı, əks yumurtavari, tərədə yüngülyarıqlı yarpaqcıqlıdır. Üçüncü yarpaq üçyarpaqcıqlı olur. Bəzən yan yarpaqcıqlardan biri tərə yarpaqcığı ilə birləşir və bir enli, tərədən yarıqlı yarpaq ayası əmələ gətirir. Ləpəüstü dirsək 10-15 mm uzunluğunda olmaqla silindrik, ləpəaltı dirsəkdən nazikdir.

Gümüşü çinqilkolu işıqsevən, quraqlığa və şaxtaya davamlı bitkidir. Bəcərlmə şəraitinə çox tələbkar olmadığından torpağın tərkibi böyük əhəmiyyət kəsb etmir və bitki şoran, daşlı, qumlu torpaqlarda da yaxşı inkişaf edir. Uzun sürən nəmişliyi sevmir. Kök sistemi güclü inkişaf edib. Şoran step və səhralarda, şoran tuqay qruplarında rast gəlinir. Təbii halda Türkiyə, Zaqafqaziya, Kiçik və Orta Asiya, Qazaxıstan, İran, Monqolustan və Çində yayılıb [3; 4].

Gümüşü çinqilkolu dekorativ bitkidir. Kütləvi çiçəkləmə zamanı kol çox gözəl görünür. Çiçəkləmədən sonra belə gümüşü rəngli yarpaqları ilə öz dekorativliyini itirmir. Tələbkar olmayan dekorativ bitki kimi park və bağların bəzədilməsində, yaşıllaşdırmada, bordürlərdə, həmçinin canlı tikanlı çəpər kimi meşəsalımda və s. istifadə olunur [5].

Gümüşü çinqilkolu yaxşı bal verən bitkilərdən hesab olunur. Bal məhsuldarlığı 1 ha-da 150-200 kq-dır. Belə ki, gümüşü çinqilkolunun kütləvi çiçəkləməsi zaman bir yaxşı arı ailəsi 10-15 kq bal toplaya bilər. Köklərindən yun boyamaq üçün sarı rəng alınır.

Gümüşü çinqilkolu toxumla, calaqla, kök pöhrələrilə çoxaldıla bilər. Toxum qabığını yumşaltmaq üçün əkindən qabaq müxtəlif üsullarla işləmək olar. Bəzi bağbanlar isə belə hesab edirlər ki, buna ehtiyac yoxdur, toxum işlənmədən belə tez cücərir. Gümüşü çinqilkolunun toxumu birbaşa daimi yerə səpilməlidir. Cücərtilər tez böyüyüb güclü kök sistemi əmələ gətirdiyindən

sonradan bikiinin yerini dəyişdirmək, başqa yerə köçürmək onun inkişafına mənfi təsir göstərir [6; 7].

### ƏDƏBİYYAT

1. Деревья и кустарники СССР. М.: Мысль 1966, 639 с.
2. *Тимонин А.К., Филлин В.Р.* Ботаника: в 4 томах, Т.4, Систематика высших растений. М.: Академия, 2009, 320 с.
3. *Коропачинский И.Ю., Встовская Т.Н.* Древесные растения Азиатской России. Новосибирск: СО РАН, 2002, 707 с.
4. *Яковлев Г.П.* Бобовые земного шара. Л.: Наука, 1991, 146 с.
5. *Бученков И.Э.* Декоративная дендрология: краткий курс лекции. Часть 1-3 / Бученков И.Э., Нилова О.В. Пинск: Полес ГУ, 2012, 187 с.
6. Справочник по лесосеменному делу. М.: Лесн. пром-сть, 1978, 336 с.
7. Лесная энциклопедия. Т.2, М.: Сов. энциклопедия, 1986, 631 с.

UOT 58

*A.N.Zeynalova, P.X.Qaraxani, T.A.Qasımova*  
*AMEA Botanika İnstitutu*  
*aygun.lisey@gmail.com*  
*p.garakhani@mail.ru*

## AZƏRBAYCAN FLORASININ *GENTIANA L.* CİNSİ NÖVLƏRİNİN TƏYİNEDİCİ CƏDVƏLİ

*Açar sözlər: Gentiana, dekorativ, acı çiçək*

*Gentiana* növlərin sayı baxımından *Gentianaceae* fəsiləsinin ən böyük cinsidir. Bu növlər dekorativ, alkaloidli və vitaminli çoxillik otlardır. Cinsin bəzi növləri nomenklatur dəyişikliyə məruz qaldığı üçün onların yeni təyinedici cədvəli tərtib edilmişdir. Afrika və Antraktidadan başqa dünyanın hər yerində yayılmış *Gentiana L.* cinsi Azərbaycanda göstərilən 16 növ əvəzinə 8 növ və 1 yarım növlə təmsil olunur. Bu növlər müxtəlif yerlərdə, meşələrdə, çəmənliklərdə və dağ yamaclarında aşkar olunmuşdur.

*A.Н.Зейналова, П.Х.Карахани, Т.А.Касумова*

## КЛЮЧ ВИДОВ РОДА *GENTIANA L.* ВО ФЛОРЕ АЗЕРБАЙДЖАНА

*Ключевые слова: Gentiana, декоративный, горечавка*

Род *Gentiana* по числу видов является самым крупным родом семейства *Gentianaceae*. Эти декоративные, алкалоидные и витаминозные многолетние травы. В связи с тем, что некоторые виды рода *Gentiana* подвергнуты номенклатурным изменениям, составлен новый ключ для округления этих видов. Распространённый по всему земному шару, за исключением Африки и Антарктиды, род *Gentiana* в Азербайджане представлен 8 видами и 1 подвидом вместо 16 видов. Виды эти встречаются в разных местах: в лесах, на лугах и горных склонах. В связи с тем, что некоторые виды подвергнуты номенклатурным изменениям, составлен новый ключ для определения видов рода *Gentiana* в Азербайджане.

*A.N.Zeynalova, P.X.Garakhani, T.A.Kasumova*

## IDENTIFIER TABLE OF THE SPECIES OF GENUS *GENTIANA L.* IN FLORA OF AZERBAIJAN

*Keywords: Gentiana, decorative, bitterness*

*Gentiana L.* is recognized as the largest genus for its number of species within *Gentianaceae*. *Gentiana* is decorative perennial grass being specific with containing

alkaloids and vitamins. They are spread all around the world except Africa and Antarctica. Instead of 16 species, there are 8 species and one subspecies of this genus in Azerbaijan. *Gentiana* grows in different habitats: woods, meadows, mountain slopes. Some nomenclature changes happened in the taxonomic composition of the genus lead to creation of a new identifier table.

### **Giriş**

Bitkilərin əhəmiyyətli dərəcədə azalması təbii ekosistemlərin normal fəaliyyətinin pozulmasına gətirib çıxarır, təkamül potensialını azaldır, insanları bitkilərin faydalı xüsusiyyətlərindən istifadə etməkdən məhrum edir. Yer üzündə olan müxtəlif bitki növlərinin mühafizəsinin elmi əsaslarla işlənib hazırlanması, formaları və metodlarının inkişaf etdirilməsi, habelə onların istifadəsi biomüxtəlifliyin qorunmasında rol oynayan əsas məsələlərdən hesab edilir. Təbii populyasiyaların davamlılığı və onların təbii bərpaasını təmin edən digər xüsusiyyətlər, həmçinin populyasiyaların biologiyasının öyrənilməsi biologiya elminin qarşısında duran həlli vacib məsələlərdəndir. Azərbaycanın az öyrənilmiş bitki qruplarından biri olan *Gentiana L.* cinsinin daxil olduğu *Gentianaceae* fəsiləsi – çiçəkli bitkilərin bu böyük və qədim ailəsi yerin müasir biotasında geniş şəkildə təmsil olunur. G.Dana görə, ikiləpəli bitkilər içərisində *Gentianaceae* fəsiləsi coğrafi yayılmasına görə ilkin sıralarda dayanır [7]. Fəsilə 80 cinsi və 1000-dən çox növü özündə birləşdirir [6].

Acıçiçəyikimilər fəsiləsinə daxil olan növlər yüksək dağlıq ərazilərdə bitən bitki qruplaşmalarının dominantı və edifikatoru hesab edilir.

*Gentianaceae* fəsiləsi növləri elmi və xalq təbabətində dərman tərkibli, alkaloidli və vitaminli xüsusiyyətləri ilə seçilən növləri ilə zəngindir [5]. Bu xüsusiyyətlərinə əsaslanaraq cinsin növlərindən bir sıra xəstəliklərin müalicəsində istifadə olunur (qaraciyər, qan təzyiqi, qurd əleyhinə, ürək çatışmazlığı və s.); həmçinin landşaft dizaynında geniş istifadə edilən dekorativ bitkilərdən biridir.

Fəsiləyə bir neçə cins daxildir [1; 2]. Acıçiçək (*Gentiana L.*) *Gentianaceae* fəsiləsində ən böyük cins hesab edilir. Cinsə daxil olan növlər dünyada mülayim iqlimli yerlərdə, xüsusilə, Avropada, Şimali və Cənubi Amerikada, Avstraliyada, Asiyada yayılmışdır və müxtəlif yerlərdə meşə, çəmən, dağ yamaclarında bitən ot bitkiləridir. Azərbaycan florasında cinsi 1957-ci ildə R.M.Sofiyeva işləmişdir. Son 60 ildə cinsin sistematikasını Azərbaycanca əsaslı şəkildə işlənməmişdir. Yalnız 2006-cı ildə Aydın Əsgərov Azərbaycan florasının konspekti əsasında yazdığı “Azərbaycanın Ali Bitkiləri” əsərində *Gentiana* cinsini Azərbaycan ərazisində yayılan 10 növünün haqqında qısa məlumat vermişdir. Hal-hazırda dünya florasında aparılan nomenklatur dəyişikliklərə əsaslanaraq A.Əsgərovun təsdiqlədiyi 10 növdən 5 növü

sinonimə keçirilmişdir. Bu nomenklatur dəyişikliklər müxtəlif dövrü nəşrlərdə öz əksini tapmışdır.

**Gentiana** L. 1753, Sp. pl. : 227; Frolich, Gent. 1790: 19; Bge. in Nouv. Mem. Soc. Nat. Mosc. 1829, 1: 209; Griseb. Gentian. 1839: 200; Кузн. 1894, Подрод Eugentiana Kusun. Рода Gentiana в Тр. СПб. общ. естеств. 3.

### **Acıçiçək**

Yarpaqları qarşı-qarşıya düzülmüş, rozet şəkilli, oturaq və qısa saplaqlıdır. Çiçəkləri 4-5 ədəd, tək yaxud qoltuqda yerləşmiş bir neçə ədəd, bölümlü ləçəkdir. Tac boruşəkilli əsasından hissələrə bölünmüş, zəngşəkilli və ya qıfşəkilli mavi, bənövşəyi, sarı, ağ, bəzən qırmızı rənglidir. Tac üç tərəfdən bəzən tükcüklü, bəzən vəzli, yumurtalığın əsasında nektar diski olur. Əsas xarakterik xüsusiyyətləri aşağıdakılardır: bitki çılpaqdır, sadə, bütöv yarpaqlıdır, çiçəkləri aktinomorfdir, ikicinslidir və s. [3]

*Gentiana* cinsinin sistematikas, taksonomiyası, yeni arealları, növdaxili dəyişiklikləri haqqında geniş araşdırmalar aparılmamışdır. Hal-hazırda çox sayda növlərin yoxolma təhlükəsi qarşısında qalması və bəzi növlərin tamamilə yox olması reallığı, antropogen amillərin kütləvi şəkildə təsiri (meşələrin qırılması, çiçəkli bitkilərdən dəstələr bağlayaraq yığılması, turist bazalarının tikilməsi) bitmə yerlərinin dağıdılması, ekosistemlərə vurulan ziyan, fitopopulyasiyaların sayının azalmasına gətirib çıxarır ki, bu da başqa növlər kimi acıçiçəklərdən də təsirsiz keçmir. Bütün bunlar mövcud vəziyyəti qiymətləndirməyə və onların qorunması üçün tədbirlərin görülməsinə imkan verəcək obyektiv elmi təhlil tələb edir.

**Material və metodika.** Tədqiqat işi 2016-2017-ci illərdə Azərbaycanın bir sıra ərazilərinə edilən ekspedisiyalar zamanı (Gədəbəy, Daşkəsən, Göygöl, Quba, Qusar, Naxçıvan) yerinə yetirilmişdir. Yığılan herbari materialları identifikasiya edilmiş, bunun üçün müqayisəli-morfoloji, sistematik, areoloji, coğrafi metodlardan istifadə edilmişdir.

### **Nəticələr onların müzakirəsi**

Cinsin təsviri ilk dəfə K.Linney tərəfindən verilmişdir [8]. Azərbaycan florasında cinsin taksonomiyasında heç bir bölgüdən istifadə edilməmişdir. Afrika və Antraktidadan başqa dünyanın hər yerində yayılmışdır. Qısamüddətli ekspedisiyalarda yerinə yetirilən tədqiqat tapşırıqlarına əsasən tərəfimizdən bitkilərin yayıldığı ərazinin ekoloji faktorlarının, topooloji şərait-dəniz səviyyəsindən hündürlük, bitmə yerinin relyefi, yamacın təbii dəyişiklikləri, torpaq mühütü (daşlı-çınqıllı və ya çılpaq torpaq) dağ silsiləsinin xüsusiyyətləri öyrənilmişdir.

Hal-hazırda *Gentiana* L. cinsi Azərbaycanda göstərilən 14 növ əvəzinə, 8 növ və 1 yarım növlə təmsil olunur. Bu da son illər tərəfimizdən aparılmış molekulyar analizlərin nəticələrinə əsasən müəyyən olumuşdur. Bitki sistematikasında istifadə edilən metodlar əsasında yerinə yetirdiyimiz

identifikasiya nəticəsində *Gentiana* cinsinin 8 növ və 1 yarımnovdən ibarət olduğu təsdiq olunmuşdur. Cinsin bəzi növləri nomenklatur dəyişikliyə məruz qaldığı üçün onların yeni təyinedici cədvəli tərtib edilmişdir.

1. Tac hissələri arasında qatlıdır-----2  
-Tac hissələri arasında qatlı deyil.-----*G.blepharophora*
2. Ağızciq çox enliləşmiş və öz aralarında hissələrinə az və ya çox yapışmışdır-3  
-Ağızciq ensiz, genişlənmiş, sərbəstdir-----4
3. Birillik bitkidir, nazik köklüdür, tac 15-24 mm uzunluğundadır-----*G.nivalis*  
-Çoxillikdir, tac 2 dəfə uzundur -----*G.verna subsp.pontica*
4. Birillik balaca yaşıl kül rəngdə bitkidir-----*G.aquatica*  
-Çoxillikdir-----5
5. Çiçəkləri dördüzlüdür-----*G.cruciata*  
-Çiçəkləri beşüzlüdür-----6
6. Kiçik 2-5 (8) sm ölçüdə bitkidir. Gövdə kökətrafi çoxsaylı rozet yarpaqlıdır -----*G.pyrenaica*  
-Bitki bir az hündürdür. Kökətrafi rozet yarpaqları yoxdur-----7
7. Çiçəkləri sarıdır -----*G.gelida*  
-Çiçəkləri mavidir -----8
8. Tacın qatları saçaqlı deyil, bütövdür və ya dişciklikdir -----*G.asclepiadea*  
-Tacın qatları saçaqlıdır -----*G.septemfida*

***G.blepharopora*** E.Bordz. Azərbaycanda BQ şərq. KQ mərk. Lənk. dağ. Diab. ərazilərində orta və subalp qurşaqlarda dağ çəmənlərdə və meşə ətəklərində yayılmışdır. VIII-IX aylarda çiçəkləyir.

***G.nivalis*** L. Şərqi və cənubi Qavqazda subalp və alp qurşaqlarında rütubətli çəmənlərdə, gölməçələrin kənarında yayılmışdır. VI-VIII aylarda çiçəkləyir.

***G.verna subsp.pontica*** (Soltok.) Hayek. BQ (Quba).BQ şərq. BQ qərb. subalp və alp qurşaqlarda, yüksək dağ çəmənlərində, çınqıllı ərazilərdə yayılmışdır. V-IX aylarda çiçəkləyir.

***G.aquatica*** L. BQ (Quba). BQ şərq.BQ qərb. alp və subalp qurşaqlarında, yüksək dağ çəmənlərində, qayalarda yayılmışdır. V-VIII aylarda çiçəkləyir.

***G.cruciata*** L. BQ (Quba). BQ şərq. BQ qərb. KQ şim. KQ mərk. Nax.dağ. Lənk. dağ. orta dağ qurşağından subalp qurşağına qədər meşə və kolluqlarda, dağ çəmənlərində, açıq talalarda yayılmışdır. VI-VIII aylarda çiçəkləyir.

***G.pyrenaica*** L. BQ (Quba). BQ qərb. KQ şim. alp qurşağında çəmənlərdə yayılmışdır. VI-VIII aylarda çiçəkləyir.

***G.gelida*** M.Bieb. KQ şim. KQ mərk. Nax. dağ. orta və subalp qurşaqlarında meşə və dağ çəmənlərində yayılmışdır. VIII-IX aylarda çiçəkləyir (Şəkil 1).

***G.asclepiadea*** L. BQ (Quba), BQ qərb ərazilərində, orta və subalp dağ qurşağında, meşə və dağ çəmənlərində yayılmışdır. VIII-IX aylarda çiçəkləyir.

***G.septemfida*** L. BQ (Quba). BQ şərq. BQ qərb. KQ şim. KQ mərk. Nax. dağ. Lənk. dağ. subalp və alp qurşağında bəzən yüksək meşə qurşağına qədər subalp və alp çəmənlərində, meşə ətəyində yayılmışdır. VII-VIII aylarda çiçəkləyir.



**Şəkil.1. *G.gelida***



**Şəkil 2. *G.cruciata***



ƏDƏBİYYAT

1. Əsgərov A.M. Azərbaycanın ali bitkiləri. Bakı, 2006, T.2, 217 s.
2. Talibov T.H., İbrahimov Ə.Ş. Naxçıvan Muxtar Respublikası florasının taksonomik spektri. Bakı, 2008. 81 s.
3. Бекетов А.Н., Лунский А.А. Горечавка или Горчанка. Энциклопедический словарь Брокгауза и Эфрона: в 86 т. (82 т. и 4 доп.), 1890-1907
4. Флора Азербайджана: в 8 т-х, Т.7. Pyrolaceae-Plantaginaceae / С.Д. Агаджанов, Р.А.Алиев, Г.Ф.Ахундов, В.Д.Гаджиев, Р.М.Софиева и др. Баку, 1957, 648 с.
5. Цвелев Н.Н. Обзор видов семейства *Gentianaceae* флоры Кавказа // Бот. журн.1993, Т. 78, № 6, с.131-138
6. Adams L.G. *Gentiana* sect. *Chondrophyllae* (*Gentianaceae*) in Australia / L.G. Adams, J.B. Williams // Telopea. 1988, vol. 3, № 2, pp.167-176
7. Don G. General System of Gardening and Botany / G. Don // Transakt. Linn. Soc. 1837, vol. 4, p.179
8. Linnaeus K. Species Plantarum.1753, vol.1, pp.227-230

## YAZI QAYDALARI

- “Pedaqoji Universitetin Xəbərləri” dövrü elmi jurnalının “Riyaziyyat və təbiət elmləri” seriyası əvvəllər nəşr olunmamış elmi məqalələri qəbul edir.
- Məqalələr **Azərbaycan, ingilis, türk və rus** dillərində jurnalın elektron ünvanına – **n.q.aslanova@gmail.com** göndərilir.
- Məqalələr **Microsoft Word** proqramında Times New Roman şrifti ilə 12 pt. ölçüdə 1,0 intervalla yazılmalıdır. Səhifə ölçüləri: sağdan və soldan 2,0 sm, yuxarıdan 2,5 sm, aşağıdan 2,2 sm olmalıdır.
- **Başlıq** ortada qara və böyük hərflərlə yazılmalıdır.
- Məqalənin quruluşu aşağıdakı bölümlərdən ibarət olmalıdır: müəllifin adı, ata adı və soyadı, iş yeri, elmi dərəcəsi və elmi adı, üç dildə açar sözlər və xülasə (100-150 sözdən ibarət, 11 pt. ilə) ədəbiyyat siyahısı. Hər üç dildə yazılmış xülasələr bir-birinin eyni olmalı və məqalənin məzmununa uyğun olmalıdır.
- Məqalələrdə verilən **şəkil, rəsm, qrafik və cədvəllər** düzgün, aydın və mətn içərisində olmalı, onlara aid olan yazılar altında yazılmalıdır.
- **İstinadlar** mətn içərisində kvadrat mötərizədə göstərilməklə məqalənin sonunda əlifba ardıcılığı ilə nömrələnməlidir. Məsələn: [1, s.8].
- Ədəbiyyat siyahısında verilən hər bir istinad haqqında məlumat tam və dəqiq olmalıdır. İstinad olunan mənbənin bibliografik təsviri onun növündən (monoqrafiya, dərslik, elmi məqalə və s.) asılı olaraq verilməlidir. Simpozium, konfrans materiallarına və ya tezislərinə istinad edilərkən məqalə və ya tezis adı göstəriməlidir.
- Məqalələrin həcmi: 5-12 səhifə.
- Məqalələr mütəxəssis rəyi (məxfi olaraq) əsasında jurnalın redaksiya heyətinin qərarı ilə çap olunur. Redaksiya düzəlişlər etmək üçün məqaləni müəllifə qaytara bilər.
- Məqalədə gedən hər hansı bir elmi yenilik, tezis və s. üçün müəllif şəxsən məsuliyyət daşıyır.
- Jurnalda dərc olunmayan məqalələr geri qaytarılmır.

## WRITING RULES

- “Mathematical and natural sciences” series of the periodic scientific journal “Transactions of Pedagogical University” accepts previously unpublished scientific articles.
- The articles can be sent in **Azerbaijani, English, Turkish and Russian** languages to the journal’s electron address – **n.q.aslanova@gmail.com**
- Articles should be written in **Microsoft Word** writing program Times New Roman alphabet in the font size 12 punto with interval between line in the range of 1.0 characters. Page sizes: from the right and left 2.0 sm, from above 2.5 sm and the bottom 2.2 sm.
- **The title** should be written in black and capital letters in the middle.
- The structure of the article should be consist of the following format: author's first name/patronymic/last name, position, scientific degree and title, a summary and the key words in three languages (100-150 words, 11 punto) and the list of literature. Summaries written in three languages should be equal to each other and match the content of the article.
- **The drawings, pictures, graphics and tables** in the articles should be correct, clear and given in the text and writings that belong to them should be written underneath.
- References indicating in square brackets should be numbered in alphabetical order and given at the end of the article. For example: [1, 8]
- Information about any reference given on the list of literature must be complete and accurate. The bibliographic description of the source reference should be based on its kind (monographs, textbooks, scientific papers, etc.). The name of the article or thesis must be shown when referring to the symposium, conference materials or to the theses.
- The volume of the articles: 5-12 pages.
- Articles are published on the basis expert review (in confidence) by the decision of the Editorial Board of the journal. Editorial Board may return the article to the author to make corrections.
- Unpublished articles are not returned.

*Nəşriyyatın direktoru:* Hüseyn Hacıyev  
*Texniki redaktor:* Mustafa Şəfiyev  
*Korrektor:* Sevinc Mamoyeva

Çapa imzalanmışdır: 27.03.2019  
Kağız formatı 60×84<sup>1/16</sup>, 15,5 ç.v.  
Sifariş 110, sayı 200

---

**ADPU-nun mətbəəsi**  
Bakı, Ü.Hacıbəyli, 68